

# NON-LOCALITÉ POUR "UN SYSTÈME"

par Madame M. MUGUR-SCHACHTER

(manuscrit remis le 7 Mai 1976)

*RESUME.* Une proposition de non-localité concernant "un système" est démontrée. Le principe d'une expérience de vérification est décrit.

Que conclure de là, sinon que la déduction est une opération réglée sur les démarches de la matière, calquée sur les articulations mobiles de la matière, implicitement donnée, enfin, avec l'espace qui sous-tend la matière ? Tant qu'elle roule dans l'espace et dans le temps spatialisé, elle n'a qu'à se laisser aller. C'est la durée qui met des bâtons dans les roues.

Henri BERGSON,

l'Evolution Créatrice.

Notre intelligence projette en quelque sorte la succession des événements sur un axe homogène et ne veut plus voir dans l'écoulement du temps qu'un déplacement le long de cet axe. Il est fort possible, en effet, qu'en schématisant ainsi à l'excès, elle laisse échapper certaines propriétés essentielles du temps réel.

Louis de Broglie,

Physique et Microphysique.

## I - INTRODUCTION.

Le formalisme quantique ne fournit qu'une prédiction statistique concernant le résultat d'un acte individuel de mesure effectué sur un système, tandis que cet acte produit un résultat unique bien défini, "réduisant" ainsi le spectre quantique à une certaine certitude. La controverse bien connue sur la signification de cette réduction, qui dure depuis 50 ans, est entrée actuellement dans une phase dramatique. Dès le début, les conceptions de Bohr et de Heisenberg sur le rôle actif de l'appareil dans la "création" de chaque valeur enregistrée pour une "observable" avaient entravé l'espoir de pouvoir attribuer à cette réduction un caractère exclusivement informationnel, de simple révélateur d'une unique valeur réelle et préexistante indépendamment de l'appareil, immergée dans tout un ensemble virtuel de telles valeurs possibles. Cepen-

nant rien ne semblait interdire de concevoir tout processus d'interaction avec l'appareil comme un processus continu, au cours duquel une propriété du système décrite par un paramètre caché au formalisme quantique, subit une modification compatible avec tous les principes des théories physiques acceptées et qui détermine de proche en proche, de manière causale ("à l'avance") la valeur individuelle observée. En d'autres termes, il semblait concevable de représenter la réduction comme presque informationnelle, i.e. comme la révélation de la valeur limite - observable - impartie à un paramètre caché du système par un processus "normal" et continu d'interaction entre le système et l'appareil de mesure. Mais il est apparu récemment qu'en fait ni même une telle conception modérée du caractère informationnel de la réduction n'est en général compatible avec les prévisions de la mécanique quantique : un théorème bien connu de Bell <sup>(1)</sup> a mis en évidence un exemple où la distribution quantique des résultats de mesures de spin sur deux systèmes ayant interagi n'est déductible de paramètres cachés qu'à condition d'admettre des transformations "non-locales" de ces paramètres en conséquence de l'interaction système appareil, le qualificatif "non-locales" ayant chez Bell un certain sens bien précisé <sup>(2)</sup>. Ce sens est tel qu'il enlève toute continuité et toute "normalité" au supposé processus de création de la valeur observée à partir de valeurs cachées d'un paramètre non-quantique : ce processus, si réellement il existait, comporterait des transmissions quasi-instantanées d'influences à effet fini. Or, si la valeur enregistrée par un acte de mesure n'est ni préexistante dans le système indépendamment de l'appareil, ni la limite observable d'une suite continue de valeurs préexistantes créées par l'interaction système-appareil, mais apparaît brusquement à l'instant même de l'enregistrement comme résultat "catastrophique" (au sens de R. Thom <sup>(3)</sup>) de l'interaction système-appareil, alors il est évident que le concept de réduction informationnelle reste entièrement vidé de contenu.

Cet obstacle radical, au lieu d'installer enfin en vainqueur non-contesté le formalisme quantique avec son interprétation orthodoxe "essentiellement probabiliste" - qui hier encore paraissait si fortement dominante - crée actuellement, au contraire, un courant irrésistible d'investigations expérimentales et conceptuelles <sup>(4 → 35)</sup>. Ainsi le concept de paramètre caché, introduit, entretenu et développé par quelques grands esprits isolés comme Einstein <sup>(36)</sup>, de Broglie <sup>(37 → 39)</sup> et Bohm <sup>(40)</sup>, mais si longtemps rejeté ou ignoré par la plupart des physiciens, agit finalement comme source de réexaminations intenses.

Ce changement d'attitude n'est paradoxal qu'en apparence. Tant qu'il était admis a priori que les paramètres cachés ne pouvaient jouer qu'un rôle explicatif, leur introduction apparaissait à beaucoup comme un péché contre l'ascèse qui doit dominer la description scientifique, comme un excès issu de tendances métaphysiques subjectives. Mais le théorème de Bell a opéré un saut, de l'entière soumission a priori à toutes les prévisions de la mécanique quantique, à une analyse critique développée jusqu'à un conflit entre les prévisions observables de la mécanique quantique et la théorie de la relativité, dans un cas particulier précis. C'est sans doute le concept de paramètres cachés locaux qui a permis de formuler ce conflit en termes clairs et ceci illustre la force des modèles, car les paramètres cachés locaux au sens de Bell ne sont que la transcription mathématique pour une circonstance particulière donnée, de l'essence de tout modèle "causal" des microphénomènes. Mais, une fois perçu, le conflit subsiste en dehors du concept de paramètres cachés : c'est la cohérence interne des conceptions actuelles sur la réalité physique, ainsi que la structure d'espace temps assignable à l'objet dénommé "un système", qui se trouvent maintenant en jeu, simultanément (35).

Le but de ce travail est d'élargir le domaine de ce conflit en établissant un deuxième exemple où la mécanique quantique révèle - à l'aide du concept de paramètres cachés - des implications non-locales incompatibles avec la théorie de la relativité et dont l'existence est en principe observable.

## II - PROPOSITION DE NON-LOCALITE POUR 1 SYSTEME.

Soit un microobjet capable à tout instant fixé d'un seul impact sur un appareil pour enregistrer la position. Dans ce qui suit un tel microobjet sera dénommé "1 système à 1 composant ou, en abrégé, "1 système" (S).

