

SUR LA RÉALITÉ PHYSIQUE DU PARADOXE D'EINSTEIN

par M. O. COSTA DE BEAUREGARD

Institut Henri Poincaré

11, rue Pierre et Marie Curie

75231 PARIS CEDEX 05

(manuscrit reçu le 22 Mars 1977)

Résumé : La réalité physique du paradoxe d'Einstein (1927), plus communément appelé "paradoxe E.P.R." (1935), résulte de récentes et précises expériences sur les cascades atomiques. On déduit ici de manière élémentaire les formules des corrélations de polarisation que l'expérience vérifie, et exprime la différence entre les probabilités de transition "néoquantique" (vérifiée) et "paléquantique" (controuvée) en tant que liée à la substitution de la loi d'addition des amplitudes à celle des probabilités partielles. On montre aussi que la totale symétrie passé-futur du "collapse du Ψ " est inhérente au formalisme "néoquantique" lui-même (surtout sous sa forme relativiste), où elle crée le "paradoxe" correspondant à ceux de Loschmidt et de Zermelo en mécanique statistique classique. La relation étroite entre la "non séparabilité" des deux mesures distantes considérées par Einstein, et la "non localité" au sens de la théorie des antiparticules de Feynman, consiste dans les deux cas dans un liaison du genre espace établie par deux vecteurs du genre temps. Le relais peut d'ailleurs être situé soit dans le passé (corrélacion d'Einstein proprement dite) soit dans le futur (expériences de Pfligor et Mandel). Le formalisme de la matrice S de Feynman permet une présentation synthétique des deux cas.

Travail exposé au Séminaire de la Fondation Louis de Broglie le 17 Octobre 1977.

I - INTRODUCTION

Au Conseil Solvay de 1927, Einstein (1) avec sa sagacité coutumière, énonça ce qui pourrait bien être le paradoxe central de la "nouvelle mécanique quantique" issue, de 1924 à 1927, des travaux de L. de Broglie, Schrödinger, Heisenberg, Born, Dirac.

Un paradoxe, au sens fondamental des dictionnaires, est "un énoncé surprenant, mais vrai". L'héliocentrisme de Copernic en reste l'exemple type. Un tel paradoxe étant essentiellement irréductible, le problème est de l'énoncer en termes adéquats, comme le fit Einstein en exprimant verbalement les conséquences des formules du groupe de Lorentz-Poincaré. Ainsi apparaît l'expression d'un nouveau paradigme.

Le paradoxe d'Einstein, pour en revenir à lui, réunit en un faisceau plusieurs des traits spécifiques de la mécanique néo-quantique (2) constituée de 1924 à 1927 :

- Conséquences souvent "surprenantes" de la substitution de la loi d'addition des amplitudes partielles (le module de cette somme étant ensuite élevé au carré) à celle des probabilités partielles, ce qui est le trait d'un calcul ondulatoire des probabilités.

- Reformulation sui-generis du contraste entre la symétrie temporelle intrinsèque de la transition stochastique élémentaire (dite ici collapse du ψ) avec la dissymétrie macroscopique de fait dite irréversibilité physique (croissance de la probabilité, retardation des ondes). En mécanique statistique et calcul des probabilités classiques ce contraste avait donné lieu aux paradoxes de Loschmidt et de Zermelo. En "mécanique néo-quantique" et "calcul ondulatoire des probabilités" il donne lieu au paradoxe d'Einstein (1), plus communément dit d'Einstein, Podolsky et Rosen (3), discuté par la suite à de multiples reprises.

La réalité du paradoxe est de plus en plus confirmée expérimentalement (4). L'expérience la plus cruciale, énoncée dans son principe par Bohm et Aharonov (5), et définie sous une forme réalisable par A. Aspect (6), reste pourtant à faire : celle où la spécification des deux mesures distantes entre elles, L et N, sera déterminée après que les deux sous-systèmes corrélés se seront

séparés en C. Si la formule donnée par le "néo-calcul ondulatoire des probabilités" reste vérifiée dans ces conditions, la "réalité du paradoxe d'Einstein" sera prouvée en des termes laissant peu d'échappatoires.

