

EXPOSÉ DES IDÉES ACTUELLES
SUR LA THÉORIE DE LA LUMIÈRE

par Albert EINSTEIN

Cet article d'Einstein, publié en 1909 dans la *Physikalische Zeitschrift*, et dont nous donnons ci-après la traduction avec l'aimable autorisation de M. Otto Nathan, exécuteur testamentaire d'Einstein, est le premier dans lequel Einstein donne un calcul des fluctuations du rayonnement noir, calcul qu'il reprendra, complété par ses hypothèses sur l'émission et l'absorption induites, dans son célèbre mémoire de 1917 (traduit dans notre précédent numéro). On y trouvera aussi une étude des différents points de vue sur le rayonnement.

Cet article a été traduit par M. E. de Prunelé qui s'est attaché tout particulièrement à respecter la remarquable clarté avec laquelle Einstein savait rendre accessible à un lecteur non spécialiste les idées les plus riches et les formulations les plus complexes, grâce, en particulier, au soin avec lequel est énoncée son axiomatique et à son souci constant d'en éclairer la signification physique.

La Rédaction

Récemment, dans ce journal, Messieurs H.A. Lorentz ¹⁾, Jeans ²⁾ et Ritz ³⁾ ont exprimé des points de vue destinés à faire connaître l'état actuel de ce problème, qui est d'une singulière importance. Considérant qu'il est d'intérêt que tous ceux qui ont réfléchi sérieusement à cette question fassent part de leurs avis, même s'ils ne sont pas arrivés à un résultat définitif, je propose ce qui suit.

1. La forme la plus simple par laquelle nous pouvons exprimer les lois de l'électrodynamique connues jusqu'ici est donnée par les équations aux dérivées partielles de Maxwell-Lorentz. Contrairement à M. Ritz, je considère les expressions, dans lesquelles apparaissent des fonctions retardées, seulement comme des formes mathématiques commodes. Je me vois contraint à cela en premier lieu parce que ces formes ne contiennent pas en elles le principe de conservation de l'énergie, étant persuadé que nous devons retenir la rigoureuse validité du principe de conservation de l'énergie, aussi longtemps que nous n'aurons pas de raisons importantes de renoncer à ce guide. Il est certes vrai que les équations de Maxwell pour le vide, considérées toutes seules, ne signifient rien du tout en elles-mêmes, qu'elles ne représentent qu'une construction intermédiaire ; il est connu qu'on peut dire

1) H.A. Lorentz, ce journal, 9, 562-563, 1908

2) J.H. Jeans, ce journal, 9, 853-855, 1908

3) W. Ritz, ce journal, 9, 903-907, 1908

exactement la même chose des équations du mouvement de Newton, tout comme pour toute théorie qui a besoin encore d'être complétée par d'autres théories, pour pouvoir donner une description d'un ensemble de phénomènes.

Ce qui distingue les équations différentielles de Maxwell-Lorentz, des formes contenant des fonctions retardées, c'est le fait qu'elles donnent à chaque instant et relativement à chaque système de coordonnées non accéléré, une expression de l'énergie et de la quantité de mouvement du système considéré. Avec une théorie qui opère avec des forces retardées, on ne peut absolument pas décrire l'état du système à un instant donné, sans utiliser, pour cette description, des états antérieurs du système. Si par exemple une source de lumière A a envoyé un signal lumineux vers l'écran B, et que ce signal n'a pas encore atteint l'écran B, alors le signal lumineux n'est plus représenté, d'après les théories opérant avec des forces retardées, que par les processus qui ont eu lieu, dans le corps émettant, lors de l'émission passée. Energie et quantité de mouvement doivent alors, si on ne veut pas renoncer complètement à ces grandeurs, être représentées par des intégrales sur le temps.

M. Ritz affirme alors que nous serions contraints, par l'expérience, d'abandonner les équations différentielles, et d'introduire les potentiels retardés. Cependant son explication ne me semble pas résister à l'examen.

Posant avec Ritz

$$f_1 = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\phi \left(x', y', z', t - \frac{r}{c} \right)}{r} dx', dy', dz' \quad \text{et}$$

$$f_2 = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\phi \left(x', y', z', t + \frac{r}{c} \right)}{r} dx', dy', dz'$$

alors f_1 aussi bien que f_2 est une solution de l'équation

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} - \Delta f = \phi(x, y, z, t).$$

De même

$$f_3 = a_1 f_1 + a_2 f_2$$

est aussi une solution si $a_1 + a_2 = 1$. Mais il n'est pas vrai que la solution f_3 est une solution plus générale que f_1 , et que l'on spécialise la théorie quand on prend $a_1 = 1$, $a_2 = 0$. Si on pose

$$f(x,y,z,t) = f_1,$$

alors il en résulte que l'on calcule l'effet électromagnétique au point x,y,z , à partir des mouvements et des configurations des grandeurs électriques qui existaient avant l'instant t . Si on pose

$$f(x,y,z,t) = f_2,$$

alors on utilise, pour la détermination de cet effet électromagnétique les mouvements et configurations qui auront lieu après l'instant t .

