Annales de la Fondation Louis de Broglie - Vol. 4, n° 3, 1979

CONTRAINTES SYNTACTIQUES ET LIMITATIONS SÉMANTIQUES EN THÉORIE QUANTIQUE

par M. François THIEFFINE

Laboratoire de Mécanique Quantique

U.E.R. Sciences B.P. 347

51062 REIMS CEDEX

(manuscrit reçu le 9 Juin 1977)

Résumé : L'analyse d'un article récent consacré à l'étude des formalisations logique et probabiliste, ainsi qu'au concept d'objectivité, et ce en rapport avec la description quantique d'une expérience classique d'interférence, nous fournit l'occasion de mettre en évidence les difficultés surgissant dans l'élaboration de schémas inférentiels satisfaisants en Théorie Quantique. Nous montrons en particulier combien le résultat d'une telle démarche est nécessairement conditionné par l'adoption, même implicite, d'un modèle de microsystème et soulève ainsi des questions de principe d'ordre séméïologique.

N.D.L.R. - Pour faciliter au physicien qui n'est pas forcément familier avec l'outillage de la logique formelle, la compréhension de ce texte, nous avons fait figurer à la fin de l'article un très bref rappel de la définition des termes spécialisés les plus usuels.

"Un vieux proverbe, utile en cette occasion,
A dit : Folle réponse à folle question."
V. HUGO

I - POSITION DU PROBLEME

Dans une récente contribution à un ouvrage dédié à la mémoire du logicien américain R. Carnap et consacré au "Défi Philosophique du Domaine Quantique", A. FINE (I) s'applique à préciser les limites de la nécessité du rejet de la loi distributive en Théorie Quantique en partant des résultats expérimentaux de la mesure de la seule observable "position" dans une expérience d'interférence, et par l'application du principe de superposition à la description de ce phénomène.

I.A : La démarche de Fine

L'auteur envisage une expérience électronique d'interférences Young, le dispositif interférentiel comportant deux fentes, soit A et B. La notation $P(A)$ représente la distribution des impacts électroniques sur l'écran dans le caș où le trou A serait seul ouvert, et vice-versa pour $P(B)$. La superposition des distributions $P(A)$ et $P(B)$ définit la distribution additive $P(a)$. A. Fine explicite alors trois hypothèses :

- H_i : hypothèse d'indépendance. Elle permet d'identifier, pour un électron, les distributions correspondant aux probabilités $pr(A \wedge X)$ et $pr(B \wedge X)$, (probabilité que l'électron passe par le trou A, resp. B, et atteigne l'écran dans la région X) aux distributions expérimentales $P(A)$ et $P(B)$ respectivement.

- H_p : hypothèse des probabilités. Le calcul des probabilités, sous sa forme classique tout au moins, est applicable à la description de l'expérience : en particulier la loi des probabilités totales est valide.

- H_d : hypothèse de distributivité. La structure de l'ensemble des évènements, et donc de l'ensemble des propositions correspondant, admet la loi distributive.

Le traitement algébrique de l'expérience fournit alors pour la répartition des impacts électroniques sur l'écran la distribution additive $P(a)$, ce qui est en contradiction avec la distribution d'interférence $P(i)$ des impacts effectivement observée. Epistémologiquement, l'origine de cette divergence doit être recherchée au niveau de l'inadéquation d'une hypothèse[1], et A. Fine examine alors le rejet de la dernière, c'est-à-dire le refus de la validité de la loi distributive[2], en s'appuyant sur les axiomes :

(A_1) $L \rightarrow [(H \wedge A) \rightarrow C]$

(A_2) $\overline{(H \wedge A) \rightarrow C}$

"where H is the hypothesis that the electron go through exactly one hole, the assumptions A are the probability assignments (...) together with the law of total probability, and L is an instance of the distributive law" (op. cit. p. 12) ; C est l'assertion que la répartition expérimentale des impacts électroniques sur l'écran vérifie la distribution additive.

