Annales de la Fondation Louis de Broglie - Vol. 4, n° 2, 1979

L'ONDE DE DE BROGLIE ET L'ÉLECTRODYNAMIQUE STOCHASTIQUE

par M. SURDIN

Centre de Faibles Radioactivités,

Laboratoire Mixte CNRS-CEA

91190 Gif-sur-Yvette

(manuscrit reçu le 11 Mai 1978)

Résumé : On montre que dans le cadre de l'Electrodynamique Stochastique l'onde de de Broglie a les propriétés d'une onde électromagnétique. Cette nouvelle conception appliquée au calcul de la largeur naturelle des raies et à l'analyse des expériences des trous d'Young conduit aux résultats suivants :

- la définition de la longueur de cohérence de l'onde permet d'envisager des variantes de l'expérience des trous d'Young,

- la longueur de cohérence appliquée à l'atome d'hydrogène suggère la possibilité d'assimiler celui-ci à un résonateur d'ondes électromagnétiques.

Introduction

Dans sa thèse Louis de Broglie a montré que toute particule en mouvement est accompagnée d'une onde dont la longueur d'onde est donnée par

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \qquad (1)$$

où h est la constante de Planck, m la masse de la particule et v sa vitesse. Il n'a, cependant, pas précisé la nature physique de l'onde x.

Reprenant et approfondissant cette idée une trentaine d'années plus tard, il a proposé une théorie qu'il a appelée "la théorie de la double solution". Cette théorie a été exposée dans plusieurs ouvrages dont on trouvera les références dans un synopsis écrit par Louis de Broglie (1). Tout en insistant sur la réalité physique de l'onde, il ne donne pas d'indications sur sa nature physique (2).

On connaît la brillante justification de l'existence physique réelle de cette onde par les belles expériences sur la diffraction des neutrons et l'expérience des trous d'Young avec des électrons (3).

Pour la Mécanique Quantique (MQ), suivant l'interprétation dite de l'Ecole de Copenhague cette onde ψ, qui n'est pas une onde véritable, est une onde de probabilité xx.

Il nous a paru intéressant de considérer cette onde dans le cadre de l'Electrodynamique Stochastique (EDS). Cette démarche n'est pas triviale car l'EDS possède de grandes possibilités, en effet :

- tout en étant une <u>théorie classique</u> elle a permis de retrouver de nombreux résultats quantiques (4),
- elle a conduit à la conception et à la réalisation d'une expérience sur le magnétisme des corps tournants (5) et à l'analyse du modèle de l'Univers appelé "Steady State Universe" (6) avec des résultats intéressants.

x "J'ai intentionnellement laissé assez vagues les définitions de l'onde de phase et du phénomène périodique dont elle serait en quelque sorte la traduction" L. de Broglie, Thèse, Paris 1924.

xx "Elle (l'onde ψ) n'est qu'une grandeur mathématique servant à définir des probabilités et <u>elle n'a donc aucune signification physique</u>" (2).

L'EDS est basée sur la physique classique enrichie d'un postulat fondamental -celui de l'existence d'un champ électromagnétique universel fluctuant au zéro absolu de température (le champ de zéro).

Appliquant à ce champ des considérations thermodynamiques telles que celles qui ont été utilisées par Wien pour établir sa fameuse loi on obtient la densité spectrale du champ de zéro

$$\varepsilon(\omega) = \frac{K\,\omega^3}{\pi . c^3} \qquad (2)$$

où K est une constante ayant les dimensions d'une action. L'application de l'invariance Lorentzienne au spectre du champ de zéro donne la même formule. Toutefois, les deux dérivations de l'équation (2) ne fournissent pas la valeur numérique de K.

Dans un premier temps le but recherché était de retrouver les résultats principaux de la MQ. Ainsi de nombreux résultats à "saveur" quantique ont été obtenus (4), notamment :

- l'expression de l'énergie moyenne de l'oscillateur harmonique avec un terme correspondant à l'effet Lamb,
- la distribution de Planck pour le corps noir,
- l'équation de Schrödinger,
- les forces de London-van der Waals (7),
- les forces nucléaires d'interaction forte (8).