Dans le premier cas on calcule le champ électromagnétique à partir de l'ensemble des processus qui l'ont produit, et dans le second cas à partir de ceux qui l'ont absorbé. Quand le processus tout entier se déroule dans un espace limité de tous côtés (fini) on peut le représenter aussi bien par la forme

$$f = f_1$$

que par la forme

$$f = f_2.$$

Si on considère maintenant un champ émettant du fini vers l'infini, on peut naturellement utiliser seulement la forme

$$f = f_1$$

parce que précisément on ne peut pas prendre en considération l'ensemble des processus absorbants. Mais il s'agit ici d'un paradoxe trompeur de l'infini. On peut toujours utiliser les deux descriptions, si éloignées qu'on puisse imaginer les corps absorbants. On ne peut pas non plus conclure que la solution $f = f_1$ soit plus particulière que la solution $a_1 f_1 + a_2 f_2$ où $a_1 + a_2 = 1$.

Qu'un corps ne reçoive pas de l'énergie de l'infini sans qu'un quelconque autre corps perde un quantum d'énergie correspondant ne peut être également, à mon avis, employé comme ar-

gument. Tout d'abord, on ne peut parler d'infini, si nous voulons rester près de l'expérience, mais seulement de domaines se situant en dehors du domaine considéré. Mais en outre, on ne peut pas plus conclure la non réversibilité des processus élémentaires de l'électromagnétisme du fait qu'un tel processus soit inobservable que l'on ne doit déduire du deuxième principe de la thermodynamique une non réversibilité des processus dynamiques élémentaires des atomes.

2. On peut objecter à l'interprétation de Jeans qu'il serait peut-être inadmissible d'appliquer des résultats généraux de la mécanique statistique à des cavités emplies de rayonnement. Cependant on peut obtenir également de la manière suivante la loi déduite par Jeans ¹⁾.

Un ion susceptible d'osciller dans la direction de l'axe X autour d'une position d'équilibre, n'émet et n'absorbe, selon la théorie de Maxwell, des quantités de rayonnement par unité de temps égales en moyenne, que si entre l'énergie moyenne d'oscillation \bar{E}_v et la densité d'énergie ρ_v à la fréquence propre de l'oscillateur, on a la relation :

$$\bar{E}_v = \frac{c^3}{8\pi v^2} \rho_v \quad (I)$$

où c désigne la vitesse de la lumière. Quand l'ion oscillant est aussi susceptible d'entrer en interaction avec des molécules de gaz (ou en général avec un système relevant de la théorie moléculaire), alors on doit avoir nécessairement d'après la théorie statistique de la chaleur :

$$\bar{E}_v = \frac{RT}{N} \quad (II)$$

(R = constante des gaz parfaits, N = nombre d'atomes dans un atome-gramme, T = température absolue), si en moyenne il n'y a pas de transfert d'énergie du gaz vers l'espace rayonnant par l'intermédiaire de l'oscillateur ²⁾.

¹⁾ Cf A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) 17, 133-136, 1905

²⁾ M. Planck, Ann. d. Phys. 1, 99, 1900. M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. III. Kapitel (Leçons sur la théorie du rayonnement thermique, chapitre III)

Il résulte de ces deux équations que :

$$\rho_v = \frac{R}{N} \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 T \quad (\text{III})$$

ce qui est exactement la loi trouvée par Messieurs Jeans et H.A. Lorentz.¹⁾

3. Aussi, il n'y a pas à douter, à mon avis, que nos vues théoriques actuelles conduisent nécessairement à la loi de Jeans. Mais il n'en est pas moins sûr que nous pouvons considérer que la relation III n'est pas en accord avec l'expérience. Pourquoi donc les corps solides n'émettent-ils de la lumière visible qu'à partir d'une certaine température, marquée de façon assez nette ? Pourquoi l'espace n'est-il pas rempli de rayonnements ultraviolets, alors que ceux-ci devraient être produits constamment à la température ordinaire ? Comment est-il possible de conserver longtemps des plaques photographiques très sensibles dans des boîtes, alors que celles-ci produisent constamment un rayonnement de courte longueur d'onde ? Pour d'autres arguments, je renvoie au § 166 de l'ouvrage de Planck, maintes fois cité. Nous devons donc bien dire que l'expérience nous oblige à rejeter soit l'équation I qui résulte de la théorie électromagnétique, soit l'équation II exigée par la mécanique statistique, ou finalement les deux.

4. Nous devons nous demander quel est le lien de la théorie du rayonnement de Planck avec la théorie indiquée en 2, reposant sur les fondements théoriques actuellement reconnus. A mon avis la réponse à cette question est aggravée par le fait qu'une certaine imperfection logique est inhérente à la description par Planck de sa propre théorie. Je vais essayer dans ce qui suit d'expliquer ceci brièvement.