II - Théorie élémentaire des corrélations de polarisation des paires de photons issues d'une cascade atomique

Parmi les expériences, déjà assez nombreuses, consacrées au paradoxe d'Einstein, je sélectionne ici, comme étant particulièrement démonstratives et précises, les trois (4) qui répondent au présent sous-titre. Essentiellement, les deux photons a et b issus d'une cascade C (discernables l'un de l'autre parce que leurs fréquences, inégales, sont mesurées) parcourent en sens opposés le même axe x, traversent respectivement deux polariseurs linéaires L et N dont les orientations autour de x sont notées A et B, et sont comptés en coïncidences (fig. 1). Deux types de cascades, 0-1-0 et 1-1-0, ont été utilisés. Chaque mesure, ou question posée en L ou N, comporte deux réponses disjointes possibles : oui, notée 1, et non, notée 0. Les prédictions néo-quantiques pour les probabilités des quatre réponses possibles à la question "L et N" sont respectivement, avec par définition

$$(1) \quad \alpha \equiv A - B,$$

pour les cascades 0-1-0

$$(2) \quad \langle 1,1 \rangle = \langle 0,0 \rangle = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha \quad \langle 0,1 \rangle = \langle 1,0 \rangle = \frac{1}{2} \sin^2 \alpha,$$

et pour les cascades 1-1-0

$$(3) \quad \langle 1,1 \rangle = \langle 0,0 \rangle = \frac{1}{2} \sin^2 \alpha \quad \langle 0,1 \rangle = \langle 1,0 \rangle = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha.$$

Elles sont extrêmement bien vérifiées par les expériences (4). Je les déduirai un peu plus loin par des raisonnements élémentaires.

Si ces résultats avaient pu être obtenus avant 1924, du temps de la mécanique "paléo-quantique" (2) impliquant le calcul classique des probabilités, ils auraient provoqué une stupéfaction égale à celle de l'expérience de Michelson ayant prouvé l'inexistence du vent d'éther.

Le physicien paléoquantique pensait, en effet, que les photons a et b de chaque paire possédaient, en quittant la source C, des polarisations (compatibles avec la dynamique du système) : par exemple, deux polarisations circulaires de même hélicité, ou bien deux polarisations linéaires parallèles (cascades 0-1-0) ou perpendiculaires (cascades 1-1-0) mais d'orientations indépendantes de celles des analyseurs L et N (et même, de leur présence ou de leur absence). Les formules (2) ou (3), et les expériences qui les vérifient, exigent l'abandon de ce préjugé très naturel.

Pour le voir clairement prenons par exemple le cas des cascades 0-1-0 avec $\alpha = \pi/2$, la probabilité néo-quantique étant alors $\langle 1,1 \rangle = 0$. Ceci montre que toutes les paires de photons mesurées dans ces conditions sont trouvées avoir des polarisations linéaires parallèles entre elles (bien entendu) et parallèles à l'un des deux axes orthogonaux y et z définis par les analyseurs croisés. Il y a là le plus insolent des démentis aux idées de la mécanique paléo-quantique pour laquelle, évidemment, il aurait dû y avoir une proportion considérable de réponses oui et oui. Si les photons a et b de chaque paire possédaient des polarisations en quittant la source C, le sous-ensemble des paires jouissant de la propriété qu'on a dite serait de mesure nulle. C'est exactement le contraire qui est observé.

Trois conclusions, corollaires entre elles, se tirent du résultat expérimental :

1° Les photons a et b de chaque paire ne possèdent pas de polarisations en quittant la source C, mais en empruntent une plus tard, en interagissant avec les analyseurs L et N. C'est la spécification d'une règle bien connue de la mécanique néo-quantique, dont il n'existe peut-être aucune preuve plus directe que celle-ci.

2° Les dés de notre jeu de hasard ne sont pas jetés en C "dans le cornet" mais plus tard, "lorsqu'ils roulent sur la table". C'est là (compte tenu de leur corrélation) le paradoxe d'Einstein (1).

3° La corrélation entre les mesures en L et N n'est pas établie (fig. 2) le long du vecteur du genre espace LN, qui est physiquement vide, mais le long du zigzag à la Feynman LCN, formé des deux vecteurs du genre temps CL et CN, physiquement occupés, avec un relais C dans le passé. C'est l'illustration de l'intrinsèque sy-

métrie passé-futur du collapse du ψ inscrite (je le montrerai) dans le formalisme lui-même, et appliquée à ce problème, après moi (7) par Stapp (8), Bell (9) et Davidon (10).

Encore une remarque avant de passer à la déduction annoncée. Dans les récentes expériences (4) la distance spatiale LN est (pour des raisons pratiques) petite devant la longueur de cohérence Λ des trains d'onde. Cela n'invalide pas ce qui fut dit à propos du zigzag à la Feynman LCN. Mais faut-il penser, comme certains (11) l'ont suggéré, que la corrélation disparaîtrait si l'on rendait la distance spatiale LN grande devant Λ ? Une forte raison expérimentale de ne pas le penser est qu'on reçoit en astronomie de la lumière polarisée provenant des étoiles ou des nébuleuses. La polarisation d'un photon (lorsqu'il en a pris une) se conserve donc sur des distances cosmologiques. Autrement, l'on ne recevrait en astronomie que de la lumière incohérente.