Tous ces résultats deviennent ceux de la MQ si on pose $K = \hbar$.

On sait maintenant que tous les résultats de l'EDS ne trouveront pas, nécessairement, leurs correspondants en MQ. On peut le voir sur l'exemple suivant. Pour dériver en EDS l'équation de Schrödinger (9) on considère l'équation généralisée de Langevin décrivant le mouvement d'une particule. On assimile le processus à un processus de Markov. Cette approximation parait justifiée du fait de la finesse de la raie de résonance. On écrit l'équation de Fokker-Planck correspondante, relative à la distribution de probabilité $f(x,p,t)$ dans l'espace de phase. On procède ensuite aux opérations suivantes :

- par une transformation de Fourier on passe de l'espace de phase à l'espace de configuration, on obtient une fonction de distribution de probabilité $\rho(x,\xi,t)$,

- on applique la transformation inverse de Wigner et on obtient la fonction de distribution de probabilité $\rho(r, r', t)$,

- on factorise cette fonction suivant $\rho(r, r', t) = \psi(r,t).\psi^*(r',t)$,

- on effectue un passage à la limite pour $r = r'$.

Les différences essentielles entre la MQ et l'EDS sont alors les suivantes :

- l'EDS est envisagée dans l'espace de phase avec la possibilité d'application du principe ergodique alors que la MQ considère l'espace de configuration,

- la factorisation de la fonction de distribution de probabilité et le passage à la limite n'apparaissent valables que pour des systèmes particuliers, tels que l'oscillateur harmonique.

C'est pour ces raisons que nous avons, depuis quelques années, voulu nous affranchir de la MQ et avons choisi un programme de recherche dans des domaines de la physique où la MQ n'opère pas ou propose des solutions qui ne paraissent pas satisfaisantes. L'onde de de Broglie nous a paru correspondre à ce type de problème.

L'onde de de Broglie

Considérons, pour commencer, une particule chargée, par exemple un électron, de masse m et de charge e et soit v sa vitesse à un instant t. Cette vitesse sera appelée la vitesse longitudinale. Le champ de zéro agit sur la particule qui se comporte sous son action comme un oscillateur harmonique. En effet, sous l'action du champ la particule est déplacée, polarisant ainsi le milieu dans lequel elle se meut ; le milieu réagit sur la particule par une force qui dépend de la position de la particule d'une manière plus ou moins compliquée étant donné les conditions aux limites. Cependant, pour des petits écarts cette force serait proportionnelle à l'écart x, agissant dans un sens tel qui tend à ramener la particule à sa position d'équilibre dynamique. Sous l'action du champ de zéro ce comportement est très général ; on verra plus loin qu'il en est de même pour des particules non chargées.

On peut alors appliquer au mouvement de la particule résultant de l'action du champ de zéro, qui se superpose au mouvement longitudinal, les lois de l'oscillateur harmonique [4]. Soit

v_0 la composante sur un axe de la vitesse maximale que la particule acquiert sous l'action du champ de zéro ; comme la largeur de la raie de résonance est très faible, on peut écrire l'égalité de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle moyennes :

$$\frac{1}{2}\, m\, v_0^2 = \omega_0^2 \langle x^2 \rangle \qquad (3)$$

Nous admettons que pour tenir compte de la composante magnétique du champ de zéro, on doit ajouter une contribution énergétique égale à celle relative à la composante électrique ; on a :

$$\frac{1}{2}\, m\, \omega_0^2 \left(\frac{1}{2}\, \frac{v_0^2}{\omega_0^2} \right) = \frac{1}{2}\, K\, \omega_0 \qquad (4)$$

La largeur relative de la raie de résonance est donnée par

$$\tau\, \omega_0 = \frac{2}{3}\, \frac{e^2}{Kc}\, \frac{v_0^2}{c^2} \qquad (5)$$

avec

$$\tau = \frac{2}{3}\, \frac{e^2}{m\, c^3}\, .$$

On décompose le champ de zéro selon trois axes liés à la particule dont l'un, axe longitudinal, coïncide avec la direction de la vitesse longitudinale v à l'instant t, les deux autres, mutuellement perpendiculaires, se trouvant dans un plan passant par la particule, perpendiculaire à l'axe longitudinal.