¹⁾ Remarquons expressément que cette équation est une conséquence inévitable de la théorie statistique de la chaleur. La tentative de mettre en question la validité générale de l'équation II, contenue dans le livre cité ici de Planck à la page 178 repose à mes yeux seulement sur une lacune dans les considérations de Boltzmann qui fut cependant comblée par la recherche de Gibbs

a) Quand on adopte le point de vue que l'irréversibilité des processus naturels n'est qu'apparente, et que le processus irréversible consiste en une transition vers un état plus probable alors on doit donner tout d'abord une définition de la probabilité W d'un état. L'unique définition qui puisse être prise en considération serait, à mon avis, la suivante :

Soient A_1, A_2, \dots, A_l tous les états qu'un système isolé de l'extérieur puisse prendre, pour une énergie donnée, ou, en termes plus précis, tous les états d'un tel système que nous sommes susceptibles de différencier avec des appareils. D'après la théorie classique, le système adopte, après un certain temps, l'un de ces états, bien déterminé (par exemple A_{ν}) dans lequel il demeure (équilibre thermodynamique). Mais d'après la théorie statistique, le système occupe toujours de nouveau, dans un ordre irrégulier, tous les états $A_1 \dots A_l$ ¹⁾. Si on observe le système durant un temps très long θ , alors il y aura un certain temps τ_{ν} , tel que le système occupe l'état A_{ν} pendant τ_{ν} et uniquement pendant $\tau_{\nu} \cdot \frac{\nu}{\theta}$ atteindra une certaine limite que nous appellerons probabilité W de l'état A_{ν} considéré.

Partant de cette définition, on peut montrer qu'on doit avoir pour l'entropie S l'équation

$$S = \frac{R}{N} \log W + \text{cte}$$

où la constante est la même pour tous les états de même énergie.

b) Ni M. Boltzmann ni M. Planck n'ont donné une définition de W .

Ils posent de façon purement formelle $W =$ nombre des complexions de l'état considéré.

Si on exige maintenant que ces complexions soient équiprobables, alors en définissant la probabilité d'une complexion de façon analogue à celle que nous avons donné en a), on aboutit exactement à la définition que nous avons donné en a) pour la

¹⁾ Que cette dernière conception soit la seule défendable résulte immédiatement des propriétés du mouvement brownien

probabilité d'un état ; on a simplement incorporé dans la définition l'élément complexion, logiquement inutile.

Donc bien que la relation indiquée entre S et W ne soit valable que si la probabilité d'une complexion est définie comme indiquée ou d'une façon équivalente, ni M. Boltzmann ni M. Planck n'ont défini la probabilité d'une complexion. Mais M. Boltzmann avait cependant clairement reconnu que la conception qu'il avait choisie de la théorie moléculaire lui prescrivait de façon tout-à-fait déterminée le choix des complexions qu'il avait fait ; il a exposé cela dans son travail "Über die Beziehung ...", pages 404 et 405, paru dans les "Wiener Sitzungsberichten" de l'année 1877⁽¹⁾. M. Planck n'aurait pas été libre non plus dans le choix des complexions dans sa théorie du rayonnement par le résonateur. Il n'aurait eu le choix de poser les deux équations

$$S = \frac{R}{N} \log W$$

et

W = nombre de complexions

que s'il avait ajouté la condition que les complexions devaient être choisies de façon telle, que, dans la conception théorique qu'il avait choisie, sur la base de considérations statistiques, elles soient équiprobables. De cette façon il aurait obtenu la formule soutenue par Jeans. Autant chaque physicien doit se réjouir que M. Planck ait passé outre à cette exigence, autant il serait inopportun d'oublier que la formule du rayonnement de Planck est incompatible avec les fondements théoriques desquels M. Planck est parti.

5. Il est facile de voir de quelle façon les fondements de la théorie de Planck peuvent être changés de façon à ce que la formule de Planck résulte vraiment comme conséquence des fondements théoriques. Je ne donne pas ici les raisonnements concernant ce problème, mais renvoie seulement à mes mémoires relatifs à ce sujet ²⁾. Le résultat est le suivant : on aboutit à la formule du rayonnement de Planck quand

1) on retient l'équation I entre l'énergie du résonateur et la densité de rayonnement, déduite par Planck à partir de la

1) Voir aussi L. Boltzmann, "Vorlesungen über Gastheorie" (Leçons sur la théorie des gaz), Volume 1, page 40, lignes 9-23

2) A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) 20, 1906 et Ann. d. Phys. (4) 22, 1907, § 1

théorie de Maxwell ¹⁾,

2) on modifie la théorie statistique de la chaleur de la façon suivante : un objet qui est susceptible d'accomplir des oscillations à la fréquence ν et qui par là, du fait qu'il possède une charge électrique, est susceptible de transformer de l'énergie de rayonnement en énergie de la matière et inversement, n'est pas susceptible de prendre n'importe quel état d'oscillation, mais seulement les états d'oscillations dont l'énergie est un multiple de $h\nu$. h est ici la constante ainsi dénommée par Planck, et qui apparaît dans son équation du rayonnement.

6. Comme la modification des fondements de la théorie de Planck qui vient d'être présentée mène nécessairement à des changements très profonds de nos théories physiques, il est très important de rechercher les interprétations les plus simples possibles, indépendantes entre elles, de la formule du rayonnement de Planck, ainsi qu'en général de la loi du rayonnement, pour autant que celle-ci puisse être présumée connue. Deux considérations relatives à ce point, se distinguant par leur simplicité, sont exposées brièvement dans ce qui suit.