Soit une observable A et un appareil de mesure pour A, dont l'état est indiqué globalement par une variable  $k'$ . Admettons une fois de plus l'hypothèse selon laquelle il existerait des caractéristiques de 1 système qui, si elles étaient connues, permettraient à la fois de prédire avec certitude le résultat de chaque mesure individuelle de A sur S en un état  $\psi$  donné et de retrouver la distribution statistique prévue par la mécanique quantique pour ces résultats. Quel que soit, dans une ségrégation descriptive fixée, le nombre - fini ou infini - des caractéristiques physiques ainsi attribuées à S, nous les désignons synthétiquement par le paramètre unique  $k$ , caché au formalisme quantique. Nous affirmons la proposition suivante de non-localité (41)  $\pi(n.l.)$  :

$\pi(n.l.)$ . Si l'on admet que dans un état  $\psi$  de  $S$  les caractéristiques de  $S$  décrites par  $k$  ne peuvent pas se réaliser à un instant  $t$  en une région de l'espace physique où la probabilité de présence de  $S^{(\psi)}$  au même instant est nulle, alors il n'est pas possible de faire correspondre à tout  $A$  une fonction  $a(k, k')$  (valeur observée de  $A$  lors d'un acte individuel de mesure de  $A$  sur  $S^{(\psi)}$ ) et deux distributions indépendantes normées à l'unité  $P_{\psi, A}(k)$  et  $Q_A(k')$ , caractéristiques respectivement de  $S^{(\psi)}$  et de l'appareil pour mesurer  $A$ , telles que la condition de compatibilité avec les prévisions de la mécanique quantique

$$\iint a(k, k') P_{\psi, A}(k) Q_A(k') dk dk' = \langle \psi | A \psi \rangle \quad (1)$$

puisse être satisfaite pour tout état  $\psi$  de  $S$  à tout instant de son évolution, sans qu'il doive exister des influences se propageant plus vite que la lumière (i.e. non-locales)<sup>x</sup>.

#### DEMONSTRATION.

##### Préliminaires.

##### $\alpha)$ . Représentation géométrique des paramètres $k$ .

Le paramètre caché  $k$  est conçu comme décrivant des propriétés physiques de  $S$ . De telles propriétés doivent se réaliser quelque part dans l'espace physique. Dans le théorème de Bell, qui concerne un système à deux composants, ce fait joue un rôle important mais implicite (<sup>1,2</sup>). Dans le théorème de Wigner concernant les probabilité conjointes  $P_{\psi}(q, p)$  (<sup>4,2</sup>), ce fait joue un rôle explicite fondamental, mais il est formulé et utilisé pour un cas particulier. Dans ce qui suit nous voulons exprimer ce fait dans toute sa généralité et l'utiliser explicitement. A cette fin nous distinguons entre une valeur donnée  $V_k$  de  $k$  (scalaire, vectorielle, etc ...) et le domaine  $Dx_k$  de l'espace physique où cette valeur se réalise, i.e. où se réalisent les propriétés de  $S$  qu'elle représente. Nous concevons donc l'espace  $E_k$  des paramètres  $k$  comme le produit  $E_{V_k} \times E_3$  de l'espace  $E_{V_k}$  des valeurs de  $k$ , avec l'espace physique  $E_3$ .

---

(x) Dans un travail récent (<sup>3,4</sup>) nous avons étudié le cas particulier d'une probabilité conjointe  $P_{\psi}(q, p)$  de la position et la quantité de mouvement, cachée au formalisme quantique, mais supposée observable, i.e. soumise à des conditions marginales indépendantes de l'appareil. C'est A. Shimony qui a suggéré l'intérêt d'une étude du cas général envisagé ici.

Pour  $\psi$  et A donnés il est toujours possible d'imaginer une distribution en  $E_{V_k}$  des valeurs  $V_k$  qui assure la satisfaction de (1), sans devoir tenir compte de la région de  $E_3$  où une valeur  $V_k$  donnée se réalise : il suffit pour celà d'effectuer une partition de  $E_{V_k}$  en domaines disjoints  $DV_k$ , d'assigner au domaine  $DV_k$  la mesure  $\mu_{\psi,A}(DV_k) = P_{\psi,A}(k)$  et de poser que, quel que soit  $P_{\psi,A}$ , tout appareil "bon" pour mesurer A introduit une distribution  $Q_A(k')$  et une fonction  $a(k,k')$  telles que (1) soit satisfaite (cette dernière supposition est à concevoir comme un élément de la définition de la classe d'objets qui peuvent être dénommés "appareils pour mesurer A" : deux tels objets, 1 et 2, peuvent introduire des fonctions différentes  $a_1 \neq a_2$  et des distributions différentes  $Q_{A,1} \neq Q_{A,2}$ , mais - pour  $S^{(\psi)}$  fixé - une valeur donnée de la fonction a doit se réaliser le même nombre de fois lorsque  $a = a_1$  et lorsque  $a = a_2$ ). La possibilité de procédés ad hoc de ce type pour représenter des paramètres cachés compatibles avec les prévisions de la mécanique quantique, a été signalée récemment par Wigner (2) (p : 1006), mais sans tenir compte de l'appareil.

Bien qu'il soit possible ainsi de concevoir des conditions qui assurent (1), sans spécifier l'emplacement spatial d'une valeur  $V_k$ , nous allons néanmoins faire maintenant cette spécification, car, si elle est redondante pour assurer (1), elle est au contraire utile pour établir la non-localité affirmée en  $\pi(n.l.)$ . Nous procédons ainsi : nous désignons par  $Dx_k$  la projection de  $DV_k$  sur  $E_3$  et nous assignons au domaine

$(D_k = DV_k \times Dx_k) \in E_k$  la même mesure qu'au domaine  $DV_k \in E_{V_k}$  :

$$\mu(D_k) = \mu(DV_k \times Dx_k) = \mu(DV_k) = P_{\psi,A}(k) \quad (2)$$

Dorénavant, lorsque cela paraîtra significatif, nous écrirons  $k = k(V_k, Dx_k)$  ou  $P_{\psi,A}(k) = P_{\psi,A}(V_k, Dx_k)$ . Nous devons ici attirer l'attention sur un détail important : dans l'espace abstrait  $E_{V_k}$  rien ne s'oppose à une partition en domaines disjoints,

compatible avec la condition de normation

$$\int \mu_{\psi,A}(DV_k) dV_k = \int P_{\psi,A}(k) dk = 1$$

mais les domaines  $Dx_k$  correspondants de l'espace physique ne sont en général pas disjoints. Cependant ceci ne fait pas obstacle à la condition de normation car la mesure assignée à  $D_k = DV_k \times Dx_k$  est la même que celle assignée à  $DV_k$ .