La démarche de A. Fine consiste alors, en introduisant (A_2) par contraposition de (A_1), à exhiber la formule :

(A_3) $[\overline{(H \wedge A) \rightarrow C}] \rightarrow \overline{L}$

qui assure, à ses yeux, la non-validité de la loi distributive : en effet, bien que la formalisation de la démarche soit moins nettement assurée dans le texte, elle résulte immédiatement de l'acceptation de la règle du modus-tolens et des formules (9) et (10) de l'auteur.

I.B : Notations - Structure logique :

Nous voudrions rappeler dans ce paragraphe les préalables méthodologiques indispensables à l'aboutissement d'une entreprise telle que celle de A. Fine et examiner dans quelle mesure ces principes méthodologiques sont effectivement bien observés.

I.B - I : les notations polonaises :

Parce que l'accumulation des parenthèses rend difficile l'appréhension des expressions un peu longues, nous abandonnerons ici la notation logique habituelle (et dont nous sommes redevables à l'arithmétique) pour adopter la notation polonaise[3] dont l'avantage est incontestable quant à l'économie des formules. Pour éviter l'usage des parenthèses, cette notation place les fonc-

teurs avant leur argument (ainsi en est-il, p.e., du principe de la notation actuelle des applications).

Soit {a,b,c ...} l'ensemble des variables propositionnelles. On définit alors deux classes de foncteurs :

- foncteur unaire :
  . négation : N
  Na (non - a)
- foncteurs binaires :
  . implication : C
  Cab (si a alors b)
  . conjonction : K
  Kab (a et b)

Nous n'envisagerons pas la définition d'autres foncteurs dont nous n'aurons pas l'usage ici.

I.B - 2 : Structure logique du système déductif :

Le cadre logique est constitué par la structure minimum (C-N) avec foncteur défini K (C et N sont donc des opérateurs non-définis : cf. p.e. R. BLANCHE (4), p. 78 sq.).

En désignant par {p,q, ...} les formules obtenues à partir des variables propositionnelles, nous énoncerons d'abord la règle du détachement (= "modus ponens") : si les propositions Cpq et p font toutes deux l'objet d'une assertion dans le système, alors q est une expression dont on peut aussi faire l'assertion. Ainsi, en posant :

(1) Cpq

(2) p

(3) q

la règle du détachement sera notée simplement :

(1) x C(2) - (3)

En pratique, pour l'application de cette règle, la substitution (par exemple) de la formule convenable ω au symbole p sera notée : p/ω.

D'autre part, nous utiliserons les thèses suivantes :

I CCqrCCpqCpr (syllogisme hypothétique)

II CCpCqrCqCpr (loi de commutation)

III CCpqCNqNp (loi de transposition = "modus tolens")

IV CCKpqrCpCqr (loi d'exportation)

V CCKpqrCKpNrNq (loi composée de transposition)

Il est clair alors que notre analyse sera développée dans le cadre de la logique classique et donc booléenne.

I.C. : La formalisation de la démarche de A. Fine et ses problèmes :

Définissons tout d'abord de nouvelles notations par les correspondances :

$H_i = H \rightarrow i$ (hypothèse d'indépendance)

$H_p = A \rightarrow p$ (hypothèse des probabilités)

$H_d = L \rightarrow d$ (hypothèse de distributivité)

$C \rightarrow c$

$h = i \wedge p$

A la base du raisonnement de l'auteur se trouve donc le choix du schéma inférentiel caractérisé par les formules (A_1), (A_2), (A_3) qui nous fournissent respectivement : l'axiome

(Δ_1') CdChc

avec son corollaire illatoire

(Γ) NChc

dont on déduit le rejet de la loi distributive par application de la règle du détachement à la proposition (T_0), transposée de (Δ_1') :

(T_0) CNChcNd

Si le rejet de la loi distributive semble ainsi inévitable, il est malgré tout légitime de s'interroger sur la nécessité d'un tel schéma. Et si ce schéma ne possède pas un caractère nécessaire, il importe d'examiner alors son caractère suffisant : car s'il doit ne constituer qu'un habile artefact, il ne saurait nous contraindre à rejeter la loi distributive.

