Annales de la Fondation Louis de Broglie - Vol. 5, n° 2, 1980

# LE PARADOXE D'EINSTEIN-PODOLSKY-ROSEN

# ET LES ONDES PHYSIQUES DE LOUIS DE BROGLIE

par Jean-Louis DESTOUCHES

U.E.R. 50, Université P. et M. Curie

4, Place Jussieu

75230 PARIS CEDEX 05

(manuscrit reçu le 8 Janvier 1979)

*Résumé : En introduisant les ondes physiques de M. Louis de Broglie pour représenter un corpuscule, on montre que des hypothèses simples et naturelles permettent de lever le paradoxe d'Einstein-Podolsky-Rosen, l'inégalité de Bell demeurant violée.*

## 1. Introduction

Le paradoxe d'Einstein, Podolsky, Rosen a été à nouveau longuement discuté ces dernières années, étant donné son importance et les difficultés qu'il entraîne. Si l'on reste dans le cadre strict de la théorie quantique usuelle il ne peut être levé et entraîne contradiction avec la relativité. Il faut donc examiner si à partir d'autres conceptions il peut être surmonté tout en conservant tout l'acquis positif de la mécanique quantique. Il me paraît qu'à partir de la notion d'onde physique introduite autrefois par M. Louis de Broglie (théorie de la double solution) ce paradoxe peut être levé tout en conservant tous les résultats de la théorie quantique usuelle.

## 2. Exposé du paradoxe

Soient deux corpuscules a et b, d'espèces différentes pour simplifier, sur lesquels on effectue une observation maximale à une époque $t_0$, puis qui entrent ensuite en interaction (à partir d'une époque $t_1$), et dont l'interaction cesse ultérieurement (à partir d'une époque $t_2$), les deux particules s'écartant alors l'une de l'autre. A une époque $t_3$ on peut faire une mesure d'une grandeur A sur a ou ne pas la faire, et à une époque $t_4$ on effectue une mesure d'une grandeur B sur b. L'instant $t_4$ est tel que $t_4 > t_3$ et $t_4 < t_5$ en désignant par $t_5$ l'instant où arriverait un signal émis à $t_3$ à l'endroit de la mesure de A et reçu à l'endroit de la mesure de B.

Si l'on décrit ce processus par la théorie quantique usuelle, à $t_0$ on détermine des fonctions $\psi_{a_0}$ et $\psi_{b_0}$ par les mesures initiales constituant une observation maximale (préparation du système). Pour $t_0 \leqslant t < t_1$ on a comme fonction d'ondes

$$\Psi(t) = \psi_a(t) \cdot \psi_b(t) \qquad (1)$$

où $\psi_a(t)$ est issue de la condition initiale $\psi_{a_0}$ et $\psi_b(t)$ est de même issue de $\psi_{b_0}$.

Pendant et après l'interaction, donc à partir de l'instant $t_1$, on a pour décrire les prévisions sur le système une fonction $\Psi(t)$ qui n'est plus un produit de fonctions de a et de b.

Si $\phi_{ai}(t)$ désigne la ième fonction propre pour la grandeur A de a mesurée à $t_3$, et $\chi_{bi}(t)$ la fonction propre de la grandeur B corrélée avec la grandeur A, on a, avant la mesure à $t_3$, une fonction d'onde $\Psi(t)$ qui peut se développer sous la forme

$$\Psi(t) = \sum_i c_i(t) \cdot \phi_{ai}(t) \cdot \chi_{bi}(t) \qquad (2)$$

et après la mesure supposée de durée très courte, si la jème valeur s'est manifestée, il y a collapse du $\Psi$ et on a :

$$\Psi_j(t_3) = \phi_{aj}(t_3) \cdot \chi_{bj}(t_3). \qquad (3)$$

A $t_4$, on a une fonction d'onde $\Psi(t_4)$ développable selon la formule (2) si l'on n'effectue pas de mesure à $t_3$, et toute valeur de la grandeur B peut se manifester. Au contraire si l'on a effectué la mesure à $t_3$ la jème valeur a été fixée à $t_3$ pour la grandeur B ayant les fonctions propres $\chi_{bi}$. Ceci fixe une condition initiale à $t_3$ pour b et l'on aura pour b une fonction d'ondes $\psi_{bj}(t)$ pour $t > t_3$, issue de $\psi_{bj}(t_3) = \chi_{bj}(t_3)$. L'époque $t_4$ a été fixée telle que $t_3 < t_4 < t_5$, où $t_5$ est l'instant de réception, à l'endroit de la mesure de B, d'un signal émis à $t_3$ à l'endroit de la mesure de A. C'est la mesure faite à cet instant



$t_4$ inséré entre $t_3$ et $t_5$ qui vient créer le paradoxe. Dans tout ce raisonnement les fonctions $\phi$, $\psi$, $\Psi$, $\chi$ ont été supposées normées. Les spectres de A et B ont été supposés discontinus pour simplifier, mais le raisonnement s'étend immédiatement au cas de spectres continus.