Voici maintenant les déductions annoncées :

A partir des deux états d'hélicité pure $G_a G_b$ et $D_a D_b$ de la paire de photons l'on peut former les deux états P-invariants (orthogonaux)

$$(4) \quad \frac{1}{2} \left(G_a G_b + D_a D_b \right) = \frac{1}{2} \left(E_a^y E_b^y + E_a^z E_b^z \right)$$

$$(5) \quad \frac{1}{2} \left(G_a G_b - D_a D_b \right) = \frac{i}{2} \left(E_a^y E_b^z - E_a^z E_b^y \right)$$

où les polarisations linéaires E sont relatives à des axes y et z orthogonaux entre eux et à l'axe de propagation x. Les formules de passage entre les G ou D et les E sont bien connues. Les deux états (4) et (5) sont ceux existant respectivement avec les cascades 0-1-0 et 1-1-0.

Raisonnons par exemple sur le cas (4). Nous décrirons la polarisation de la paire a et b au moyen d'abord des deux états d'hélicité, puis de deux parmi les polarisations linéaires mutuellement orthogonales.

Description en termes de polarisations circulaires

Si l'on tourne l'analyseur L de ΔA et l'analyseur N de ΔB

on déphase la paire $G_a G_b$ de $\Delta(A-B) \equiv \Delta\alpha$ et la paire $D_a D_b$ de $-\Delta\alpha$. L'on voit ainsi que les amplitudes à additionner (ou à soustraire) avant élévation du module au carré sont $e^{i\alpha}$ et $e^{-i\alpha}$, d'où aisément (2) et (3) sous la forme

$$(6) \quad \langle 1,1 \rangle = \langle 0,0 \rangle = \frac{1}{8} |e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}|^2 = \frac{1}{4} (1 + \cos 2\alpha)$$

$$(7) \quad \langle 0,1 \rangle = \langle 1,0 \rangle = \frac{1}{8} |e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}|^2 = \frac{1}{4} (1 - \cos 2\alpha)$$

Le développement des carrés a fait apparaître les termes "carrés (complexes)" $1/4$, représentant dans cette hypothèse les probabilités de transition paléo-quantiques (les photons "polarisés" des polarisations circulaires); et les termes rectangulaires $\pm(1/4) \cos 2\alpha$, représentant les corrections conduisant aux probabilités néo-quantiques (2) et (3).

Description en termes de polarisations linéaires

Prenons comme base les polarisations linéaires orthogonales suivant y et z, et notons A et B les angles des analyseurs avec l'axe y. D'après l'optique classique, les amplitudes de transition à considérer pour les paires a et b sont $\cos A \cos B$ et $\sin A \sin B$ d'une part, $\sin A \cos B$ et $\cos A \sin B$ d'autre part, d'où à nouveau, par application de la règle néo-quantique, (2) et (3) sous la forme

$$(8) \quad \langle 1,1 \rangle = \langle 0,0 \rangle = \frac{1}{2} (\cos A \cos B + \sin A \sin B)^2 = \frac{1}{2} (\cos^2 A \cos^2 B + \sin^2 A \sin^2 B) + \frac{1}{4} \sin 2A \sin 2B$$

$$(9) \quad \langle 0,1 \rangle = \langle 1,0 \rangle = \frac{1}{2} (\sin A \cos B - \cos A \sin B)^2 = \frac{1}{2} (\sin^2 A \cos^2 B + \cos^2 A \sin^2 B) - \frac{1}{4} \sin 2A \sin 2B$$

Ici encore le développement des carrés fournit, par ses termes carrés, les probabilités paléo-quantiques (sommes des probabi-

lités partielles) et, par ses termes rectangles, les corrections néo-quantiques.

Par ces calculs, on vérifie incidemment que les expressions des probabilités de transition néo-quantiques sont indépendantes de la base de représentation, tandis que celles des probabilités paléo-quantiques ne le sont pas.

Contrairement aux derniers membres des (6) et (7), ceux des (8) et (9) ne sont pas invariants par rotation autour de l'axe x. Le physicien paléo-quantique était donc amené à prendre la moyenne de sa probabilité sur toutes les orientations autour de x. Un moyen simple de le faire est de remarquer que

$$(10) \quad \langle 2 \sin 2A \sin 2B \rangle = \langle \cos 2\alpha - \cos 2(A+B) \rangle = \cos 2\alpha,$$

d'où finalement les expressions des probabilités paléo-quantiques dans l'hypothèse où les paires de photons possèdent des polarisations linéaires

$$(11) \quad \langle \langle 1,1 \rangle \rangle_0 = \langle \langle 0,0 \rangle \rangle_0 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos 2\alpha,$$

$$(12) \quad \langle \langle 0,1 \rangle \rangle_0 = \langle \langle 1,0 \rangle \rangle_0 = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cos 2\alpha,$$

à comparer aux probabilités néo-quantiques (6) et (7).