Quelle force possède donc un tel schéma et quelle justification A. Fine fournit-il de son élection qui en garantisse la légitimité ?

II - L'ILLUSION SYNTACTIQUE

Nous voulons montrer ici comment les doutes que l'on peut avoir concernant la reconnaissance du schéma adopté par A. Fine et qui surgissent d'abord au niveau syntactique, i.e. relativement à la concaténation des différents symboles introduits, comment donc ces doutes ne sauraient faire l'objet d'une réponse satisfaisante sans un examen plus approfondi de la question à son niveau sémantique[4].

Car en poussant les choses à l'extrême, on serait en droit de se demander si ce schéma inférentiel, malgré son apparent intérêt, n'est pas en définitive qu'un jeu d'écriture pratique mais dépourvu de toute signification opérationnelle.

II.A : Le caractère *ad hoc* du schéma inférentiel :

Un examen rapide des valuations possibles du schéma (Δ_1') suffit à montrer qu'il ne saurait admettre la vérité simultanée des propositions h et d. En effet, introduisant la valuation de la proposition x, que nous noterons v(x), la réalisation

$$\begin{cases} v(h) = 1 \\ v(d) = 1 \\ v(c) = 0 \end{cases}$$

implique

$$v(CdChc) = 0$$

Ainsi n'y a-t-il plus rien à attendre d'un schéma qui, dans sa structure même, contient la conclusion que, plus ou moins naïvement et plus ou moins consciemment, on souhaite en déduire. Le procédé serait parfaitement légitime si le schéma adopté était lui-même le résultat d'une induction préalable : mais on ne trouve dans l'exposé de A. Fine aucune justification quant à la nécessité de telle ou telle implication, ce qui rend la procédure irrecevable. D'autant plus que l'implication ainsi introduite (implication matérielle) est antisymétrique et permet de définir une relation d'ordre : ce qui suggère fortement l'idée de l'existence d'une "hiérarchie" entre certains éléments correspondant à une certaine dépendance sémantique (cf. infra).

II.B : Les alternatives à ce schéma et leur vanité :

Nous avons vu comment la grande faiblesse de ce schéma réside dans son caractère trop particularisant : cela soulève naturellement le problème de l'existence d'un schéma inférentiel dont la plus grande généralité saurait assurer l'authenticité.

Reste ainsi à préciser les critères qui peuvent présider à l'élection d'un schéma inférentiel différent de (Δ_1') et susceptible de se révéler plus essentiel que lui. En procédant comme A. Fine, c'est-à-dire en se limitant à la dimension syntactique du problème et en évitant toute considération sémantique concernant les propositions elles-mêmes, deux possibilités d'investigations s'imposent alors : l'une au niveau du choix de l'antécédent, l'autre au niveau du choix du conséquent de la structure implicative[5].

II.B - I : Choix de l'antécédent :

Les propositions h et d pouvant jouer a priori un rôle identique dans l'établissement d'un schéma inférentiel -et correspondant donc simplement à deux préalables non hiérarchisés- il est légitime d'imaginer comme alternative à (Δ_1') le nouveau schéma :

(Δ_1'') ChCdc

Mais on voit aussi que h et d peuvent facilement être ramenés sur un même plan par la considération d'un nouveau type de schéma :

(Δ_1) CKhdc

L'intérêt de cette dernière formule tient au fait que l'on peut logiquement en déduire (Δ_1') puisque (Δ_1) contient à la fois les schémas (Δ_1') et (Δ_1''). La démonstration en est immédiate par l'application de la loi d'exportation :

IV . p/d, q/h , r/c x $C(\Delta_1) - (\Delta_1')$

IV . p/h, q/d , r/c x $C(\Delta_1) - (\Delta_1'')$

Le schéma (Δ_1) a donc une compréhension plus grande que les schémas (Δ_1') ou (Δ_1''), mais il est clair que le reproche que nous avons fait au schéma (Δ_1') dans le paragraphe II.A reste entier.