Si l'on interprète les fonctions $\Psi$ comme purement prévisionnelles, permettant de faire des prévisions à partir de connaissances fournies par des résultats de mesures, une connaissance acquise à $t_3$ vient réagir sur les possibilités physiques à $t_4$ au loin.

Si l'on interprète les fonctions $\Psi$ comme ayant une signification directement physique, alors elles agissent sur les phénomènes plus vite que les signaux. Dans les deux cas il y a un paradoxe(1) difficile à accepter, puisqu'il y a contradiction avec la théorie de la relativité qui exige que les actions physiques ne se propagent pas avec une vitesse dépassant la vitesse limite des signaux, c'est-à-dire la vitesse de la lumière.

Nous allons voir qu'au contraire le paradoxe disparaît si l'on fait intervenir les fonctions d'ondes physiques u de M. Louis de Broglie d'une certaine manière.

## 3. Les hypothèses de la théorie fonctionnelle des corpuscules

Puisqu'en théorie quantique les prévisions se calculent par des règles ondulatoires à partir des fonctions $\Psi$ (principe de décomposition spectrale), pour un physicien réaliste comme Louis de Broglie il est naturel de poser que si l'on a des règles de caractère ondulatoire c'est qu'il existe physiquement des ondes qui caractérisent les phénomènes considérés, et ce sont les ondes physiques u qu'il a introduites(2). Mais nous n'aurons pas besoin de faire intervenir ici toutes les hypothèses qu'il a faites sur ces ondes. Nous admettrons des hypothèses légèrement différentes :

1°) un corpuscule est décrit physiquement par une onde u, champ à bosse, ayant des composantes et de variance définie (spineur de Dirac pour un corpuscule de spin 1/2), appartenant à un espace de Hilbert(3) et obéissant à une équation non linéaire(4).

Des idées anciennes d'Einstein sur la concentration de l'énergie des corpuscules conduisent à admettre que les ondes u doivent être des éléments d'un espace de Hilbert. D'autre part quatre arguments au moins peuvent être avancés pour que les ondes u obéissent à une équation d'ondes non linéaire :

1) si les ondes u pouvaient obéir à une équation linéaire, on n'aurait pas eu besoin d'édifier la mécanique ondulatoire en donnant aux ondes $\psi$ l'interprétation qu'on leur donne, et on aurait pu conserver une interprétation du genre ondes classiques (comme Schrödinger a cherché à le faire), mais alors on ne peut y intégrer les corpuscules et des effets de caractère localisé.

2) on produit des phénomènes identiques avec des photons ou des particules issus d'appareils de laboratoire et des photons ou des particules issus des étoiles. Or pour ceux-ci, avec une équation linéaire on aurait une onde sphérique dont l'intensité irait en décroissant ; mais il n'est pas physiquement acceptable qu'un élément infiniment petit (ici l'intensité de l'onde) provoque des phénomènes d'énergie finie (provoqués par les corpuscules). Il est donc nécessaire qu'il y ait des termes non linéaires pour éviter l'étalement des trains d'ondes et garder une amplitude finie à l'onde (argument donné autrefois par Francis Perrin) ;

3) pour décrire la localisation de l'énergie des corpuscules, il est nécessaire que les trains d'ondes ne s'étendent pas indéfiniment (cas des ondes obéissant à des équations non linéaires), et ceci exige des termes non linéaires (processus analogue au mascaret pour les ondes hydrodynamiques) ;

4) il y a des processus dans lesquels il y a séparation de faisceaux (par exemple réflexion et réfraction séparant le faisceau incident en deux parties). Ceci exige qu'il y ait des points de bifurcation pour les solutions u des équations, et ceci ne peut se produire que si l'on a des équations non linéaires (cet argument est, à ma connaissance, inédit).

2°) Nous admettrons que toute connaissance sur des corpuscules ne peut être acquise qu'au moyen de mesures, et qu'une mesure ne détermine qu'un ensemble infini $\{u_0\}$ de fonctions initiales acceptables.

Une mesure physique, même une observation maximale, ne peut déterminer une seule fonction u, il y a toujours une infinité de fonctions u acceptables, des fonctions de l'ensemble étant tour à tour réalisées pendant un court intervalle de temps (mouvement brownoïde de M. de Broglie).