III - Schéma général (corrélation à n termes)

Soit $|\Psi\rangle$ un vecteur d'état développable sous la forme

$$(13) \quad |\Psi\rangle = \sum_j c_j \prod_{\lambda} |\phi_{\lambda j}\rangle$$

où les $|\phi_{\lambda}\rangle$ sous-tendent des espaces de Hilbert disjoints, avec comme d'habitude

$$(14) \quad w_j = c_j^* c_j, \quad \sum w_j = 1.$$

Notant M le produit direct d'opérateurs hermitiens m_λ opérant dans les sous-espaces $|\phi_\lambda\rangle$ et posant

$$(15) \quad \langle m_{\lambda i} \rangle = \langle \phi_{\lambda i} | m_\lambda | \phi_{\lambda i} \rangle,$$

la valeur moyenne corrélée de la mesure " m_1 & m_2 & ... m_λ & ..." est

$$(16) \quad \langle \Psi | M | \Psi \rangle = \sum_i \sum_j c_i^* c_j \prod_\lambda \langle \phi_{\lambda i} | m_\lambda | \phi_{\lambda j} \rangle$$

Elle contient les termes carrés

$$(17) \quad \langle \Psi | M | \Psi \rangle_0 = \sum_j c_j \prod_\lambda \langle m_{\lambda j} \rangle$$

et les termes rectangles

$$(18) \quad \Delta \langle \Psi | M | \Psi \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} c_i^* c_j \prod_\lambda \langle \phi_{\lambda i} | m_\lambda | \phi_{\lambda j} \rangle + \text{c.c.}$$

(ces deux sommes n'étant pas invariantes par changement de base).

La contribution (17), si elle était seule, reproduirait la loi classique d'addition des probabilités partielles. La correction "néoquantique" (18) contient les termes d'interférence typiques du "calcul ondulatoire des probabilités"; elle s'annule si la représentation diagonalise l'un au moins des opérateurs m_λ .

Garuccio et Selleri (12) ont récemment proposé ce schème (à vrai dire implicite dans beaucoup de textes antérieurs (13)) pour le cas $n = 2$. Il contient en particulier les cas discutés au n° II précédent (où les opérateurs m étaient des projecteurs).

Une remarque importante est que les "sous-systèmes corrélés" décrits par les $|\phi_\lambda\rangle$ ne sont pas nécessairement couplés "présentement". Ils peuvent fort bien être couplés par leur commun passé, et c'est le paradoxe d'Einstein (1) (3) proprement dit, ou par leur commun futur, comme dans les expériences saisissantes de Pflugor et Mandel (15). En empruntant à B. d'Espagnat (14) sa terminologie de la "non séparabilité de deux systèmes ayant interagi", on peut dire que le paradoxe d'Einstein temporellement "retourné", (démonstré expérimentalement par Pflugor et Mandel) consiste en la "non séparabilité de deux sources qui vont interférer".

Ceci va maintenant être explicité sous forme "manifestement relativiste".

IV - L'amplitude de transition de Feynman et les corrélations d'Einstein directe et inverse

Soit $\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle$ l'amplitude de transition "manifestement covariante" de Feynman, entre un "état initial" $|\Psi(\sigma_1)\rangle$ et un état final $|\Psi(\sigma_2)\rangle$. En "description d'interaction" $|\Psi_1\rangle$ et $|\Psi_2\rangle$ sont des produits directs d'états libres des champs interagissant (par exemple, en électrodynamique quantique, des $|A\rangle$ du photon et des $|\bar{\psi}\rangle$ et $|\psi\rangle$ de l'électron et du positron). En "description mixte", ou "bound interaction picture", ce sont des états de chaque champ plongé dans l'autre champ. De toute manière, une définition explicitement relativiste des états $|\phi\rangle \equiv |A\rangle$ ou $|\bar{\psi}\rangle$ ou $|\psi\rangle$, et de leur produit scalaire hermitien, a été donnée par nous (16) et sera résumée au n° V suivant (pour le cas des champs libres).