Ainsi, la conclusion de cette première tentative pour établir un schéma acceptable est que l'existence même du schéma (Δ_1), moins particulier que le schéma (Δ_1'), met en évidence une maladresse de l'auteur puisqu'il pouvait -sans inconvénient pour la

conclusion qu'il souhaitait en tirer- adopter une structure de schéma inférentiel qui, à défaut d'une plus grande efficacité, lui assurât au moins une plus grande généralité.

II.B - 2 : Choix du conséquent :

Devant l'échec de cette première tentative, il semble naturel d'envisager d'agir efficacement sur le choix du conséquent que l'on doit assigner au schéma inférentiel. Conformément au principe de la méthode hypothético-déductive, nous étudierons donc à présent les classes de schémas qui placent la proposition d en conséquent d'une implication et non plus en antécédent.

II.B-2a : Schéma à double implication : le seul de cette catégorie que l'on puisse retenir ici est le schéma :

(Σ_2) CChcd

Or compte-tenu de ce que

$v(c) = 0$

il exige la validité de d lorsque h est fausse (sic), la validité de d étant indifférente lorsque h est vraie.

Ce schéma apparaissant ainsi, sinon inadéquat, du moins non-concluant, il ne reste plus alors que la possibilité d'envisager les schémas formés à partir d'une implication et d'une conjonction.

II.B-2b : Schémas à implication et conjonction : le premier à se présenter à l'esprit est le schéma :

(Δ_2) CKhcd

A l'instar de (Δ_1), il permet de déduire les deux nouveaux schémas :

(Δ_2') CcChd

(Δ_2'') ChCcd

Cette fois encore, à cause de la fausseté de c, il est facile de voir que la validité de d et la validité de h sont parfaitement indifférentes à la vérité de ces schémas, et ceci indépendamment des réalités sémantiques différentes qu'ils recouvrent : c'est dire que l'on atteint ici le contraire du but recherché.

Reste enfin un schéma qui résulte de la confrontation $(\Delta_1'') - (\Delta_2'')$:

(π_2) ChKdc

Or associer par conjonction la proposition d à la conclusion c qui est fausse conduit comme précédemment à assurer son indétermination, en exigeant d'ailleurs que l'hypothèse h soit également fausse.

II.C : Les conséquences :

Une conclusion s'impose donc à la suite de cet inventaire dont la seule valeur heuristique réside dans le bilan négatif qu'il fournit, rappelant ainsi la nécessité d'une analyse minutieuse du problème : l'élection d'un schéma inférentiel satisfaisant ne doit pas être laissée au hasard car les décisions d'ordre syntactique sont en réalité subordonnées à la considération du statut ontologique de ses éléments, i.e. à une étude détaillée de ceux-ci au niveau sémantique, et ceci indépendamment des difficultés inhérentes à l'utilisation qui est faite de l'implication matérielle (cf. A. TARSKI (7), chap. XVI).

Aussi, délaissant ces schémas inutiles sinon trompeurs, nous reviendrons maintenant au problème jusqu'ici négligé bien qu'il soit logiquement antérieur à celui de l'expression d'un schéma inférentiel : celui de la définition du contenu même des propositions.

III - LES PREALABLES SEMANTIQUES

III.A : Le corollaire (Γ) et ses *a priori* :

Revenons donc d'abord sur une composante quelque peu négligée du schéma inférentiel de A. Fine, son corollaire (Γ) qui énonce qu'il est faux que, si l'hypothèse h, alors la conclusion c :

(Γ) NChc

Compte-tenu du fait expérimental que la conclusion c est fausse, cette formule exige que la proposition h soit vraie : or la difficulté résulte ici essentiellement de ce que l'auteur, lorsqu'il examine les problèmes soulevés par la définition de l'hypothèse h -et donc par les deux hypothèses i (indépendance) et p (probabilités) qui y sont conjointes- ne va pas au coeur du sujet et ne parvient donc pas à assurer ses positions d'une façon définitive[6]. En effet, si le but de A. Fine est de démontrer, en s'appuyant sur l'expérience, une incompatibilité entre certaines propositions (hypothèse, loi distributive, conclusion expérimentale), il ne prend à aucun moment la précaution de s'assurer

de la nature des relations qui peuvent exister entre ces propositions. Notons par exemple que si l'on peut bien admettre, à titre d'essai, l'hypothèse des probabilités p, l'hypothèse d'unicité i quant à elle reste mal fondée, son indépendance avec p en particulier n'étant pas acquise[7].