L'équation $S = \frac{R}{N} \log W$ fut employée jusqu'ici essentiellement de façon à ce que, à partir d'une théorie plus ou moins complète, on calcule la grandeur W, et par suite l'entropie. Mais on peut également, à l'inverse, utiliser cette équation pour, à partir des valeurs S_ν de l'entropie obtenue grâce à l'expérience, obtenir la probabilité statistique des différents états A_ν d'un système isolé de l'extérieur. Une théorie qui donnerait pour la probabilité des états d'autres valeurs que celles ainsi obtenues serait évidemment à rejeter.

Dans un travail précédent ²⁾ où j'ai exposé pour la première fois la théorie des quantas de lumière, j'ai raisonné de cette façon pour l'obtention de certaines propriétés statistiques d'un rayonnement thermique emprisonné dans une cavité. Comme je parlais à cette époque de la formule du rayonnement de Wien,

1) Cela résulte de ce qu'on accepte que la théorie électromagnétique du rayonnement fournit au moins des valeurs moyennes temporelles correctes. Mais on peut à peine en douter, en égard à la validité de la théorie en optique.

2) Ann. d. Phys. (4) 17, 132-148, 1905.

valable seulement à la limite (pour de petites valeurs de $\frac{v}{T}$) je veux ici donner un raisonnement similaire, qui fournit une interprétation simple du contenu de la formule du rayonnement de Planck.

Soient deux régions de l'espace V et v , communiquant entre elles, séparées par des parois diffuses parfaitement réfléchissantes. Dans ces régions supposons emprisonné un rayonnement thermique d'intervalle de fréquence dv . Notons H l'énergie de rayonnement se trouvant momentanément en V , η celle en v . Après quelque temps, on a en permanence approximativement le rapport $H_0 : \eta_0 = V : v$. A un instant choisi arbitrairement, η différera de η_0 selon une loi statistique qui résulte immédiatement de la relation entre S et W , en passant aux différentielles

$$dW = \text{cte } e^{\frac{N}{R} \cdot S} d\eta.$$

Si on désigne respectivement par Σ et σ les entropies des rayonnements se trouvant dans les deux régions et qu'on pose $\eta = \eta_0 + \epsilon$, on a alors :

$$d\eta = d\epsilon$$

et

$$S = \Sigma + \sigma = \Sigma_0 + \sigma_0 + \left\{ \frac{d(\Sigma + \sigma)}{d\epsilon} \right\}_0 \epsilon + \frac{1}{2} \left\{ \frac{d^2(\Sigma + \sigma)}{d\epsilon^2} \right\}_0 \epsilon^2 + \dots$$

La dernière équation se transforme, grâce à l'égalité

$$\left\{ \frac{d(\Sigma + \sigma)}{d\epsilon} \right\}_0 = 0$$

et en supposant que V est très grand devant v , en :

$$S = \text{cte} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{d^2\sigma}{d\epsilon^2} \right\}_0 \epsilon^2 + \dots$$

Si on se contente du premier terme ne s'annulant pas dans le développement, ce qui constitue une approximation d'autant meilleure que v est grand devant le cube de la longueur d'onde du rayonnement, alors on obtient :

$$dW = \text{cte } e^{\frac{1}{2} \frac{N}{R} \left\{ \frac{d^2\sigma}{d\epsilon^2} \right\}_0 \epsilon^2} d\epsilon.$$

On en déduit pour la valeur moyenne $\overline{\epsilon^2}$ du carré de la fluctuation de l'énergie du rayonnement se trouvant en v , l'expression :

$$\overline{\epsilon^2} = \frac{-1}{\frac{N}{R} \left\{ \frac{d^2\sigma}{d\epsilon^2} \right\}_0}.$$

Si la formule du rayonnement est connue, on peut calculer σ à partir d'elle ¹⁾. Si on considère la formule du rayonnement de Planck comme déduite de l'expérience, on obtient après un calcul simple :

$$\overline{\epsilon^2} = \frac{R}{Nk} \left\{ v h \eta_0 + \frac{c^3}{8\pi v^2 dv} \cdot \frac{\eta_0}{v} \right\}.$$

Nous avons ainsi obtenu une expression facile à interpréter pour la valeur moyenne des fluctuations de l'énergie de rayonnement se trouvant en v . Nous voulons maintenant montrer que la théorie actuelle du rayonnement est incompatible avec ce résultat.

D'après la théorie actuelle, les fluctuations tiennent uniquement à ce que les rayons infiniment nombreux traversant l'espace, qui constituent le rayonnement de v , interfèrent entre eux et ainsi fournissent une valeur tantôt supérieure, tantôt inférieure à la somme de l'énergie que des rayons isolés devraient fournir s'ils n'interfêraient pas du tout entre eux. On pourrait ainsi

obtenir exactement la valeur $\overline{\epsilon^2}$ par un calcul mathématique quel-que peu compliqué. On doit avoir les conditions suivantes :

1) La valeur de la fluctuation moyenne ne dépend que de λ (longueur d'onde), $d\lambda$, σ et v , où σ désigne la densité de rayonnement relative aux longueurs d'ondes ($\sigma d\lambda = \rho d\nu$).

2) Comme les énergies de rayonnement de domaines de longueurs d'ondes et de volumes voisins ²⁾ s'additionnent simplement et que les fluctuations les concernant sont indépendantes les unes

des autres, $\overline{\epsilon^2}$ doit, pour λ et ρ fixés, être proportionnel aux grandeurs $d\lambda$ et v .

