

LINEAR AND NON LINEAR WAVES

par G.B. WITHAM (Wiley 1974)

(compte-rendu de lecture)

Les concepts d'onde et de probabilité, tout en étant constamment invoqués en microphysique, restent mal maîtrisés par les usagers de la mécanique quantique. Ceci est sans doute dû à ce que ces concepts partagent le même sort dans la théorie quantique, où ils ne jouent techniquement qu'un rôle de second plan, n'intervenant en fait qu'au niveau de l'interprétation. La théorie des opérateurs dans l'espace de Hilbert occulte la théorie des probabilités et la théorie des ondes. Cette dernière est en réalité d'une richesse peu connue, la plupart des physiciens identifiant onde et onde sinusoïdale solution d'une équation hyperbolique. Durant les dernières années on a vu apparaître un grand intérêt pour les équations d'onde non linéaires et leurs solutions qui présentent une certaine stabilité spatio-temporelle, les solitons.

Le livre de G.B. Witham a le mérite de traiter l'ensemble des phénomènes ondulatoires en incluant les résultats les plus récents. Il constitue certainement le meilleur ouvrage d'introduction et de référence sur ce sujet.

Il n'existe pas de définition précise unique de ce qui constitue une onde. De nombreuses définitions restricti-

ves peuvent être données, mais si l'on veut englober tout le domaine des phénomènes ondulatoires il semble préférable de se laisser guider par la conception intuitive selon laquelle une onde est un signal identifiable qui se propage dans un milieu avec une vitesse définie.

On peut cependant distinguer deux classes principales :

- 1) les ondes hyperboliques solutions d'une équation hyperbolique;
- 2) les ondes dispersives, dont les ondes dispersives linéaires sont un cas particulier.

Les deux catégories peuvent se recouvrir, comme c'est le cas pour l'équation de Klein Gordon. La distinction entre ondes linéaires et non linéaires peut s'effectuer à l'intérieur de chacune des deux catégories précédentes. On voit donc pourquoi, alors que le titre du livre distingue les ondes linéaires et les ondes non linéaires, le livre lui-même se subdivise en deux parties : ondes hyperboliques et ondes dispersives. C'est l'intervention simultanée de la non linéarité et de la dispersion qui est à l'origine des propriétés particulières du soliton.

La théorie des ondes non linéaires est un vieux sujet, particulièrement cher aux physiciens qui s'inspirent des idées de Louis de Broglie, exprimées dans la théorie de la double solution, ou à ceux qui s'intéressent à la théorie quantique des champs non linéaire. Ainsi la propriété fondamentale des solitons, de se traverser sans perdre leur individualité, qui semble avoir attiré l'attention en 1965 pour l'équation de Korteweg-De Vries, avait déjà été remarquée par G. Lochak en 1960 sur une équation non linéaire de l'électrodynamique, celle de Born-Infeld (G. Lochak, Comptes-Rendus Acad. Sc. 250, p. 1985 et 2146, 1960)

L'étude de l'équation de Korteweg-De Vries a mené à la découverte d'une nouvelle méthode de physique mathématique, la méthode du problème inverse de la diffusion, applicable à de nombreux problèmes non linéaires.

On ne peut que chaudement recommander le livre de Witham comme introduction à tous ces sujets passionnants, en signalant quelques références spécialisées :

Scott (A.C.), CHU (F.Y.F.) Mc Laughlin (D.W.)
Proc. I.E.E.E. 61, 1443-1483, 1973 :
The soliton : a new concept in applied science.

Karpman (V.I.) :
Non linear waves in dispersive media. Pergamon Press
1975.

ainsi que pour les travaux concernant l'emploi du soliton en théorie quantique des champs :

Physics Reports 23, n° 3, 1976 :
Extended systems in field theory.

S. Diner