III.B : L'hypothèse des probabilités :

Admettons alors l'hypothèse des probabilités p : elle implique la définition préalable d'un espace de probabilité qui exige lui-même l'existence d'un espace probabilisable c'est-à-dire, habituellement, l'existence d'une σ-algèbre d'évènements et donc la validité de la loi distributive. Ce qui nous amène à envisager un nouveau schéma inférentiel, et d'ailleurs le dernier puisqu'il épuise les possibilités de combinaisons formelles précédemment envisagées :

(Σ_1) CChdc

Comme les précédents, ce schéma s'avère syntactiquement insuffisant, mais il a au moins le mérite de mettre clairement en évidence le noeud sémantique du débat, i.e. le problème de la définissabilité de la proposition :

(Λ) Chd

où h = i Λ p contient comme on l'a rappelé précédemment l'hypothèse d'indépendance et l'hypothèse des probabilités. Le dilemme (*tertium non datur*) se pose dès lors simplement :

(a) Si le concept de probabilité utilisé sous-tend une structure de σ-algèbre (donc distributive) pour l'ensemble des évènements -et c'est en particulier le cas dans la théorie de A.N. KOLMOGOROV (9)- alors le raisonnement ne peut être que circulaire puisque la proposition (Λ) est tautologiquement vraie. Dans ces conditions, la tentative de Fine pour établir le rejet de la loi distributive constitue bien, par l'adoption d'un schéma inférentiel injustifié, un paralogisme qui ne peut que conduire à une contradiction : initialement, la loi distributive s'appliquerait à l'ensemble des évènements (d'après la structure même de l'espace probabilisable) après quoi elle ne serait plus valable dans l'ensemble des propositions, malgré l'isomorphisme qui doit exister entre ces deux ensembles.

(b) Si au contraire l'ensemble des propositions quantiques (et donc des évènements sous-jacents) est supposé dépourvu de la propriété de distributivité -et les tentatives pour échapper aux contraintes de la structure de σ-algèbre se multiplient actuellement[8] - alors nous sommes en présence d'une pétition de principe qui peut s'écrire symboliquement, en notant p' et h' les hypothèses précises correspondantes :

(A') Ch'Nd

mettant ainsi clairement en évidence le fait que le développement du schéma inférentiel (A1) -dont nous avons souligné par ailleurs le côté arbitraire, et donc la faiblesse- n'était en définitive, de par son caractère tautologique, qu'un leurre.

Il apparaît alors que, en se plaçant dans l'une ou l'autre de ces hypothèses, A. Fine a commis une erreur d'appréciation et d'analyse qui ruine la crédibilité de sa "démonstration".

III.C : La portée du travail de Fine :

Nous sommes mieux à même à présent d'apprécier la démarche adoptée par l'auteur pour concrétiser sa motivation essentielle dans cette partie de son exposé : mettre en évidence un système de propositions dont la structure soit isomorphe à la structure de l'ensemble des sous-espaces d'un espace de Hilbert, structure essentielle à l'élaboration de la Théorie Quantique. Le rejet de la loi distributive tel qu'il est présenté par A. Fine se trouve alors partiellement mais non logiquement impliqué par le schéma inférentiel qu'il propose : car bien que l'implication utilisée puisse être vraie dans ce contexte, l'inférence introduite est incorrecte car elle ne tient pas compte de la spécification sémantique des propositions.