¹⁾ Cf par exemple l'ouvrage cité plusieurs fois de Planck, équation (230)

²⁾ Naturellement, seulement si ceux-ci sont suffisamment grands.

3) ϵ^2 a la dimension du carré d'une énergie.

Grâce à cela, l'expression pour $\overline{\epsilon^2}$ est parfaitement déterminée à un facteur numérique près (dont l'ordre de grandeur est 1).

De cette façon on obtient l'expression $\sigma^2 \lambda^4 v d \lambda$, qui, en introduisant les variables utilisées précédemment, est le second terme de la formule développée plus haut. On aurait obtenu uniquement ce second terme si on était parti de la formule de Jeans.

On aurait alors encore à mettre $\frac{R}{Nk}$ égale à une constante de l'ordre de 1, ce qui correspond à la détermination de Planck du quantum élémentaire ¹⁾. Le premier terme de l'expression ci-dessus

pour ϵ^2 , qui, pour le rayonnement visible qui nous entoure de toutes parts, est bien plus important que le second, n'est donc pas compatible avec la théorie actuelle.

Si on pose avec Planck $\frac{R}{Nk} = 1$, alors le premier terme, s'il était seul présent, donnerait pour la fluctuation de l'énergie de rayonnement la même chose que si le rayonnement était constitué de quanta d'énergie $h\nu$, ponctuels et se mouvant indépendamment les uns des autres. On peut montrer cela par un calcul simple. Qu'on se rappelle pour cela expressément d'une part que le premier terme contribue d'autant plus à la fluctuation moyenne en pourcentage

$$\left(\sqrt{\frac{\epsilon^2}{\eta^2}} \right)$$

que l'énergie η_0 est petite et d'autre part que la grandeur de cette fluctuation en pourcentage donnée par le premier terme est indépendante de la grandeur du volume v où est réparti le rayonnement ; je mentionne ceci pour montrer combien les propriétés effectives du rayonnement sont fondamentalement différentes de

¹⁾ Par la mise en application des considérations sur les interférences indiquées plus haut, on obtiendrait bien $\frac{R}{Nk} = 1$

celles que nous devrions attendre de notre théorie actuelle qui s'appuie sur des équations différentielles linéaires, homogènes.

7. Dans ce qui précède, nous avons calculé les fluctuations de la répartition de l'énergie pour obtenir des renseignements sur la nature du rayonnement thermique. Dans ce qui suit, on montrera brièvement comment on peut obtenir des résultats tout-à-fait analogues en calculant les fluctuations de la pression de rayonnement, (donc à partir des fluctuations de la quantité de mouvement).

Soit, dans un espace vide entouré de tous côtés par de la matière à la température absolue T , un miroir se déplaçant librement dans une direction parallèle à sa normale ¹⁾. Considérant que celui-ci se déplace initialement avec une certaine vitesse, alors il y aura à cause de ce mouvement, plus de rayonnement réfléchi à sa face avant qu'à sa face arrière ; c'est pourquoi la pression de rayonnement exercée sur sa face avant est plus grande que celle exercée sur sa face arrière. Il y aura donc une force, analogue à un frottement, s'exerçant sur le miroir du fait de son mouvement relativement au rayonnement contenu dans l'enceinte, force qui devrait peu à peu diminuer la quantité de mouvement du miroir, s'il n'y avait d'un autre côté une source de mouvement qui remplaçait en moyenne cette quantité de mouvement perdue par frottement. Aux fluctuations désordonnées de l'énergie d'une cavité rayonnante étudiées précédemment, correspondent en effet aussi des fluctuations désordonnées de la quantité de mouvement, c'est-à-dire des fluctuations désordonnées des forces de pressions exercées sur le miroir par le rayonnement qui devraient mettre le miroir en mouvement même s'il était initialement au repos. La valeur moyenne de la vitesse de déplacement du miroir doit être trouvée maintenant à partir de la relation Probabilité - Entropie, et la loi de la force de frottement mentionnée plus haut à partir de la loi du rayonnement considérée comme connue. A partir de ces deux résultats on calcule ensuite l'effet des fluctuations de pression et on est à même de tirer à nouveau de celles-ci des conclusions quant à la constitution du rayonnement, ou, pour parler plus exactement, quant aux processus élémentaires de réflexion du rayonnement sur le miroir.

¹⁾ Les mouvements du miroir dont il est question ici sont absolument analogues aux mouvements dits browniens, de particules en suspension.