β) La ségrégation conceptuelle de  $\pi(n.l.)$ .

Préexistence à la mesure, de  $P_{\psi,A}(k)$  : une valeur du paramètre  $k$  est conçue comme représentant des propriétés de  $S$  indépendantes de l'appareil, qui préexistent en  $S$  à tout acte de mesure et qui collaborent avec l'appareil pour produire la valeur observée  $a(k, k')$  de  $A$ . Dans la mécanique quantique le terme "une mesure" - de  $A$  sur  $S$  dans l'état  $\psi$  - possède une signification statistique : il exprime, par définition, que l'on répète un grand nombre de fois une préparation de l'état  $\psi$  pour un système  $S$  suivie d'un enregistrement de  $A$  sur cet  $S^{(\psi)}$ . Dans l'ensemble statistique des  $S^{(\psi)}$  comportées par "une" mesure en ce sens, la valeur du paramètre  $k$  se distribue d'une certaine manière, et c'est cette distribution que nous avons désignée par  $P_{\psi,A}(k)$ . A ce niveau statistique, la préexistence en chaque  $S^{(\psi)}$  individuel de la valeur de  $k$  correspondante, peut s'exprimer en disant que la distribution  $P_{\psi,A}(k)$  est préexistante à "la" mesure de  $A$  sur  $S^{(\psi)}$ . Il est essentiel de comprendre que sans la préexistence à la mesure de  $P_{\psi,A}(k)$ , dans le sens précisé, la ségrégation conceptuelle de  $\pi(n.l.)$ , qui consiste à distinguer l'une de l'autre les entités désignées par  $k, k'$  et  $a(k,k')$ , cesse d'être respectée et la proposition  $\pi(n.l.)$  reste vidée de signification.

Cette préexistence de  $P_{\psi,A}(k)$  à la mesure est exprimée mathématiquement en  $\pi(n.l.)$  par le fait que  $P_{\psi,A}$  et  $Q_A$  y sont supposées indépendantes.

Indépendance de  $\psi$ , de  $a(k, k')$  : Cette indépendance exprime qu'une valeur donnée de  $k$  désigne (globalement) une même propriété d'un système  $S$ , quel que soit l'état de  $S$ . (Ce qui varie d'un état à un autre c'est la distribution statistique  $P_{\psi,A}(k)$ ).

γ) Hypothèse sur  $Dx_k$ .

Selon la mécanique quantique le vecteur "d'état"  $\psi(n,t)$  associé à  $S$  "représente l'état de  $S$ ", et là où  $|\psi(n,t)|^2 = 0$  à un instant  $t$  donné le système  $S$  a une probabilité nulle d'être à  $t$  observé "présent". D'autre part le paramètre  $k$  est introduit comme descripteur d'une propriété physique de  $S$ . Il semble

alors naturel d'admettre que lorsque S est dans l'état de vecteur d'état  $\psi$ , une valeur  $V_k$  n'est définie et donc ne peut se réaliser à un moment donné t que sur un domaine  $Dx_k$  inclus dans (ou coïncidant avec) le domaine de  $E_3$  où  $|\psi(x,t)|^2 \neq 0$ , i.e. sur le support I de  $\psi(x)$  à l'instant t. Dans ce qui suit nous admettrons donc par hypothèse que :

$$Dx_k \subseteq I \quad (3)$$

Wigner a démontré (<sup>42</sup>) qu'une probabilité conjointe  $P_\psi(q,p)$  de valeurs de la position et de la quantité de mouvement observables (i.e.  $P_\psi(q,p)$  est soumise aux conditions marginales - indépendantes de l'appareil -

$$\int P_\psi(q,p) dp = |\psi(q)|^2, \quad \int P_\psi(q,p) dq = |\phi(p)|^2$$

où  $\phi(p)$  est la transformée de Fourier de  $\psi$ , est nulle hors du support de  $\psi$ . L'hypothèse (3) est l'extrapolation de cette conclusion démontrée par Wigner, au cas général envisagé en  $\pi(n.l.)$ , où une probabilité conjointe  $P_\psi(V_k, Dx_k)$  de valeurs inobservables reliées à une observable quelconque A, est soumise, non plus à des conditions marginales indépendantes de l'appareil, mais à la condition de moyenne (1) qui dépend de l'appareil. Il est possible que la relation (3) soit elle aussi démontrable, mais pour l'instant, n'ayant pas pu en réaliser la démonstration, nous l'introduisons par hypothèse.

#### Exemple démontrant $\pi(n.l.)$ .

La proposition  $\pi(n.l.)$  affirme une impossibilité en général, donc pour la démontrer il suffit de produire un exemple où cette impossibilité existe.

#### Choix de l'exemple.

Les vecteurs d'état. Dans le cadre du formalisme quantique pour 1 système nous considérons trois vecteurs d'état  $\psi, \psi_1, \psi_2$ , normés à l'unité et tels que  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ , a et b étant deux constantes complexes assurant la normalisation de  $\psi$ , et les supports  $I_1$  et  $I_2$  de  $\psi_1$  et  $\psi_2$  respectivement étant finis, disjoints, et éloignés l'un de l'autre d'une distance  $d_{12}$  arbitrairement grande.

L'observable. Nous choisissons comme observable le vecteur quantité de mouvement  $\vec{p}$ . Nous introduisons donc les notations correspondantes  $A = \vec{P}$  et  $a(k,k') = \vec{p}(k,k')$ .

Non-localité.