Le caractère essentiel du niveau sémantique du problème étant ainsi identifié, on peut mieux juger à présent de sa répercussion au niveau syntactique car en l'absence de toute précision sémantique, il est parfaitement arbitraire de choisir un schéma inférentiel plutôt qu'un autre. Ainsi l'erreur de A. Fine est-elle de laisser croire qu'il est possible de déduire une information d'ordre sémantique d'un cadre essentiellement syntactique alors que, bien sûr, c'est le sémantique qui rend compte de ce que l'on y a intégré : c'est dire qu'en définitive les modèles que l'on envisage pour les microsystèmes ne sont pas déductibles *in abstracto* mais bien plutôt possèdent indéniablement un caractère *a priori*.

III.D : La primarité du modèle :

D'une façon plus fondamentale, le problème doit être posé dans les termes suivants : considérant un système physique

(microsystème), on définit l'espace des états de ce système, soit S, et l'ensemble des propositions élémentaires afférentes à ce système, soit E. L'axiomatique quantique, si elle caractérise précisément les états propres du système -mais seulement relativement à la grandeur propre correspondante (et bien entendu par rapport aussi aux grandeurs commutantes)- n'assure pas cependant la complétude[9] de cette description, la correspondance entre les deux ensembles S et E n'étant pas en général biunivoque. Dans ces conditions, la description du système ne peut être assurée correctement que par l'introduction d'une application entre ces ensembles : tel est le rôle joué alors par le concept de "mesure de probabilité"[10].

L'expérience classique d'interférence Young qui a servi de prétexte à notre développement prend à la lumière de ces remarques un tout autre relief, car ce n'est plus la dimension syntactique du problème qui doit accaparer toute notre attention : en particulier, la prétendue faiblesse de la bivalence classique et les diverses tentatives élaborées pour résoudre le problème au sein d'une logique trivalente[11] ou même plurivalente ne font que reporter le problème. Il est clair alors qu'il importe bien plutôt d'expliciter les relations sémantiques sous-jacentes aux différents concepts annexés par la Mécanique Quantique, relations qui permettront la définition d'un modèle convenable. Et c'est seulement à ce prix que la discussion sur la "Logique quantique" pourra progresser, un long débat qui sinon se poursuivra encore longtemps comme un véritable dialogue de sourds.

IV - CONCLUSION

C'est donc en définitive tout le statut des probabilités quantiques qui doit être repensé[12]. Indiquons dans cet ordre d'idées que les travaux actuels de M. MUGUR-SCHACHTER (18) - (19), reprenant le problème à la base par l'introduction d'espaces de probabilités spécifiques et par la définition précise des interrelations existant entre ces différents espaces, devraient permettre d'atteindre rapidement une meilleure compréhension du principe de superposition, par exemple, et d'éclairer d'un jour nouveau la controverse actuelle concernant la "possibilité" d'existence de théories à variables cachées.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Madame MUGUR-SCHACHTER pour les fructueuses discussions que nous avons eues concernant différents problèmes abordés dans cet article.

NOTES

(1) Bien sûr, cette divergence résulte de l'inadéquation d'au moins une hypothèse, mais A. Fine se contente de ce seul rejet, après avoir "justifié" les autres hypothèses.

(2) Précisons cependant que la non-validité de la loi distributive n'est pas essentielle pour la thèse de A. Fine qui introduit ensuite une logique circulaire pour "expliquer" cette situation. Notons d'ailleurs que son but dans cet article est en réalité d'aborder, par delà l'analyse de cette expérience d'interférence, le problème plus général de la justification de l'introduction du concept de "variables cachées" en Théorie Quantique : mais ce point à lui seul suffirait à justifier une analyse détaillée que nous n'aborderons pas ici.