Soit v la vitesse du miroir à l'instant t . Par suite de la force de frottement mentionnée plus haut, cette vitesse diminue de $\frac{P v \tau}{m}$ dans le petit intervalle de temps τ qui suit, m désignant la masse du miroir, P la force de freinage qui correspond à la vitesse unité du miroir. Nous désignons de plus par Δ le changement de vitesse du miroir pendant τ , correspondant aux fluctuations désordonnées de la pression de rayonnement. La vitesse du miroir à l'instant $t + \tau$ est :

$$v - \frac{P\tau}{m} v + \Delta.$$

La condition pour que v , en moyenne, reste inchangé durant τ , donne :

$$\left(v - \frac{P\tau}{m} v + \Delta \right)^2 = v^2$$

ou, en négligeant les infiniments petits, et en remarquant que la valeur moyenne de $v\Delta$ s'annule évidemment :

$$\overline{\Delta^2} = \frac{2P\tau}{m} \overline{v^2}.$$

Dans cette équation, on peut d'abord remplacer $\overline{v^2}$ grâce à l'équation résultant de la relation entropie probabilité, par :

$$\frac{m \overline{v^2}}{2} = \frac{1}{2} \frac{RT}{N}$$

Avant de poursuivre en donnant la valeur de la constante de frottement P , précisons le problème étudié en supposant que le miroir réfléchit parfaitement le rayonnement d'un domaine de fréquence déterminé (entre v et $v + dv$), mais qu'il est parfaitement transparent au rayonnement d'autres fréquences. Par un calcul que je ne donne pas ici par souci de brièveté, on obtient par un examen purement électrodynamique, l'équation

$$P = \frac{3}{2c} \left(\rho - \frac{1}{3} \frac{d\rho}{dv} \right) d v f,$$

valable pour une répartition de rayonnement arbitraire, où ρ désigne toujours la densité de rayonnement à la fréquence v , et

f la surface du miroir. En remplaçant $\overline{v^2}$ et P par les valeurs

obtenues, on a :

$$\overline{\Delta^2} = \frac{RT}{N} \frac{3}{c} \left(\rho - \frac{1}{3} v \frac{d\rho}{dv} \right) d v f.$$

En utilisant la formule du rayonnement de Planck, nous obtenons à partir de cette relation :

$$\overline{\Delta^2} = \frac{1}{c} \left(h \rho v + \frac{c^3}{8\pi} \frac{\rho^2}{v^2} \right) d v f.$$

La proche similitude de cette relation avec celle dérivée au pa-

ragraphe précédent pour la fluctuation de l'énergie (ε^2) est immédiatement visible et on peut lui rattacher exactement les considérations correspondantes ¹⁾. De nouveau l'expression devrait se réduire au second terme (fluctuation par interférence) d'après la théorie actuelle. Si le premier membre était seul présent, alors les fluctuations de la pression de rayonnement s'expliqueraient complètement en supposant que le rayonnement se compose de complexes peu étendus se mouvant indépendamment les uns des autres, d'énergie $h\nu$. Ici aussi la formule signifie que d'après la formule de Planck les effets des deux causes de fluctuations mentionnées se comportent comme des fluctuations (écarts) qui correspondent à des causes indépendantes l'une de l'autre (lien additif des termes dont se compose le carré de la fluctuation).

8. Des deux dernières considérations, il ressort, d'une manière irréfutable à mon avis, que la constitution du rayonnement doit être autre que ce que nous pensons actuellement. Notre théorie actuelle donne en effet, comme le prouve l'excellent accord entre théorie et expérience en optique, de façon correcte les valeurs moyennes temporelles, seules directement perceptibles, mais conduit nécessairement à des lois sur les propriétés thermiques du rayonnement incompatibles avec l'expérience, dès que l'on maintient seulement la relation entropie-probabilité. L'écart entre les phénomènes et la théorie est d'autant plus marqué que v est plus grand et ρ plus petit. Pour ρ petit les

¹⁾ On peut écrire celle-ci sous la forme (où on a posé $\frac{R}{Nk} = 1$) :

$$\overline{\varepsilon^2} = \left\{ h \rho v + \frac{c^3}{8\pi} \frac{\rho^2}{v^2} \right\} v d v.$$

fluctuations temporelles de la densité de rayonnement d'un volume déterminé, ou les fluctuations de la force de pression du rayonnement sur une surface déterminée sont beaucoup plus grandes que ce qu'on attend d'après notre théorie actuelle.

Nous avons vu que la formule du rayonnement de Planck se comprend si on adopte l'hypothèse que l'énergie d'oscillation à la fréquence ν ne peut prendre que des valeurs quantifiées multiples de $h\nu$. D'après ce qui précède, il ne suffit pas de supposer que le rayonnement ne peut être émis ou absorbé que par quantas de cette valeur, qu'il s'agit donc exclusivement d'une propriété des matériaux émettant ou absorbant ; les considérations 6 et 7 montrent que les fluctuations dans la répartition spatiale du rayonnement et celles de la pression de rayonnement se produisent aussi, comme si le rayonnement était constitué de quantas de la valeur indiquée. On ne peut donc pas en vérité affirmer que la théorie des quantas soit une conséquence de la loi du rayonnement de Planck, et que d'autres interprétations soient exclues. Mais on peut assurément affirmer que la théorie des quantas constitue l'interprétation la plus simple de la formule de Planck.

Il faut souligner que les réflexions indiquées ne perdraient, pour l'essentiel, en aucune façon de leur valeur au cas où la formule de Planck devrait se révéler erronée ; c'est justement la partie de la formule de Planck suffisamment confirmée par l'expérience (la loi de rayonnement de Wien valable à la limite pour $\frac{\nu}{T}$ grand) qui conduit à la théorie quantique de la lumière.