La condition (1) pour  $A = \vec{P}$  et, respectivement, pour  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ ,  $\psi_1$  et  $\psi_2$ , s'écrit :

$$\iint \vec{p}(k, k') P_{\psi, \vec{P}}(\vec{k}) \cdot Q_{\vec{P}}(\vec{k}') dk dk' = \langle \psi | \vec{P} \psi \rangle = \quad (4)$$

$$= |a|^2 \langle \psi_1 | \vec{P} \psi_1 \rangle + |b|^2 \langle \psi_2 | \vec{P} \psi_2 \rangle + a^* b \langle \psi_1 | \vec{P} \psi_2 \rangle + ab^* \langle \psi_2 | \vec{P} \psi_1 \rangle$$

$$\iint \vec{p}(k, k') P_{\psi_1, \vec{P}}(\vec{k}) Q_{\vec{P}}(\vec{k}') dk dk' = \langle \psi_1 | \vec{P} \psi_1 \rangle \quad (5)$$

$$\iint \vec{p}(k, k') P_{\psi_2, \vec{P}}(\vec{k}) Q_{\vec{P}}(\vec{k}') dk dk' = \langle \psi_2 | \vec{P} \psi_2 \rangle \quad (6)$$

Désignons un intervalle de  $E_3$  qui est inclus en  $I_1$  ou en  $I_2$ , respectivement par  $D_1x$  ou  $D_2x$ , et notons  $k(V_k, D_1x) = k^{(1)}$ ,  $k(V_k, D_2x) = k^{(2)}$ . Les relations (2) et (3) entraînent pour  $\psi_1$  et  $\psi_2$

$$P_{\psi_1, \vec{P}}(\vec{k}) = P_{\psi_1, \vec{P}}(V_k, D_1x) = P_{\psi_1, \vec{P}}(k^{(1)}) = \mu_{\psi_1, \vec{P}}(DV_k \cdot D_1x) \quad (7)$$

$$P_{\psi_2, \vec{P}}(\vec{k}) = P_{\psi_2, \vec{P}}(V_k, D_2x) = P_{\psi_2, \vec{P}}(k^{(2)}) = \mu_{\psi_2, \vec{P}}(DV_k \cdot D_2x) \quad (8)$$

Pour  $\psi$  les relations (2) et (3) entraînent :

$$P_{\psi, \vec{P}}(\vec{k}) = \mu_{\psi, \vec{P}}(DV_k \cdot Dx_k) \quad (9)$$

où  $Dx_k$  est soumis à la condition :

$$Dx_k \subseteq (I = I_1 \cup I_2) \quad (10)$$

Comme selon notre choix de l'état  $\psi$ ,  $I_1 \cap I_2 = \emptyset$ , la condition (10) est compatible avec, et seulement avec, toute partition de  $Dx_k$  en deux intervalles  $D_1x$  et  $D_2x$  tels que :

$$Dx_k = D_1x \cup D_2x \quad (11)$$

$$D_1x \subseteq I_1, D_2x \subseteq I_2, D_1x \cap D_2x = \emptyset$$

(En particulier, les possibilités  $D_1x = 0$  ou  $D_2x = 0$  restent aussi ouvertes).



Les relations (9) → (11) entraînent :

$$P_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(k) = \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot Dx_k) = \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot (D_1x \cup D_2x)) =$$

$$= \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_1x) \cup (DV_k \cdot D_2x) = \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_1x) + \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_2x) \quad (12)$$

où la décomposition additive de  $\mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow$  exprimée par la dernière égalité de (12) est une conséquence du fait que dans l'espace  $E_k = E_{V_k} \times E_3$ , les domaines  $(DV_k \cdot D_1x)$  et  $(DV_k \cdot D_2x)$  sont disjoints, parce que  $D_1x \cap D_2x = \emptyset$ .

Les relations (4), (5), (6) montrent que en général :

$$P_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(k) \neq P_{\psi_1, \vec{p}} \rightarrow(k^{(1)}) + P_{\psi_2, \vec{p}} \rightarrow(k^{(2)}) \quad (13)$$

En effet, si l'on tient compte du fait que pour tout

$\psi$ ,  $\langle \psi | \vec{p} \rangle = \int |\phi_\psi(\vec{p})|^2 \vec{p} d\vec{p}$  où  $\phi_\psi(\vec{p})$  est la transformée de Fourier de  $\psi$ , et en notant  $\phi_{12}(\vec{p})$ ,  $\phi_1(\vec{p})$ ,  $\phi_2(\vec{p})$  les transformées de Fourier de, respectivement,  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ ,  $\psi_1$  et  $\psi_2$ , l'on voit facilement que l'égalité  $P_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(k) = P_{\psi_1, \vec{p}} \rightarrow(k^{(1)}) + P_{\psi_2, \vec{p}} \rightarrow(k^{(2)})$  exigerait que les produits  $\phi_1^* \phi_2$  et  $\phi_1 \phi_2^*$  soient nuls identiquement en  $\vec{p}$ . Or ceci n'est pas vrai pour les états choisis car  $\psi_1$  et  $\psi_2$  ayant des supports finis,  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont des fonctions analytiques de leurs arguments et donc ne peuvent pas s'annuler sur tout intervalle fini.

Tenant compte de (7), (8) et (13), l'on trouve qu'il faut admettre en général :

$$\mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_1x) + \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_2x) \neq \mu_{\psi_1, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_1x)$$

$$+ \mu_{\psi_2, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_2x) \quad (14)$$