(3) Utilisée dès 1929 par le logicien polonais J. Łukasiewicz, la notation polonaise introduit une simplicité d'écriture qui apparaîtra clairement si l'on considère, p.e., les deux formulations équivalentes :

$$[(p \wedge q) \to r] \to [(p \wedge \overline{r}) \to \overline{q}] = \text{CCKpqrCKpNrNq}$$

Un exemple de l'intérêt de cette notation est explicité dans J. ŁUKASIEWICZ (2), chap IV, § 22. Signalons enfin qu'à côté de la notation polonaise préfixée que nous venons de définir (et où le foncteur est placé en tête de l'expression), une notation postfixée (où le foncteur est placé en fin d'expression) a été développée qui, s'appliquant à des structures d'information plus générales que les expressions arithmétiques, est fréquemment utilisée en informatique pour la facilité qu'elle apporte à l'analyse syntactique préalable à la réalisation d'un programme (cf. notation polonaise inverse).

(4) Nous limiterons l'étude de cette justification à ces deux niveaux bien qu'une pure sémëiologie de la question doive encore envisager sa dimension pragmatique (cf. L. APOSTEL (4)). Précisons cependant, en reprenant la division introduite par E. Beth, que nous nous attacherons seulement dans cet exposé à l'analyse de la dimension "verticale" du problème (i.e. l'analyse de la composante "calcul propositionnel"), négligeant par là même l'examen de sa dimension "horizontale" (i.e. la possibilité de fournir une alternative à la logique classique par la considération d'une logique modale, ou plurivalente ...) (cf. E. BETH (5),

p. 82).

(5) Il est facile d'établir une recension systématique des différents schémas inférentiels qu'il est a priori possible d'obtenir partant des trois propositions h, d et c, et à l'aide des seuls foncteurs C et K :

$$\begin{cases} \text{CChdc} \;\ldots\ldots\; \Sigma_1 \\ \text{CCdhc} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.P. } (\Sigma'_1) \\ \text{CKhdc} \;\ldots\ldots\; \Delta_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{CChcd} \;\ldots\ldots\; \Sigma_2 \\ \text{CCchd} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.P. } (\Sigma'_2) \\ \text{CKhcd} \;\ldots\ldots\; \Delta_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{CCdch} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.S. } (\Sigma_3) \\ \text{CCcdh} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.S. } (\Sigma'_3) \\ \text{CKdch} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.P. } (\Delta_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{CdChc} \;\ldots\ldots\ldots\; \Delta'_1 \\ \text{CdCch} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.S. } (\Delta'_3) \\ \text{CdKhc} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.P. } (\pi_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{ChCdc} \;\ldots\ldots\ldots\; \Delta''_1 \\ \text{ChCcd} \;\ldots\ldots\ldots\; \Delta''_2 \\ \text{ChKdc} \;\ldots\ldots\; \pi_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{CcChd} \;\ldots\ldots\ldots\; \Delta'_2 \\ \text{CcCdh} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.S. } (\Delta''_3) \\ \text{CcKhd} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; \text{R.M.P. } (\pi_3) \end{cases}$$

Cependant, les exigences de principe de la méthode hypothético-déductive (R. BLANCHE (6), Introduction) autorisent le rejet immédiat de certaines formes, ce qui nous a permis d'envisager les catégories :

R.M.P. = rejet méthodologique primaire (lorsque h est conséquent d'une implication).

R.M.S. = rejet méthodologique secondaire (lorsque h est conséquent d'une implication elle-même conséquent d'une implication).

(6) Malgré certaines références intéressantes, A. Fine invoque parfois des arguments pour le moins surprenants. Ainsi un exemple caractéristique : "The difficulties with this account (a suggestion for breaking the identification argument) are precisely the difficulties that led to the abandonment of wave mechanics in favor of quantum theory" (A. FINE, op. cit., pp. 27-28 : note 6).

(7) L'étude des conséquences logiques de cette hypothèse se trouve détaillée dans F. THIEFFINE (8).

(8) Qu'il nous suffise de citer, au niveau axiomatique, l'ouvrage de T. FINE (10) consacré à un examen détaillé des fondements des "Théories de la Probabilité" et, dans le domaine plus spécifiquement quantique, la tentative de P. SUPPES (11) qui restreint la portée de la conjonction dans l'algèbre des évènements.

(9) On trouvera la première réfutation organisée de cette conception, due essentiellement aux travaux de J. von NEUMANN (12) (chap. IV, § 2), dans M. MUGUR-SCHACHTER (13).