On impose à la vitesse v une condition telle que l'énergie cinétique moyenne de fluctuation soit égale à celle du mouvement longitudinal. On a alors :

$$\frac{1}{2} \langle \frac{1}{2}\, m\, v_0^2 \rangle = \frac{1}{2}\, m\, v^2 \qquad (6)$$

Il faut noter ici qu'en moyenne l'énergie acquise par la particule aux dépens du champ de zéro lui est entièrement restituée [10].

Combinant les équations (4) et (6), on obtient, en posant $\lambda = 2\pi \dfrac{v}{\omega_0}$,

$$K = \frac{v^2\, m}{\omega_0} = \frac{\lambda\, vm}{2\pi} \qquad (7)$$

ou encore

$$\lambda = \frac{2\pi K}{mv} = \frac{2\pi K}{p} \qquad (8)$$

Si on pose $2\pi K = h$ on retrouve la relation (1) donnant la longueur d'onde de de Broglie.

L'équation (8) s'interprète dans l'EDS comme suit :

l'oscillateur harmonique dont le "centre" se meut avec la vitesse v émet et reçoit une onde électromagnétique, dont la longueur d'onde est λ. Cette onde est liée à la particule, elle se propage à la vitesse v.

On remarque que la charge électrique n'entre pas dans la relation (8), on en déduit que la particule peut aussi être neutre. En effet, le champ de zéro polarise la particule neutre qui se comporte, vis-à-vis du champ de zéro, comme une particule ayant une charge équivalente au dipôle induit.

Il est intéressant de vérifier les considérations précédentes en les appliquant à des cas concrets. Ainsi, on va considérer successivement la largeur naturelle des raies de l'atome d'hydrogène et l'expérience des trous d'Young avec des électrons.

La largeur naturelle des raies

Dans ce qui suit on se limitera à la description de l'atome d'hydrogène ayant une symétrie sphérique, c'est-à-dire pour lequel les résonances (les niveaux) ne dépendent que du rayon de l'orbite électronique. Ce cas a été étudié en EDS, où on considère deux oscillateurs harmoniques indépendants vibrant dans un plan [11]. On trouve pour le rayon d'orbite d'ordre n

$$r_n = \frac{(n+1)^2 K^2}{e^2 m} \quad \text{et} \quad r_n^2 = \frac{(n+1)Km}{\omega_0}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \ldots..$$

d'où on tire

$$r_n = \frac{e^2}{(n+1)K.\omega_0} \qquad (9)$$

et

$$r_n \omega_0 = v_n = \frac{e^2}{(n+1)K} \qquad (10)$$

d'où

$$\frac{v_n}{c} = \frac{1}{(n+1)} \frac{e^2}{Kc} \qquad (11)$$

L'équation (7) nous donne alors

$$K \omega_0 = v_n^2 m \qquad (12)$$

Utilisant les équations (5), (6) et (12), la largeur relative de la raie de résonance d'ordre n de l'atome d'hydrogène, en tenant compte du fait qu'il faut considérer deux oscillateurs harmoniques indépendants, s'écrit

$$\bar{\tau} \omega_0 = \frac{4\tau \; v_n^2 \; m}{K} = \frac{8}{3} \frac{e^2}{Kc} \cdot \frac{v_n^2}{c^2} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{(n+1)^2} \left(\frac{e^2}{Kc}\right)^3 \qquad (13)$$

Pour "l'état fondamental", n = 0, on trouve [12]

$$\tau \omega_0 = \frac{8}{3} \left(\frac{e^2}{Kc}\right)^3 \qquad (14)$$

L'expérience des trous d'Young

Pour concrétiser la discussion qui suit considérons l'expérience réalisée par Faget [3]. Le dispositif comportait deux trous circulaires de 10^{-4} cm de diamètre, la distance entre leurs centres étant de $1,5.10^{-4}$ cm, percés dans un écran métallisé. Les électrons étaient accélérés à 50 keV ce qui correspond à $v = 1,2.10^{10}$ cms^{-1} et $\lambda = 5.10^{-10}$ cm. Avec ce dispositif on obtenait des franges d'interférences sur un écran placé à une distance convenable. On constatait aussi que si la distance entre les centres des trous était trop grande on n'obtenait plus le système de franges.