Par exemple si à $t_0$ on a mesuré l'impulsion d'une particule, on connaît sa phase

$$\phi = w\, t_0 - \vec{p} \cdot \vec{r} \qquad (4)$$



mais on ignore complètement son amplitude f(x,y,z,t), la fonction u à valeurs complexes étant de la forme

$$u = f \cdot e^{\frac{i}{\hbar}\phi} \qquad (5)$$

en séparant module f et argument imaginaire pour u. On a donc un ensemble {u} de fonctions acceptables déterminé par l'ensemble des fonctions f qui fournissent des solutions pour u, la phase $\phi$ étant fixée par la condition (4).

Les fonctions u sont interprétées d'une façon complètement différente des fonctions $\psi$ usuelles. Le fait que l'on dispose d'un ensemble {u} de fonctions u acceptables après une mesure ne doit pas conduire à considérer le processus comme un "mélange" au sens de von Neumann de la mécanique quantique usuelle. Nous verrons qu'un tel ensemble {u} correspond à un "cas pur" au sens de von Neumann. Les ondes u ne peuvent pas être interprétées comme les ondes $\psi$, sinon elles seraient superflues et n'auraient pas une signification directement physique.

3°) Nous admettrons qu'un appareil de mesure produit une interaction avec les corpuscules mesurés et vient modifier les conditions aux limites. Les fonctions u évoluent d'une manière continue dans le temps en obéissant à l'équation d'ondes. Les conditions aux limites varient progressivement et d'une façon continue lorsqu'on déplace un appareil de mesure.

4°) Nous admettrons de plus que l'ensemble {u(t)} des fonctions d'ondes acceptables issues de $\{u_0\}$ déterminé par la mesure initiale décrit le corpuscule considéré, car un système n'est jamais complètement isolé, d'après les conceptions d'Emile Borel et de Khinchine. Une autre manière de s'exprimer, équivalente à la précédente, consiste à dire que le corpuscule est décrit par une fonction d'onde u(t) de l'ensemble {u(t)} qui est changée continuellement au cours du temps sous l'influence de petites perturbations extérieures. De ce fait, seul l'ensemble {u(t)} de fonctions a une signification physique. On a en somme une mécanique statistique dans un espace fonctionnel. Ceci généralise au cas des ondes physiques u la conception de Garrett Birkhoff et von Neumann de la mécanique classique[5].

## 4. Description du paradoxe E.P.R. au moyen des fonctions u

Si l'on accepte les hypothèses précédentes, à $t_0$ les mesures initiales déterminent des ensembles $\{u_{a_0}\}$ et $\{u_{b_0}\}$ de fonctions d'ondes initiales acceptables respectivement pour les corpuscules a et b. D'où pour $t_0 \leq t < t_1$ des ensembles de fonctions $\{u_a(t)\}$ et $\{u_b(t)\}$ pour les corpuscules a et b. La correspondance entre $\{u_{a_0}\}$ et $\{u_a(t)\}$ n'est pas en général bijective à cause, d'une part, de points de bifurcation, et d'autre part de fonctions u qui ne peuvent être prolongées au-delà de certains instants.

Entre les instants $t_1$ et $t_2$ s'établit une interaction entre les particules a et b. Pendant cette interaction les corpuscules a et b sont encore décrits par des ensembles $\{u_a(t)\}$ et $\{u_b(t)\}$ de fonctions. Contrairement au cas de la théorie de Schrödinger, il n'y a pas une onde unique par système, et chaque corpuscule est décrit par une onde. Mais pendant l'interaction ces ondes réagissent entre elles et nous avons à considérer des ensembles de paires ordonnées de fonctions $\{<u_a(t), u_b(t)>\}$ qui évoluent.

L'interaction conduit donc à des paires corrélées de fonctions pour a et pour b. Quand l'interaction cesse, à $t_2$, chaque fonction reprend une évolution séparée, mais la corrélation établie pendant l'interaction va demeurer. Autrement dit nous aurons des ensembles $\{u_a(t)\}$ et $\{u_b(t)\}$, chaque fonction d'un des ensembles étant corrélée à des fonctions de l'autre ensemble.

Si l'on n'effectue pas de mesure à $t_3$, toute valeur permise par l'ensemble $\{<u_a(t), u_b(t)>\}$ peut se manifester comme résultat de la mesure de B à $t_4$ sur b.