Donc en général il faut admettre :

$$\left. \begin{aligned} \left[ P_{\psi_1, \vec{p}} \rightarrow(k^{(1)}) = \mu_{\psi_1, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_1x) \right] &\neq \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_1x) \\ \left[ P_{\psi_2, \vec{p}} \rightarrow(k^{(2)}) = \mu_{\psi_2, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_2x) \right] &\neq \mu_{\psi, \vec{p}} \rightarrow(DV_k \cdot D_2x) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Les inégalités de (15) expriment que les distributions  $P_{\psi, p} \rightarrow$ ,  $P_{\psi_1, p} \rightarrow$ ,  $P_{\psi_2, p} \rightarrow$  qui doivent préexister - au sens de (β) - à une mesure de  $p$  sur, respectivement  $S^{(\psi)}$ ,  $S^{(\psi_1)}$ ,  $S^{(\psi_2)}$ , afin que les conditions, respectivement, (4), (5), (6) soient remplies, sont telles que les propriétés en  $I_1$  des  $S^{(\psi_1)}$  - requises par  $P_{\psi_1, p} \rightarrow$  de (5) - sont statistiquement différentes des propriétés en  $I_1$  des  $S^{(\psi)}$  - requises par  $P_{\psi, p} \rightarrow$  de (4); et de même les propriétés en  $I_2$  des  $S^{(\psi_2)}$  - requises par  $P_{\psi_2, p} \rightarrow$  de (6) - sont statistiquement différentes des propriétés en  $I_2$  des  $S^{(\psi)}$  - requises par  $P_{\psi, p} \rightarrow$  de (4). Or ceci entraîne que les conditions (4), (5) et (6) ne peuvent pas être satisfaites toutes les trois à tout instant où l'un des vecteurs  $\psi$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  existe, sans devoir postuler des effets non-locaux : si la condition (4) pour  $\psi$  est satisfaite, la condition (5) pour  $\psi_1$  ne peut être remplie à tout instant de l'évolution de  $\psi_1$  que si des influences non-locales agissent, et il en est de même pour  $\psi_2$ .

En effet :

Admettons par hypothèse que (4) - qui transcrit la condition (1) pour  $\psi$  - est vraie.

Si  $S$  se trouve dans l'état  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$  et un instrument approprié - "filtre" ou "obturateur" - supprime les caractéristiques de  $S$  décrites par le terme  $b\psi_2$  de support  $I_2$ , alors, selon la mécanique quantique, le nouvel état de  $S$  doit être représenté par le terme de support  $I_1$  seul, renormé à l'unité, i.e. par le vecteur d'état  $\psi_1$ . Donc, selon la mécanique quantique l'état représenté par  $\psi_1$  de support  $I_1$ , peut se préparer à partir de  $\psi$  par une action sur  $S^{(\psi)}$  qui a lieu en  $I_2$ , séparé de  $I_1$  par la distance arbitrairement grande  $d_{12}$ . Considérons alors de telles préparations de  $\psi_1$  à partir de  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ . Lors d'une telle préparation l'une des deux possibilités complémentaires suivantes doit être vraie :

- (a) les propriétés de  $S^{(\psi)}$  sur  $I_1$  ne changent pas
- (b) les propriétés de  $S^{(\psi)}$  sur  $I_1$  changent.

Si (a) est vraie la première des inégalités (15) montre que la condition (5) pour  $\psi_1$  ne peut pas être satisfaite, car les propriétés de S en  $I_1$  correspondant à  $P_{\psi, p} \rightarrow(k)$  exigée par (4) sont différentes de celles correspondant à  $P_{\psi_1, p} \rightarrow(k^{(1)})$  exigée par (5).

Si (b) est vraie, alors l'une des deux nouvelles possibilités complémentaires suivantes doit être vraie :

(b<sub>1</sub>) l'influence d'une action d'un objet (l'instrument de préparation de  $\psi_1$  à partir de  $\psi$ ) sur S en  $I_2$ , peut modifier instantanément les propriétés de S en  $I_1$ ,

(b<sub>2</sub>) la négation de (b<sub>1</sub>).

Si (b<sub>1</sub>) est vraie, alors (5) peut être satisfaite pour  $\psi_1$ , aussi bien que (4) pour  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ , mais on aura admis des influences non-locales. Si (b<sub>2</sub>) est vraie, alors - (4) étant admise satisfaite - (5) ne peut être satisfaite qu'après un temps non-nul à partir du moment où la préparation de  $\psi_1$  est accomplie. En particulier, si l'influence est "locale" i.e. se propage avec une vitesse plus petite ou égale à la vitesse c de la lumière, alors le temps pendant lequel (5) n'est pas satisfaite est au moins égal à  $(c \cdot d_{12})$ .

Un raisonnement analogue vaut pour  $\psi_2$  préparé à partir de  $\psi$ .

Nous concluons que la condition (1) ne peut pas être satisfaite pour tous les trois vecteurs d'états  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ ,  $\psi_1$  et  $\psi_2$ , à tout instant de leur évolution, sans qu'il existe des influences non-locales qui affectent S.

Ainsi la proposition  $\pi(n, \ell)$  est démontrée.

Indépendamment de toute investigation expérimentale,  $\pi(n, \ell)$  établit un nouvel exemple d'implication non-locale dans la mécanique quantique, ayant des conséquences en principe observable

### III - ETUDE EXPERIMENTALE.

La proposition de non-localité  $\pi(n, \ell)$  a été démontrée à l'aide d'un exemple. De ce fait la démonstration laisse ouvertes deux possibilités :

(a) Dans le cas particulier de l'exemple les prévisions de la mécanique quantique ne sont pas toutes vraies, et alors les implications non-locales comportées par ces prévisions peuvent ne pas exister.

(b) Toutes les prévisions de la mécanique quantique sont vraies, et alors les implications non-locales comportées par les prévisions de l'exemple, existent.

Examinons les possibilités d'étude expérimentale de cette alternative.

### Signification du terme "mesure de $\vec{p}$ ".

Problème. Les deux "observables" fondamentales de la mécanique quantique sont la position et la quantité de mouvement. Pourtant - très paradoxalement- il est difficile de trouver un procédé pour lequel les théoriciens soient tous d'accord qu'il mérite le qualificatif de "mesure de  $\vec{p}$ ", selon la mécanique quantique. Selon J.S. Bell\* par exemple, le seul procédé autorisé par la mécanique quantique est celui qui consiste à laisser le système aller très loin, en évolution libre, et voir ensuite où il est allé (la méthode du "temps de vol" proposée par Feynmann (1965) et étudiée en détail par Park et Margenau (43)). Mais il se trouve que - pour étudier expérimentalement les aspects directement reliés à la localité (temps de transmission d'influences) - cette méthode est inutilisable, de par son principe même, car elle met en jeu des distances et des durées grandes (objection de J.S. Bell).