Introduisant un système orthogonal complet de projecteurs $|0\rangle\langle 0|$ on récrit l'amplitude de Feynman sous la forme

$$(19) \quad \langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = \langle \Psi_1 | 0_j \rangle \langle 0_j | \Psi_2 \rangle$$

en sorte que, en prédiction (resp. : rétrodictio), l'état initial $|\psi_1\rangle$ (resp. : final $|\psi_2\rangle$ étant donné, l'état final $|\psi_2\rangle$ (resp. : initial $|\psi_1\rangle$) est développé par le formalisme (13). La corrélation d'Einstein (1) (resp. : la corrélation d'Einstein inverse (14)) est ainsi formalisée sous forme explicitement covariante relativiste.

Ceci met en claire évidence (17) la connexion intime entre la "non séparabilité" d'Einstein (18) et la "non localité" de Feynman (19), ainsi que l'essentielle covariance relativiste du concept même de la corrélation d'Einstein. Celle-ci a été contestée par B. d'Espagnat (20) (sur la base d'une exégèse très fouillée de la mécanique quantique non relativiste et non superquantifiée) d'après l'argument que cette corrélation établit des liaisons du genre espace. L'existence même du présent formalisme montre que cette conclusion est erronée. Le "paradoxe d'Einstein" consiste en ce que la corrélation du genre espace est établie par des zigzags de Feynman, formés de vecteurs du genre temps, avec un relais situé soit dans le passé (corrélation d'Einstein proprement dite) soit dans le futur (Pfleger et Mandel (14)).

V - Symétrie temporelle intrinsèque dans le formalisme quantique relativiste (cas des particules libres)

Je résume ici, sous forme symbolique, les formules concernant notre sujet contenues aux Ch. III et IV de mon Précis de Mécanique Quantique Relativiste (16) où l'on trouve, bien entendu, leur expression explicite et leur démonstration.

On considère (notation de Dirac) les solutions $\psi_a(x)$ $\equiv \langle x || a \rangle$ de l'équation d'onde du second ordre de Klein-Gordon $|Gx\rangle\langle | a \rangle = 0$, ou $\langle x | a \rangle$ de l'équation d'onde du premier ordre de la particule à spin $|Sx\rangle\langle x | a \rangle = |PGx\rangle\langle x | a \rangle = 0$, $P \equiv S^{-1}G$ désignant le projecteur (21) projetant toute solution $\langle x || a \rangle$ suivant une solution $\langle x | a \rangle$. Ceci, pour la représentation x d'espace-temps de Minkowski. Dans la "représentation quadrifréquence k " on a des formules similaires, modulo la substitution $x \rightarrow k$.

Notant $d\sigma^\lambda$ et $d\eta^\lambda$ les quadrivecteurs éléments d'aire sur une hypersurface arbitraire du genre espace σ de l'espace-temps et sur l'hyperboloïde à deux nappes $k_\lambda k^\lambda + k^2 = 0$ dans l'espace des quadrifréquences, $\epsilon(k)$ une fonction valant +1 sur la nappe des fréquences positives et -1 sur celle des fréquences négatives, $(\partial_\lambda) \equiv \partial_\lambda - \partial_\lambda$ l'opérateur du courant de Schrödinger ou de Gordon, et α_λ les matrices de spin ($\alpha_\lambda = \gamma_\lambda$ en théorie de Dirac, $=\beta_\lambda$ en théorie de Petiau-Duffin-Kemmer), l'égalité de Parseval admet les deux formes intégralement équivalentes

$$(19) \quad \langle a || b \rangle = \langle b || a \rangle^* = \langle a || x \rangle \langle x || a \rangle = \langle a || k \rangle \langle k || a \rangle \\ \equiv -\frac{i}{2k} \int \int \int_\sigma \bar{\psi}_a (\partial_\lambda) \psi_b d\sigma^\lambda = \frac{1}{k} \int \int \int_\eta \bar{\theta}_a k_\lambda \theta_b \epsilon(k) d\eta^\lambda,$$

$$(20) \quad \langle a | b \rangle = \langle b | a \rangle^* = \langle a | x \rangle \langle x | a \rangle = \langle a | k \rangle \langle k | a \rangle \\ = i \int \int \int_\sigma \bar{\psi}_a \alpha_\lambda \psi_b d\sigma^\lambda = i \int \int \int_\eta \bar{\theta}_a \alpha_\lambda \theta_b \epsilon(k) d\eta^\lambda.$$

Notons que, dans (19), les quadrivecteurs k^λ et $d\eta^\lambda$ sont colinéaires et tels que

$$k d\eta^\lambda = -k^\lambda d\eta \quad \text{ou} \quad k_\lambda d\eta^\lambda = k d\eta.$$

Les transformations de Fourier directe et inverse s'écrivent alors

$$(21) \quad \langle x || a \rangle = \langle x || k \rangle \langle k || a \rangle, \quad \langle k || a \rangle = \langle k || x \rangle \langle x || a \rangle,$$

$$(22) \quad \langle x | a \rangle = \langle x | k \rangle \langle k | a \rangle, \quad \langle k | a \rangle = \langle k | x \rangle \langle x | a \rangle,$$

le noyau de Fourier $\langle x || k \rangle = \langle k || x \rangle^*$ étant

$(2\pi)^{-3/2} \exp(-ik_\lambda x^\lambda)$, et $\langle x|k \rangle$, \equiv P fois le précédent.