9. L'étude expérimentale des conséquences de la théorie des quantas de lumière constitue à mon avis un des plus importants devoirs que la physique expérimentale du moment a à résoudre. On peut classer en trois groupes les conséquences tirées jusqu'à présent.

a) Il y a des seuils pour les valeurs des énergies des processus élémentaires qui sont liés à l'absorption et à l'émission d'un rayonnement de fréquence déterminée (Règle de Stokes ; vitesse des rayons cathodiques produits par la lumière ou les rayons X ; luminescence cathodique, etc.). Il y a aussi les applications intéressantes que M. Stark a fait de la théorie des quantas lumineux pour expliquer la singulière répartition d'énergie dans le spectre des rayons canaux.¹⁾

¹⁾ J. Stark, ce journal, 9, 767, 1908.

La marche du raisonnement est ici toujours la suivante : si un processus élémentaire en produit un autre, alors l'énergie du second n'est pas plus grande que celle du premier. Mais l'énergie d'un des deux processus élémentaires est connue (de grandeur $h\nu$) quand ce dernier consiste en l'absorption ou l'émission d'un rayonnement de fréquence déterminée.

Particulièrement intéressante serait l'étude des exceptions à la loi de Stokes. Pour expliquer ces exceptions, on devrait faire l'hypothèse qu'un quantum de lumière est émis seulement après que le centre émetteur concerné en ait absorbé deux. La fréquence d'un tel événement, donc aussi l'intensité de la lumière émise de plus courte longueur d'onde que la lumière génératrice, devrait dans ce cas, pour une faible irradiation, (d'après la loi d'action de masse), être proportionnelle au carré de l'intensité lumineuse excitatrice, alors qu'on s'attend d'après la règle de Stokes pour une faible irradiation, à une proportionnalité à la première puissance.

b) Si, par l'absorption ¹⁾ de chaque quantum de lumière est produit un processus élémentaire d'une certaine nature, alors, $\frac{E}{h\nu}$ est le nombre de ces processus élémentaires au cas où a été absorbée la quantité d'énergie E du rayonnement.

Si donc par exemple la quantité E d'énergie d'un rayonnement de fréquence ν , est absorbée par un gaz au cours de l'ionisation de ce dernier, alors on s'attend à ce que $\frac{E}{Nh\nu}$ molécules-grammes du gaz soient ionisées à cette occasion. Cette relation suppose seulement de façon apparente la connaissance de N ; en effet si on écrit la formule du rayonnement de Planck sous la forme

$$\rho = \alpha \nu^3 \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{T}} - 1}$$

alors $\frac{E}{R\beta\nu}$ est le nombre de molécules-grammes ionisées.

¹⁾ Une considération analogue est naturellement aussi valable réciproquement pour la production de lumière par un processus élémentaire (par exemple par chocs d'ions).

Cette relation que je donnais déjà dans mon premier travail sur ce sujet, est malheureusement passée inaperçue jusqu'à maintenant ¹⁾.

c) Ce qui a été exposé en 5 conduit à une modification de la théorie cinétique de la chaleur spécifique ²⁾ et à certaines relations entre le comportement optique et thermique des corps.

10. Il apparaît difficile de mettre sur pied un système théorique qui interprète les quantas de lumière de façon parfaite étant donné que notre mécanique moléculaire actuelle, en liaison avec la théorie de Maxwell-Lorentz, est à même d'expliquer la formule du rayonnement soutenu par M. Jeans. Qu'il s'agisse seulement d'une modification de notre théorie actuelle, non d'un abandon complet de celle-ci, résulte déjà de ce que la loi de Jeans semble valable à la limite (pour des petits $\frac{v}{T}$). Une analyse dimensionnelle, très importante à mon avis, faite par M. Jeans il y a quelques années, donne une indication pour savoir comment cette modification devrait être conduite, et je la redonne brièvement dans ce qui suit, modifiée sur quelques points.

Imaginons que dans un volume fermé soient présents un gaz parfait, du rayonnement et des ions, ces derniers étant capables, de par leur charge, de permettre un échange d'énergie entre le gaz et le rayonnement. On s'attend à ce que, dans une théorie du rayonnement appliquée à l'étude de ce système, les grandeurs suivantes jouent un rôle et apparaissent donc dans l'expression à obtenir pour la densité de rayonnement.

a) L'énergie moyenne η d'un édifice moléculaire (égale à un facteur numérique près à $\frac{RT}{N}$),

b) La vitesse de la lumière c ,

c) le quantum élémentaire d'électricité e ,

d) la fréquence ν .

¹⁾ Ann. d. Phys. (4) 17, 132-148, 1905, § 9.

²⁾ A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) 22, 1907, pages 180-190 et 800

On peut maintenant obtenir de façon simple, à partir de la dimension de ρ et en considérant exclusivement les dimensions des quatre grandeurs mentionnées à l'instant, la forme que doit avoir l'expression de ρ . On obtient en prenant pour η la valeur

$\frac{RT}{N}$:

$$\rho = \frac{\epsilon^2}{c^4} \nu^3 \psi(\alpha)$$

où

$$\alpha = \frac{R \epsilon^2 \nu}{Nc T}$$

où ψ désigne une fonction restant indéterminée. Cette équation contient la loi de déplacement de Wien dont la validité peut à peine encore être mise en doute. Cela doit être interprété comme une confirmation de ce que, en dehors des quatre grandeurs introduites plus haut dans la loi du rayonnement, aucune autre grandeur ayant une dimension ne joue un rôle.