En outre lorsqu'on essaie de comprendre comment on pourrait véritablement enregistrer la distribution des positions en  $\psi$  pour  $t \rightarrow \infty$ , on rencontre des difficultés, car ces positions se distribuent en volume, et tout écran intègre, et en surface. Cependant les expérimentateurs font évoluer la microphysique en effectuant continuellement des enregistrements qu'ils dénomment "mesures de  $\vec{p}$ " (par trace dans des chambres à bulle, à étincelle, dans des émulsions- par diffusion, par déflexion en champs extérieurs, etc ...) et dont ils utilisent les résultats dans des calculs faits à l'aide du formalisme quantique.

Nous proposons alors la succession suivante d'opérations pour définir clairement une "mesure de  $\vec{p}$ " et identifier une voie d'accès vers l'étude de  $\pi(n.l.)$  par l'expérience :

Etalonnage. L'on peut utiliser comme étalons pour qualifier un procédé comme "mesure de  $\vec{p}$ ", soit des distributions de  $\vec{p}$  pré-établies par préparation, soit la mesure de  $\vec{p}$  par la "méthode du temps de vol", à supposer que l'on sache la faire.

\* Echange d'idées privé.

Supposons que par préparation on se trouve en présence d'un cas où l'on connaît le spectre des  $\vec{p}$  (paquets pratiquement plans et monochromatiques d'énergie connue, paquets sphériques monochromatiques, paquets gaussiens de constantes et centre connus, etc.). Dans un tel état, l'on peut effectuer des enregistrements qui, selon les expérimentateurs, fournissent des renseignements sur ce qu'on appelle  $\vec{p}$ . Si la distribution fournie par les enregistrements faits selon une méthode donnée, concorde avec la distribution théorique pour  $\vec{p}$  exigée par la préparation de l'état, la méthode respective est étalonnée désormais comme "bonne mesure de  $\vec{p}$ ".

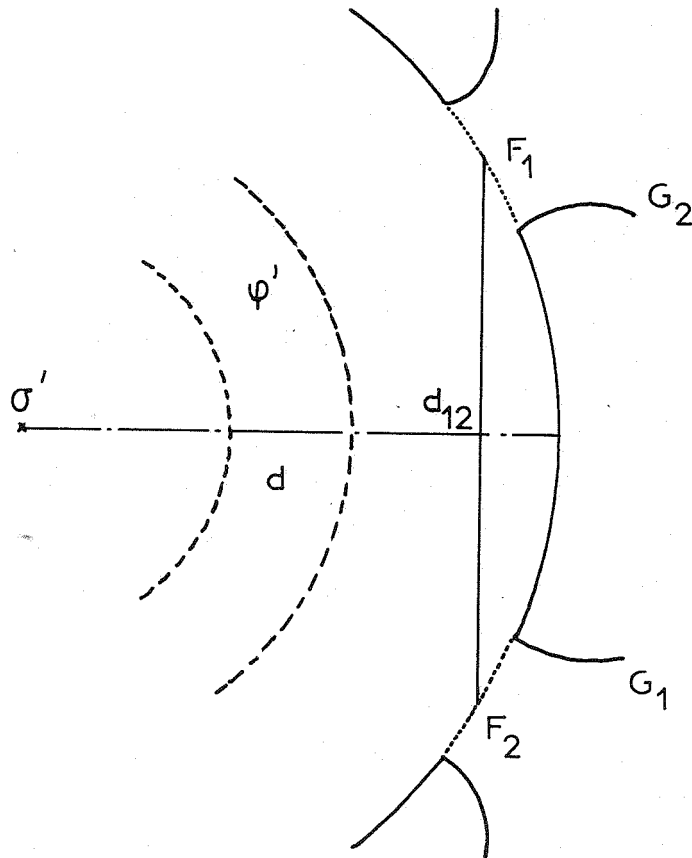
Supposons aussi que dans un état quelconque  $\psi$  où le spectre de  $\vec{p}$  n'est pas connu, l'on réussisse à enregistrer ce spectre au sens de la "méthode du temps de vol". Alors toute autre méthode qui, pour le même  $\psi$ , fournit le même spectre, peut être qualifiée comme "bonne mesure de  $\vec{p}$ ".

Parmi les procédés qualifiés comme bonnes mesures de  $\vec{p}$ , selon l'une ou l'autre des deux méthodes d'étalonnage indiquées, il faudra ensuite en identifier au moins un qui convienne aux exigences spécifiques de l'expérience esquissée dans la suite de ce chapitre.

#### Préparations.

Une source ponctuelle et non-monochromatique  $\sigma$ , de faible intensité mais d'énergie convenablement choisie, émet des systèmes  $S$  de masse au repos non-nulle. A une distance  $d$  de  $\sigma$  se trouve un écran sphérique  $\mathcal{E}$  de rayon  $d$  et centré sur  $\sigma$ , ayant deux fenêtres circulaires  $F_1$  et  $F_2$  dont les centres sont séparés par la distance arbitrairement grande  $d_{12}$ . A droite de  $\mathcal{E}$  les ouvertures  $F_1$  et  $F_2$  se continuent par des parois absorbantes évasées ayant le rôle de guides,  $G_1$  et  $G_2$  (figure).

Dans ces conditions chaque système individuel  $S$  émis par  $\sigma$  est décrit, à gauche de  $\mathcal{E}$ , par un paquet d'ondes sphériques  $\psi'$  dont le front atteint à un moment donné, simultanément, les deux fenêtres  $F_1$  et  $F_2$ , quelle que soit  $d$  et quelle que soit  $d_{12}$ . A droite de  $\mathcal{E}$  les fenêtres  $F_1$ ,  $F_2$  transmettent deux paquets  $\psi_1$  et  $\psi_2$ , qui, à cause des guides  $G_1$ ,  $G_2$ , ont des supports  $I_1$  et  $I_2$  finis et disjoints, arbitrairement éloignés l'un de l'autre en conséquence de la valeur arbitrairement grande de la



distance  $d_{12}$ . Selon la mécanique quantique, chaque système  $S$  émis par  $\sigma$  est alors décrit à droite de  $\mathcal{E}$  par un vecteur d'état  $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_2$  avec  $I_1 \cap I_2 = \emptyset$  et  $I_1, I_2$  arbitrairement éloignés l'un de l'autre. Ainsi, à droite de  $\mathcal{E}$ , l'on aura préparé un état de superposition correspondant à celui conçu pour la démonstration de la proposition  $\pi(n, \ell)$ .