Introduisant le propagateur de Jordan-Pauli

$$(23) \quad D(x' - x'') \equiv \langle x' | | x'' \rangle = \langle x' | | k \rangle \langle k | | x'' \rangle = \langle x' | | x \rangle \langle x | | x'' \rangle$$

$$(24) \quad PD(x' - x'') \equiv \langle x' | x'' \rangle = \langle x' | k \rangle \langle k | x'' \rangle = \langle x' | x \rangle \langle x | x'' \rangle,$$

on résout à partir des (21) ou (22) le problème de Cauchy (22) sous les formes

$$(25) \quad \langle x' | | a \rangle = \langle x' | | x'' \rangle \langle x'' | | a \rangle$$

$$(26) \quad \langle x' | a \rangle = \langle x' | x'' \rangle \langle x'' | a \rangle$$

respectivement appropriées à l'équation du second ou du premier ordre.

Le propagateur D, impair en $x' - x''$, étant nul dans l'ailleurs, les formules (23) et (24) montrent en particulier l'orthogonalité de deux D si $x' - x''$ est du genre espace. Les formules (25) et (26) développent donc la fonction d'onde en tout instant-point x' suivant le système orthogonal complet des propagateurs $D(x' - x)$ ayant leurs x sur une hypersurface arbitraire du genre espace (et ceci, notons le, aussi bien dans le futur que dans le passé de x).

D'après leurs définitions (23) et (24) les propagateurs D sont les transformées de Fourier des noyaux de Fourier eux-mêmes (on rapprochera à ce sujet (21) de (25) et (22) de (26)) en sorte que, par transposition de l'argument classique, x^λ est l'opérateur de position dans ce formalisme (modulo la donnée de σ : trois coordonnées indépendantes seulement, en fait celles de \vec{x}) (23).

Par définition, le propagateur D admet les deux expressions

$$(27) \quad D = \frac{1}{2} (D_+ - D_-) = \frac{1}{2} (D_{\text{ret}} - D_{\text{av}}),$$

et c'est le seul propagateur à être superposition linéaire à la fois des fréquences positives D_+ et négatives D_- , et des propagateurs retardé D_{ret} et avancé D_{av} . On voit ainsi que la symétrie intrinsèque entre ondes retardées et avancées est liée de manière essentielle à la symétrie intrinsèque entre particules et antiparticules - comme il est d'ailleurs manifeste en théorie de Feynman.

Ceci étant rappelé, considérons la mesure, ou question suivante ; une hypersurface du genre espace σ étant arbitrairement choisie (sous forme non relativiste : "un instant t étant arbitrairement choisi") la particule (de spin non spécifié, ou spécifié) traverse-t-elle ou non un élément arbitraire $d\sigma^\lambda$ de σ (sous forme non relativiste : "est-elle ou non dans un petit volume arbitraire $dx dy dz$ "). La fonction propre correspondante (on le voit par ce qui précède) est le propagateur $\langle x' | | x \rangle$ ou $\langle x' | x \rangle$ ayant son sommet en $d\sigma^\lambda$ (sous forme non relativiste : "c'est le $\delta(x' - x'')$).

Si la réponse à cette question est oui (c'est dire au sens qu'on a dit" si la particule est trouvée en $d\sigma^\lambda$) on est certain qu'elle "est arrivée" à l'intérieur du demi-cône isotrope passé et qu'elle "repartira" à l'intérieur du demi-cône isotrope futur ayant leur sommet en $d\sigma^\lambda$. Cela, on le savait depuis Minkowski, mais ...

Mais, selon la mécanique néo-quantique tout acte de mesure est un coup de dés qui collapse le Ψ . Ici, le Ψ collapsé est le propagateur $\langle x | x' \rangle$, et il résulte de la précédente déduction que le formalisme impose de lui-même que ce collapse affecte symétriquement le futur et le passé. Il y a là un point essentiel qui, en fait, avait échappé jusqu'à ce jour, et qui échapperait encore n'étaient le paradoxe d'Einstein (¹), et les récentes mesures (⁴) qui confirment sa réalité.

Les mesures distantes effectuées en L... N sont, en fait, deux mesures de position et de spin ⁽²⁴⁾ des deux photons corrélés. La corrélation consiste en ce qu'e... isent nécessairement le même collapse du Ψ dans leur commun passé.