L'interprétation, dans le cadre de l'EDS, de cette expérience est comme suit : une partie de l'énergie de l'onde é.m., accompagnant un électron en mouvement lors du passage par un des trous, passe par l'autre trou à condition que "la longueur de cohérence" soit suffisante. Après passage par les trous les deux ondes, ainsi créées, interfèrent pour former un système de franges.

La longueur de cohérence L est définie par

$$L = \frac{v}{\Delta\nu} = \lambda \frac{\nu}{\Delta\nu} \qquad (15)$$

où v est la vitesse de la particule et de l'onde qui l'accompagne et $\Delta\nu$ est la largeur de la raie. $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ est la largeur relative de la raie. La longueur L correspond à l'"extension spatiale" de l'onde. On comprend maintenant que pour des électrons ayant une énergie donnée, donc L donnée, si on augmente la distance entre les trous il devient de plus en plus difficile d'obtenir un système de franges.

Pour l'expérience décrite plus haut on trouve $L_0 = 4.10^{-7}$ cm. Il apparait ainsi que les conditions expérimentales n'étaient pas optimales. Il est vrai que le dispositif utilisé était principalement destiné à l'étude de la microscopie électronique interférentielle.

On peut améliorer les conditions expérimentales en diminuant l'énergie des électrons. Si l'on divise l'énergie par un facteur a^2, on divise la vitesse des électrons par a et on multiplie la longueur d'onde par a ; la longueur de cohérence est multipliée par a^3.

Si par exemple on prend a = 4 on trouve $L_0 = 0{,}25.10^{-4}$ cm. On ne peut, cependant, trop augmenter a, car on est limité par les fluctuations thermiques des électrons. Supposons que la fluctuation thermique soit de 0,33 eV, avec a = 4 la largeur relative est de 10^{-4} et $L_t = 0{,}2.10^{-4}$ cm ; L_t est de même ordre que la longueur de cohérence L_0 due au champ de zéro.

On peut calculer la longueur de cohérence pour la lumière. Supposons $\lambda = 5.10^{-5}$ cm et prenons une largeur relative de la raie de 10^{-6}, il vient $L_l = 50$ cm. Il serait intéressant de réaliser une expérience d'optique où les deux trous d'Young seraient placés à une distance relativement grande. On éclairerait l'écran à mi-distance entre les deux trous avec une lumière monochromatique ayant un faisceau étroit et une raie fine, par exemple en utilisant un laser.

On pourrait aussi envisager une expérience de trous d'Young avec des particules plus lourdes que des électrons, par exemple avec des neutrons. Prenons des neutrons thermiques

avec $v = 2{,}2.10^5$ cms^{-1} et $\lambda = 2.10^{-8}$ cm. Supposons que l'on puisse obtenir une largeur relative de la raie de 10^{-4}, la longueur de cohérence serait alors de $L_n = 2.10^{-4}$ cm. Le dispositif expérimental décrit plus haut serait utilisable ici. On aurait, cependant à résoudre des problèmes relatifs à la source : grande intensité, faisceau étroit et au récepteur : un détecteur sensible, de faible bruit et d'une résolution spatiale suffisante.