L'état  $\psi_1$  peut se préparer à partir de  $\psi$  en introduisant en  $G_2$ , à une distance  $\delta$  à droite de  $F_2$ , une paroi absorbante. L'état  $\psi_2$  peut être préparé de manière analogue.

Etape 1 : Vérification de l'inégalité (13).

L'inégalité (13) se trouve à la base de l'implication de non-localité démontrée dans notre exemple. Si cette inégalité n'est pas vraie, l'implication de non-localité cesse de s'imposer. On peut donc, dans une première étape, vérifier l'inégalité (13). Ceci peut être fait en mesurant  $\vec{p}$  en  $\psi$ , puis en  $\psi_1$  (la fenêtre  $F_1$  fermée), puis en  $\psi_2$ , et en confrontant les ré-

sultats pour établir si oui ou non la non-additivité (13) est vraie. Comme l'étude de la localité n'est pas l'objet de cette première étape, la mesure de  $\vec{p}$  peut être réalisée en ce cas par la méthode du temps de vol - si elle est praticable - ou par une autre méthode habilitée préalablement. Le problème qui se pose à ce niveau et qu'il faudra traiter, est d'établir les conditions théoriques d'observabilité du terme quantique d'interférence pour  $\vec{p}$  dans un état  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ ,  $I_1, I_2$  finis,  $I_1 \cap I_2 = \emptyset$  et d'identifier des procédés qui assurent une résolution en  $\vec{p}$  suffisante pour percevoir ce terme, s'il existe.

Si (13) ne se vérifie pas, l'implication non-locale de la mécanique quantique démontrée plus haut ne s'impose pas, pour la raison que la prévision quantique pour  $\vec{p}$  en  $\psi = a\psi_1 + b\psi_2$ ,  $I_1 \cap I_2 = \emptyset$  est fautive. Si (13) se vérifie, l'étape suivante est significative.

#### Etape 2 : vérification de non-localité.

Admettons par exemple que l'enregistrement de traces dans une émulsion sensible soit une "mesure de  $\vec{p}$ " habilitée et à résolution en  $\vec{p}$  acceptable. Un absorbant qui obture le guide  $G_2$  à une distance  $\delta$  de  $F_2$ , prépare  $\psi_1$  à partir de  $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_2$ , à partir du moment  $t$  auquel les fronts des paquets  $\psi_1$  et  $\psi_2$  atteignent le niveau  $\delta$  - chacun dans son guide respectif, mais simultanément, par la symétrie de l'appareil. Dans le guide  $G_1$ , à une distance  $\delta'$  de  $F_2$  se trouve une surface couverte d'émulsion sensible. La condition suivante doit être satisfaite (la durée de parcours de la longueur d'une trace étant négligée) :

$$\frac{\delta' - \delta}{v_S} > \frac{d_{12}}{c} \quad (16)$$

où  $v_S$  est la vitesse d'un système  $S$  et  $c$  est la vitesse de la lumière. Si-dans les conditions (16) - la distribution des  $\vec{p}$  enregistrée pour  $\psi_1$  préparé à partir de  $\psi$  est celle trouvée pour  $\psi_1$  dans l'étape 1, alors il faut admettre, ou bien que les propriétés de  $S$  qui déterminent une valeur observée de  $\vec{p}$  peuvent se réaliser ailleurs que sur le support du vecteur d'état de  $S$  (l'hypothèse (3) fautive), ou bien qu'il existe des

influences non-locales allant de  $I_2$  à  $I_1$  et produites par l'interaction de  $S$  avec l'absorbant de  $G_2$ . Le problème peut-être très difficile - qui se pose dans cette étape, est de pouvoir deviser une "bonne" mesure de  $\vec{p}$  qui soit compatible avec (16) - i.e. de durée négligeable - et qui ait, en plus, un pouvoir de résolution suffisant pour observer les interférences en  $\vec{p}$ . Toutefois, lorsque l'interfrange et le contraste dans l'espace des  $\vec{p}$  auront été calculés en fonction de  $d_{12}$ , et des caractéristiques de  $S^{(\psi)}$  (masse, vitesse,  $I_1$ ,  $I_2$ , structure Fourier de  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ), il ne semble pas improbable que l'on puisse arriver à réaliser des conditions compatibles à la fois avec (16) et avec les exigences de perceptibilité des franges de l'espace des  $\vec{p}$  (supposées établies comme existantes dans l'étape 1).

L'expérience esquissée, si elle était réalisée, pourrait fournir un nouveau biais pour l'étude du problème fondamental de la non-localité.

#### IV - C O N C L U S I O N .

Les prévisions du formalisme quantique pour "un système" - tout comme celles du formalisme quantique pour "2 systèmes" - sont en contradiction avec le concept d'une variable représentant des propriétés cachées qui détermineraient la valeur observée dans un acte de mesure individuel, par un processus local compatible avec les principes de la théorie de la relativité. Dans cette contradiction le concept de variable cachée joue en fait le rôle de révélateur d'un conflit qui est extérieur à ce concept et qui oppose la théorie de la relativité à la description quantique des micro-systèmes, tout en soulevant en même temps des problèmes difficiles et trop longtemps ignorés concernant la structure d'espace-temps que l'on peut assigner à l'objet dénommé "un système" (44), (45), (35). En effet, si l'on renonçait désormais au concept de variable cachée, les problèmes de non-localité que ce concept a permis de mettre en évidence continueraient de solliciter l'entendement, car ces problèmes, une fois perçus, apparaissent maintenant comme enracinés directement dans les prévisions de la mécanique quantique. C'est en cela que se trouve la force particulière des problèmes de non-localité : ils remettent en question l'entière conception actuelle sur la réalité physique. Les prudences et les inerties de langage cachent encore souvent la véritable nature du conflit qui est apparu : on s'exprime encore souvent en termes de paramètres non-locaux, cependant que dans



les expériences et dans leur interprétation ce sont la mécanique quantique et la localité des phénomènes naturels - donc la théorie de la relativité - qui se trouvent sous examination. On soumet à l'interrogatoire les Dieux, mais on les appelle pour l'instant par un autre nom.