C'est cela le paradoxe d'Einstein ⁽¹⁾, parfaitement discerné par lui dès la naissance de la mécanique néo-quantique, et jeté par lui sur son berceau "comme un sort", pour le meilleur et pour le pire. Que le paradoxe soit inhérent au formalisme mathématique lui-même - en tout cas dans sa forme relativiste, c'est ce qui est montré dans cette Section.

Que ce paradoxe soit, en mécanique néo-quantique, la "réincarnation" des paradoxes bien connus de Loschmidt et de Zermelo, c'est clair aussi. Pour traduire le contraste entre la symétrie passé-futur de droit et la dissymétrie macroscopique de fait dans le collapse du Ψ , je présente une annotation quelque peu humoristique du cône isotrope (Fig. 3) : il est rigoureusement interdit de télégraphier directement dans l'ailleurs ⁽²⁵⁾, il est macroscopiquement interdit de télégraphier dans le passé ; la voie prioritaire est la télégraphie dans le futur.

V - Conclusion

Le paradoxe de 1927 d'Einstein ⁽¹⁾ (plus connu comme "paradoxe E.P.R." ⁽³⁾ de 1935) est confirmé par de récentes mesures très précises ⁽⁴⁾ ⁽¹⁴⁾ en tant que paradoxe au sens fondamental des dictionnaires (un énoncé surprenant, mais vrai) impliquant, comme celui de Copernic, un changement de "paradigme" ⁽²⁶⁾.

En un sens c'est la résurgence, dans le calcul des probabilités propre à la mécanique quantique, des paradoxes classiques de Loschmidt et de Zermelo contrastant la symétrie temporelle intrinsèque de la transition individuelle (choc en mécanique statistique classique, collapse du Ψ en mécanique quantique) avec la dissymétrie macroscopique de fait (croissance de l'entropie ou de la probabilité, retardation des ondes, les deux énoncés étant corollaires en mécanique quantique).

Cependant le paradoxe d'Einstein est beaucoup plus fort que ceux de Loschmidt et de Zermelo du fait de la substitution de la loi d'addition des amplitudes partielles à celles des probabilités partielles dans le calcul de la probabilité. La différence entre les deux formules de probabilités consiste, on le sait, dans les termes rectangles contenant les différences de phases, en sorte qu'on a affaire à un calcul ondulatoire des probabilités. C'est ce trait qui, se combinant à la symétrie intrinsèque passé-futur, confère une extrême acuité au paradoxe d'Einstein.

La covariance relativiste du formalisme peut, nous l'avons montré, être rendue "manifeste" de la manière la plus naturelle qui soit. Le concept de la corrélation d'Einstein est ainsi nécessairement rendu covariant, malgré certaines assertions contraires ⁽²⁰⁾. Ce qu'il faut dire est que la corrélation du genre espace d'Einstein ⁽¹⁾ ⁽³⁾ est établie par des zigzags à la Feynman, formés de vecteurs du genre temps, avec des relais situés soit dans le passé ⁽⁴⁾ soit dans le futur ⁽¹⁴⁾ (corrélation prédictive entre "mesures", rétrodictive entre "préparations").

La discussion ici présentée n'a guère fait allusion au problème des variables cachées. En ceci nous imitons volontairement Einstein, qui n'a fait aucune allusion aux théories modélistes de l'éther en présentant sa théorie de la relativité en 1905. Il a proposé un "paradigme" conceptuel (pour parler comme Kuhn ⁽²⁵⁾) taillé à la stricte mesure du formalisme opérationnel. C'est aussi ce qu'on a cherché à faire ici, en s'appuyant, comme Einstein encore, sur les mathématiques les plus simples possibles.

Appendice : Formalisme covariant de la corrélation rétrodictive de Pflugor et Mandel

Notons x' et x'' deux instants points dans le champ d'interférence, x_1 et x_2 deux instants-points dans les sources respectives, n_1 et n_2 les opérateurs nombre d'occupation correspondants ; la contribution interférentielle de type (18) est

$$(28) \quad \frac{1}{2} \langle x' | n_1 | x'' \rangle \langle x' | n_2 | x'' \rangle + \text{c.c.}$$

avec, explicitement ($r = 1, 2$; voir formules (24) et (20))

$$(29) \quad \langle x' | n_r | x'' \rangle = \langle x' | x_r \rangle \langle x_r | n_r | x_r \rangle \langle x_r | x'' \rangle.$$