Nous en concluons que les coefficients $\frac{\epsilon^2}{c^4}$ et $\frac{R \epsilon^2}{Nc}$ apparaissant

dans l'équation pour ρ , doivent être numériquement égaux, à des facteurs numériques sans dimension près, apparaissant dans des développements théoriques, et qui ne peuvent naturellement pas s'obtenir à partir d'une analyse dimensionnelle, aux coefficients apparaissant dans la formule du rayonnement de Planck (ou de Wien). Etant donné qu'il est peu probable que les facteurs numériques sans dimension encore inconnus changent notablement les ordres de grandeurs, on peut poser en ordre de grandeur ¹⁾

$$\frac{h}{c^3} = \frac{\epsilon^2}{c^4} \quad \text{et} \quad \frac{h}{k} = \frac{R \epsilon^2}{Nc}$$

donc

$$h = \frac{\epsilon^2}{c} \quad \text{et} \quad k = \frac{N}{R}$$

La deuxième de ces équations est celle au moyen de laquelle M. Planck a déterminé les quanta élémentaires de la matière ou de l'électricité. On remarque sur l'expression de h que :

¹⁾ La formule de Planck dit : $\rho = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$

$$h = 6.10^{-27}$$

et

$$\frac{e^2}{c} = 7.10^{-30}$$

Il manque ici trois ordres de grandeur. Mais cela pourrait bien avoir son origine dans le fait que les facteurs sans dimensions sont inconnus.

Le point le plus important de cette déduction tient à ce que, par elle, on ramène la constante quantique de lumière h au quantum élémentaire d'électricité e . A ce sujet, rappelons maintenant que le quantum élémentaire e est un étranger dans l'électrodynamique de Maxwell-Lorentz¹⁾. On doit recourir à des forces étrangères pour construire l'électron, dans la théorie ; on a l'habitude d'introduire une ossature rigide, qui doit empêcher que les masses électrisées de l'électron, sous l'influence de leur interaction électrique, ne se dispersent. Il me semble maintenant qu'il ressort de la relation $h = \frac{e^2}{c}$ que la même modification de la théorie qui contient, comme conséquence, le quantum élémentaire e , contiendra aussi, comme conséquence, la structure quantique du rayonnement. Il faudra remplacer l'équation fondamentale de l'optique

$$D(\phi) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = 0$$

par une équation dans laquelle apparaît aussi dans un coefficient la constante universelle e (probablement le carré de celle-ci). L'équation recherchée (ou le système d'équations recherché) doit être homogène en dimensions. Il doit se transformer en lui-même par l'emploi de la transformation de Lorentz. Elle ne peut pas être linéaire et homogène. Elle doit, au moins dans la mesure où la loi de Jeans est vraiment valable à la limite pour des petits $\frac{v}{T}$, conduire pour de grandes amplitudes à la limite à la forme $D(\phi) = 0$.

Je ne suis pas encore parvenu à trouver un système d'équa-

1) Cf. Levi-Civita, Comptes Rendus 1907 : "Sur le mouvement etc."

tion correspondant à ces conditions, qui me paraisse adapté à la construction du quantum élémentaire électrique et des quantas de lumière. Mais la variété des possibilités ne me semble pas si grande qu'on doive s'affrayer devant la tâche.

Appendice

Le lecteur pourrait facilement retirer de ce qui a été dit en 4 du présent mémoire une impression inexacte sur le point de vue que prend M. Planck vis-à-vis de sa propre théorie du rayonnement thermique. C'est pourquoi je crois qu'il est opportun de remarquer ce qui suit.

M. Planck a souligné dans son livre, à plusieurs endroits, que sa théorie ne devait pas encore être considérée comme quelque chose de fini, de définitif. Il dit, par exemple, en conclusion de la préface, mot à mot : "Mais à ce sujet je tiens à souligner particulièrement encore en cet endroit, ce qui se trouve exposé de plus près dans le dernier paragraphe du livre, à savoir que la théorie développée ici n'a, en aucun cas, la prétention d'être parfaitement finie, même si, comme je le crois, elle ouvre une voie praticable pour embrasser les processus du rayonnement de l'énergie d'un point de vue similaire à celui du mouvement moléculaire."

Les analyses rencontrées dans mon mémoire ne sont pas à considérer comme une objection (au sens propre du terme) contre la théorie de Planck, mais uniquement comme une tentative pour appréhender et employer le principe Entropie-probabilité plus précisément qu'on ne l'avait fait jusqu'ici. Une version plus précise de ce principe était nécessaire parce que sans elle on n'aurait pu fonder suffisamment les développements suivants du mémoire, dans lesquels on conclut à la structure moléculaire du rayonnement. Pour que ma version de ce principe n'apparaisse pas comme quelque chose de choisi ad hoc, arbitrairement, je devais montrer pourquoi la formulation donnée jusqu'ici du principe ne me satisfaisait pas pleinement.

Bern, Janvier 1909.

(Reçu par la "Physikalische Zeitschrift"
le 23 Janvier 1909)