#### REMERCIEMENTS.

Cette étude est issue d'un échange d'idées avec A. Shimony qui a explicitement demandé - afin de pouvoir admettre que le formalisme quantique pour 1 système soulève lui aussi des problèmes de non-localité - qu'une proposition du type de  $\pi(n,\lambda)$  soit démontrée. En ce qui concerne la possibilité d'une recherche expérimentale correspondant à la proposition théorique démontrée je suis reconnaissante à J.S. Bell d'avoir accepté un échange d'idées par lettres qui m'a beaucoup orientée.

## BIBLIOGRAPHIE

- (<sup>1</sup>) J.S. Bell : Physics, 1 (1965), 195.
- (<sup>2</sup>) E.P. Wigner : Am. J. Phys. 38 (1970), 1005.
- (<sup>3</sup>) R. Thom : Stabilité Structurale et Morphogénèse, Ediscience, Paris (1972).
- (<sup>4</sup>) J.S. Bell : in "Proceedings of the International School of Physics" "Enrico Fermi", Course IL, Varenna (1970), Academic Press (1971).
- (<sup>5</sup>) J.F. Clauser, R.A. Holt, M.A. Home, A. Shimony: Phys. Rev. Letters 23, 880 (1969).
- (<sup>6</sup>) K. Popper : in "Perspectives in Quantum Theory", ed. by W. Yourgrau and A. Van der Merwe, M.I.T. Press (1971).
- (<sup>7</sup>) H.P. Stapp : Phys. Rev. D3 (1971), 1303.
- (<sup>8</sup>) J.S. Bell : Science, 177 (1972), 880.
- (<sup>9</sup>) P.M. Pearle : Phys. Rev. D2 (1970), 1418.
- (<sup>10</sup>) J.H. Mc Guire and E.S. Fry : Phys. Rev. D7 (1972), 555.
- (<sup>11</sup>) S. Freedman and E.P. Wigner : Found. of Phys. 3 (1973), 457.
- (<sup>12</sup>) F.J. Belinfante : "A survey of hidden variables theories" Pergamon (1973).
- (<sup>13</sup>) V. Capasso, D. Fortunato and F. Selleri : Int. J. Theor. Phys. 7 (1973), 319.
- (<sup>14</sup>) J.F. Clauser and M.A. Horne : Phys. Rev. D10 (1974), 526.
- (<sup>15</sup>) M. Jammer : "The philosophy of quantum mechanics", Wiley (1974) : en particulier les références à T.D. Lee (p.308) et R. Friedberg (p. 244, 309, 324).
- (<sup>16</sup>) D. Gutkowski and G. Masotto : Nuovo Cimento, 22B (1974), 1921.

- (<sup>17</sup>) J.S. Bell : in "The Physicist's Conception of Nature", ed. by J. Mehra, D. Reidel (1973).
- (<sup>18</sup>) G. Corleo, D. Gutkowski and G. Masotto : à paraître (Palerme 1974).
- (<sup>19</sup>) H.P. Stapp : à paraître (Berkeley, 1975).
- (<sup>20</sup>) D. Bohm and B. Hiley : à paraître (Birbeck College, 1975).
- (<sup>21</sup>) A. Baracca : à paraître (Firenze, 1975).
- (<sup>22</sup>) A. Baracca, D. Bohm, B. Hiley and A. Stuart : à paraître (Birbeck College, 1975).
- (<sup>23</sup>) L.R. Kasday : in (Proceedings of the International School of Physics "F. Fermi", Course II, Varenna (1970) Academic Press (1971).
- (<sup>24</sup>) L.R. Kasday, J.D. Ullman and C.S. Wu : à paraître (Columbia 1975).
- (<sup>25</sup>) S.J. Freedman and J.F. Clauser : Phys. Rev. Letters, 28 (1972), 938.
- (<sup>26</sup>) M. Laméhi and W. Mittig : Fundamenta Scientiae n° 40, Strasbourg (1975).
- (<sup>27</sup>) G. Faraci, D. Gutkowski, S. Notarrigo and A.R. Penissi : Lettere al Nuovo Cimento, 9 (1974), 607.
- (<sup>28</sup>) R.A. Holt and F.M. Pipkin : à paraître (Harvard, 1974).
- (<sup>29</sup>) G. Lochak : Epistemological letters, Ass. F. Gonseth.
- (<sup>30</sup>) O. Costa de Beauregard : Epistemological letters, Ass. F. Gonseth.
- (<sup>31</sup>) A. Horne and A. Shimony : Epistemological Letters, Ass. F. Gonseth (1972), Mars.
- (<sup>32</sup>) A. Shimony : Epistemological Letters, Ass. F. Gonseth, Nov. 1975.
- (<sup>33</sup>) J.S. Bell : Epistemological Letters, Ass. F. Gonseth (Mars 1976).
- (<sup>34</sup>) M. Mugur-Schachter : Fundamenta Scientiae n° 31, Strasbourg (1975).

- (<sup>35</sup>) M. Mugur-Schachter : à paraître (1976).
- (<sup>36</sup>) A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen : Phys. Rev. 47 (1935), 777.
- (<sup>37</sup>) L. de Broglie : Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire : la théorie de la double solution, Gauthier-Villars, Paris (1956).
- (<sup>38</sup>) L. de Broglie : Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris (1963).
- (<sup>39</sup>) L. de Broglie : La thermodynamique de la particule isolée, Gauthier-Villars, Paris (1964).
- (<sup>40</sup>) D. Bohm, Phys. Rev. 85 (1952), 166 et 180.
- (<sup>41</sup>) M. Mugur-Schachter et collaborateurs : à paraître.
- (<sup>42</sup>) E.P. Wigner : in "Perspectives in quantum theory" ed. by W. Yourgrau and A. Van der Merwe, M.I.T. Press (1971).
- (<sup>43</sup>) J.L.Park and H. Margenau : int. J. Theor. Phys. 1 (1968), 211.
- (<sup>44</sup>) D. Bohm : Foundations of Physics, 1 (1971), 359; 3 (1973), 139.
- (<sup>45</sup>) D. Finkelstein : Phys. Rev., 184 (1969), 1261; D5 (1972), 320; D5 (1972), 2922.