RÉFÉRENCES

- (¹) A. Einstein in Rapports et Discussions du 5e Conseil Solvay, Gauthier Villars, Paris, 1928, p.253-256.
- (²) Nous distinguons suivant l'usage l'ancienne et la nouvelle mécanique quantique, les années 1924-1927 faisant charnière, et utilisons pour plus de brièveté les adjectifs paléo et néo-quantique.
- (³) A. Einstein, B. Podolsky et N. Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935). Dans cet article le paradoxe est présenté sous forme non relativiste, en utilisant l'équation de Schrödinger.
- (⁴) Les expériences les plus précises, discutées au § II de notre article, sont celles utilisant des cascades atomiques : S.J. Freedman et J.F. Clauser, Phys. Rev. Lett. 28, 938 (1972) ; J.F. Clauser, Phys. Rev. Lett. 36, 1223 (1976) ; E. Fry et R.C. Thompson, Phys. Rev. Lett. 37, 465 (1976).
- (⁵) D. Bohm and Y. Aharonov, Phys. Rev. 108, 1070 (1957).
- (⁶) A. Aspect, Phys. Rev. Lett. 54A, 117, (1975).
Phys. Rev. D 14, 1944 (1976).
- (⁷) O. Costa de Beauregard, Comptes Rendus 236, 1632 (1953). Rev. Intern. Philos. 61-62, 1 (1962). Dialectica 19, 280 (1965). In Proc. Intern. Conf. Thermod., P.T. Landsberg et. Butterworths, London, 1970, p. 539. Found. Phys. 6, 539 (1976). Synthèse 35, 129 (1977).
- (⁸) H.P. Stapp, Nuovo Cim. 29B, 270 (1975).
- (⁹) J.S. Bell, Lettres Epist. 9, 11 (1976).
- (¹⁰) W.C. Davidon, Nuovo Cim. 36B, 34 (1976).
- (¹¹) N.H. Furry, Phys. Rev. 49, 393 et 476 (1936).
- (¹²) A. Garuccio et F.S. Selleri, Nuovo Cim. 36B, 176 (1976).
- (¹³) Voir par exemple F. London et E. Bauer, La Théorie de l'Observation en Mécanique Quantique, Hermann, Paris, 1939. F.J. Belinfante, Measurements and Time Reversal in Objective Quantum Theory, Pergamon Press, Oxford, 1975.
- (¹⁴) R.L. Pfligor et L. Mandel, Phys. Rev. 159, 1084 (1967) (voir § 4, Discussion, et formule (38)) ; J. Opt. Soc. Am. 58, 946 (1968).
- (¹⁵) B. d'Espagnat, Foundations of Quantum Mechanics, Acad. Press, New-York, 1971.
- (¹⁶) O. Costa de Beauregard, Précis de Mécanique Quantique Relativiste, Dunod, Paris, 1967.
- (¹⁷) O. Costa de Beauregard, Comptes Rendus 283A, 1003 (1976) ; Phys. Lett. 60A, 93 (1977).
- (¹⁸) C'est le terme emprunté à Einstein et al (³) par B. d'Espagnat, référence 15. p. 84.
- (¹⁹) R.P. Feynman, Phys. Rev. 76, 749 (1949).
- (²⁰) B. d'Espagnat, réf. 15, pp. 90, 95, 238, 265, 281.
- (²¹) H. Umezawa et A. Visconti, Nuclear Physics 1, 20 (1956).
- (²²) Cette formule est déduite autrement par J. Schwinger, Phys. Rev. 74, 1439 (1948). Formules 2.22 et 2.23.
- (²³) Cette approche du problème de la mesure de position diffère totalement de celles ayant conduit aux divers opérateurs de position pour l'électron de Dirac.
- (²⁴) Pour pouvoir parler de la position et du spin du photon il faut évidemment lui conférer une (très petite) masse propre.
- (²⁵) Il va sans dire qu'une discussion des "tachyons" est totalement étrangère à notre sujet.

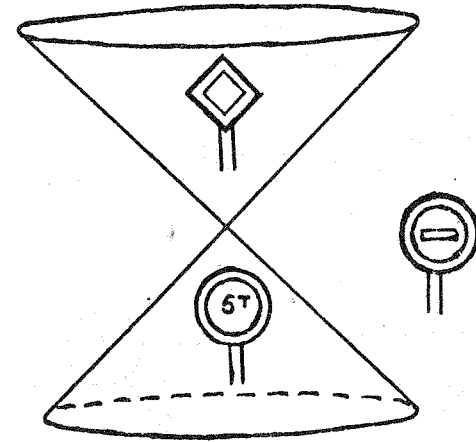


Fig. 3

Figure 3 : Le paradoxe d'Einstein comme correspondant à ceux de Loschmidt et de Zermelo : Télégraphie dans l'ailleurs interdite, dans le futur prioritaire, dans le passé macroscopiquement interdite.