Discussion

Il nous a paru intéressant de conclure par quelques remarques :

- il paraît naturel que dans le cadre de l'EDS l'onde de de Broglie soit de nature électromagnétique. D'ailleurs, tous les résultats de l'application de l'EDS à la microphysique conduisent à la même conclusion ;

- assimiler le comportement de la particule sous l'action du champ de zéro à celui d'un oscillateur harmonique paraît naturel. C'est l'équivalent de l'assimilation de la particule à un petit oscillateur dans la théorie broglienne ;

- en écrivant l'équation (6) on est assuré qu'à aucun instant la vitesse fluctuante ne dépasse la vitesse longitudinale. L'équivalent dans la théorie broglienne est l'hypothèse de l'accord des phases de la particule et de l'onde ;

- les résultats utilisés, en particulier l'équation (3), sont relatifs à un oscillateur harmonique non relativiste. Cependant, en ajoutant une contribution énergétique pour la composante magnétique du champ de zéro égale à celle que l'on calcule pour la composante électrique on trouve des résultats qui ont une allure relativiste. Ce comportement avait été observé auparavant[4] ;

- calculons la longueur de cohérence de l'onde correspondant à l'électron en mouvement sur l'orbite fondamentale de l'atome d'hydrogène. La longueur d'onde correspondante est $\lambda = 2\pi\, r_0$ et la largeur relative de la raie est $\tau\,\omega_0 = \frac{8}{3}\left(\frac{e^2}{Kc}\right)^3$. Pour calculer la longueur de cohérence on ne peut pas appliquer ici l'équation (15), c'est-à-dire écrire $L_{nc} = \frac{\lambda}{\tau\,\omega_0}$, car du fait que la longueur d'onde est égale à la longueur de l'orbite il y a résonance. On peut présumer que la longueur de cohérence non corrigée L_{nc} serait réduite dans le rapport du rayon de l'orbite r_0 au rayon du proton. Si l'on prend ici le rayon du proton, non pas celui relatif aux forces nucléaires d'interaction forte [8] τ c mais $\tau\, c\left(\frac{e^2}{Kc}\right)$ on obtient

$$L_0 = \tau\, c\left(\frac{e^2}{Kc}\right) \frac{1}{\nu_0} \cdot \frac{2\pi\nu_0}{\tau\omega_0} = \frac{\pi}{2} \frac{K^2}{me^2} = \frac{\pi}{2} r_0 .$$

Ce résultat intéressant peut s'interpréter comme suit :

- l'atome d'hydrogène, du moins dans l'état fondamental, se comporte comme un résonateur d'ondes électromagnétiques. Il y aurait là une possibilité d'une théorie de l'atome d'hydrogène ;
- le proton se comporte vis-à-vis de l'électron ou des ondes électromagnétiques comme si son rayon était $\tau\, c\left(\frac{e^2}{Kc}\right)$, ce qui semble correspondre au rayon relatif aux forces nucléaires de faible interaction et non pas d'interaction forte.

RÉFÉRENCES

(1) L. de BROGLIE, L'interprétation de la mécanique ondulatoire par la théorie de la double solution, Foundations of Quantum Mechanics, pp. 346-347, Academic press Inc. New-York (1971).

(2) L. de BROGLIE, Ann. Fondation Louis de Broglie, 2, n°3 (1977), p. 133.

(3) J. FAGET, Revue d'Optique, 40 (1961) p. 347.

(4) M. SURDIN, Ann. Inst. Henri Poincaré, A15 (1971) p. 203.

(5) M. SURDIN, J. Franklin Inst., 303 (1977) p. 493.

(6) M. SURDIN, Foundations Phys., 8 n° 5/6 (1978) p. 341.

(7) T.W. MARSHALL, Il Nuovo Cimento, 38 (1965) p. 206.
L.L. HENRY et T.W. MARSHALL, Il Nuovo Cimento, 41 (1966) p. 188.
T.H. BOYER, Phys. Rev., A7 (1973) p. 1832.

(8) M. SURDIN, C.R. Acad. Sci., B280 (1970) p. 337.

(9) M. SURDIN, International J. Theoret. Phys., 4 (1971) p. 117.

(10) M. SURDIN, International J. Theoret. Phys., 8 (1973) p. 183.

(11) M. SURDIN, International J. Theoret. Phys., 14 (1975) p. 207.

(12) M. SURDIN, International J. Theoret. Phys., 9 (1974) p. 185.