(10) S'inspirant quelque peu de l'axiomatique développée dans l'ouvrage de G.W. MACKEY (14), B.C. van FRAASSEN (15) envisage différentes "combinaisons logiques" de ces concepts sans toutefois en épuiser la matière.
Remarquons d'ailleurs que la langue anglaise, par l'emploi même des termes "state" et "statement", pour désigner les éléments des ensembles S et E respectivement, met particulièrement en évidence cette ambiguïté.

(11) La tentative la plus élaborée en ce sens, bien qu'elle n'ait pas fourni les résultats escomptés, reste celle de H. REICHENBACH (16).

(12) Alors se repose en particulier le problème de l'interférence des probabilités dans le cadre de la Théorie de la mesure (cf. p.e. l'article récent de P.D. FINCH (17)).

RÉFÉRENCES

(1) A. FINE, in *Paradigms and Paradoxes*, ed. by R.C. COLODNY, pp. 3-31, University of Pittsburg Press (1972).

(2) J. ŁUKASIEWICZ : *Aristotle's Syllogistic*, Oxford University Press (1957).

(3) R. BLANCHE : *Introduction à la Logique Contemporaine*, A. Colin, Paris (1968).

(4) L. APOSTEL, in *Logique et Connaissance Scientifique*, pp. 290-311, Gallimard, Paris (1967).

(5) E.W. BETH, in *Logique Mathématique*, par J. LARGEAULT, pp. 60-90, A. Colin, Paris (1972).

(6) R. BLANCHE : *La Méthode expérimentale et la Philosophie de la Physique*, A. Colin, Paris (1969).

(7) A. TARSKI : *Logic, Semantics and Metamathematics*, Clarendon Press, Oxford (1956).

(8) F. THIEFFINE, Nuov. Cim. 44B (1978), 167-182.

(9) A.N. KOLMOGOROV : *Foundations of the Theory of Probability*, Chelsea Publ. Co., New York (1950).

(10) T. FINE : *Theories of Probability*, Academic Press, New-York (1973).

(11) P. SUPPES, Phil. Sc., 33 (1966), 14-21.

(12) J. von NEUMANN : *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press (1955).

(13) M. MUGUR-SCHACHTER : *Etude du Caractère Complet de la Théorie Quantique*, Gauthier-Villars, Paris (1964).

(14) G.W. MACKEY : *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, W.A. Benjamin Inc., New York (1963).

(15) B.C. van FRAASSEN, in *Boston Studies in the Philosophy of Science*, vol. XIII, D. Reidel Publ. Co.,Dordrecht, Hollande (1974).

(16) H. REICHENBACH : *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, University of California Press, Berkeley (1944).

(17) P.D. FINCH, in *Foundations of Probability Theory, Statistical Inference and Statistical Theories of Science*, vol. III, ed. by W.L. HARPER and C.A. HOOKER, pp. 105-109, D. Reidel Publ. Co., Dordrecht, Hollande (1976).

(18) M. MUGUR-SCHACHTER, Ann. Fond. Louis de Broglie, I (1976), 94-113.

(19) M. MUGUR-SCHACHTER, Found. Phys. (à paraître).

RAPPEL DE QUELQUES DEFINITIONS DE LOGIQUE FORMELLE

Système formel : ensemble comportant d'une part un alphabet de signes, et d'autre part des assemblages de ces signes, formés suivant des règles bien définies, et appelés formules. Les modes d'assemblage sont la concaténation, les parenthèses et les substitutions.

Concaténation : opération qui consiste à écrire une suite de signes ; le résultat de cette opération s'appelle un mot ou une expression.

Syntactique : relatif à un système formel.

Sémantique : relatif à la signification d'un système formel.

Sémiologique : relatif à la signification d'un assemblage.

Illatoire : concernant une suite d'implications.

Valuation : valeurs d'une application de l'ensemble des formules d'un système formel dans un ensemble appelé espace de vérité, où les dites formules reçoivent une acception de vérité ou de fausseté.