Au contraire si l'on effectue sur a une mesure à $t_3$, on détermine ainsi un ensemble $\{u_a(t_3)\}_j$ de fonctions acceptables si la $j^e$ valeur s'est manifestée dans le cas d'un spectre discret, ou le $j^e$ intervalle dans une décomposition en intervalles d'un spectre continu. Cet ensemble est un sous-ensemble de l'ensemble $\{u_a(t_3)\}$ issu de la mesure initiale. Cette connaissance nouvelle complète la connaissance initiale. Il y a eu modification des ondes par la mesure mais pas une réduction instantanée d'un train d'ondes lors de la prise de connaissance, comme c'est le cas avec les ondes $\psi$. On peut alors revenir en arrière à l'époque $t_2$ de la fin de l'interaction ; on aura un ensemble $\{<u_a(t_2), u_b(t_2)>\}_j$ de paires de fonctions. Cet ensemble est un sous-ensemble de l'ensemble $\{<u_a(t), u_b(t)>\}$ déduit des conditions initiales $\{u_{a_0}\}$, $\{u_{b_0}\}$, soit



$$\{<u_a(t_2), u_b(t_2)>\}_j \subseteq \{<u_a(t_2), u_b(t_2)>\} \qquad (6)$$

A cause des corrélations entre les fonctions, on en tirera pour $t > t_2$ un ensemble $\{u_b(t)\}_j$ qui sera un sous-ensemble de $\{u_b(t)\}$ déduit des conditions initiales $\{u_{a_0}\}$, $\{u_{b_0}\}$, soit

$$\{u_b(t)\}_j \subseteq \{u_b(t)\} \qquad (7)$$

L'ensemble $\{u_b(t)\}_j$ est formé de fonctions corrélées à $\{u_a(t)\}_j$. Dans ce cas à l'instant $t_4$ nous aurons un ensemble $\{u_b(t_4)\}_j$ qui est un sous-ensemble de $\{u_b(t_4)\}$ issu des mesures initiales $\{u_{a_0}\}$, $\{u_{b_0}\}$. Ainsi, si la $j^e$ valeur de la grandeur A s'est manifestée comme résultat de la mesure de A sur a à $t_3$, ce résultat vient de l'ensemble de paires de fonctions qui existait à $t_2$, et le second élément des paires va constituer $\{u_b(t_3)\}_j$ qui correspond à la $j^e$ valeur de la grandeur B de b corrélée à A de a. Il n'y a pas de paradoxe de cette façon et ceci fournit un argument en faveur des ondes physiques de Louis de Broglie.

Si, au lieu de mesurer la grandeur B à $t_4$, grandeur corrélée à A, on mesure une grandeur B' non corrélée avec A, si l'on n'effectue pas de mesure à $t_3$, les valeurs possibles de B' et leurs probabilités sont déterminées à partir de l'ensemble $\{u_b(t)\}$ issu des mesures initiales $\{u_{a_0}\}$, $\{u_{b_0}\}$, d'où une certaine loi de probabilité pour B' à $t_4$. Si au contraire à $t_3$ on a mesuré A sur a, l'ensemble des valeurs possibles pour B' et leurs probabilités seront déterminés à partir de l'ensemble $\{u_b(t)\}_j$, qui en général fournira une loi de probabilité différente de la précédente.

## 5. Raccord avec la mécanique quantique usuelle

La théorie fonctionnelle des ondes physiques u ne peut être acceptable que si elle redonne les résultats de la mécanique quantique usuelle comme un cas limite, sinon elle devrait être rejetée. Examinons ce point.

Considérons une observation maximale qui détermine un ensemble $\{u_0\}$ de fonctions initiales acceptables, d'où à un instant t un ensemble $\{u(t)\}$ de fonctions acceptables. Supposons que nous soyons dans un cas où l'on puisse définir une fonction moyenne sur ces ensembles. Nous désignerons par f.m.{} la fonction moyenne sur un ensemble, soit donc

$$\overline{u}_0 = \text{f.m.}\{u_0\} \quad , \quad \overline{u}(t) = \text{f.m.}\{u(t)\} \qquad (8)$$

J'ai montré autrefois[6] que si quatre conditions étaient remplies, alors à la limite en probabilité la fonction d'onde moyenne $\overline{u}(t)$ obéissait à une équation linéaire qui n'est autre que l'équation de la mécanique ondulatoire usuelle pour un corpuscule (équation de Dirac pour le cas d'un corpuscule de spin 1/2). Certaines idées d'Einstein et de Louis de Broglie conduisent à admettre que les fonctions u appartiennent à un espace de Hilbert[3]. Il en sera alors de même pour les fonctions moyennes. Dans ces conditions on peut poser

$$\psi = \frac{u}{\|\overline{u}\|} \qquad (9)$$

Dans ce cas il y a "double solution" : $\psi$ et u. La fonction $\psi$ satisfait à l'équation d'ondes usuelle. On peut montrer de plus que $|\psi|^2$ est égale à la densité de probabilité de présence du corpuscule :

$$\text{Prob}\{C \in D \text{ à } t\} = \int_D |\psi(t)|^2 \, dv \qquad (10)$$

Dans le cas où il y a des composantes (4 composantes dans le cas d'un corpuscule de spin 1/2) il faut remplacer la densité $|\psi|^2$ par $\sum_i |\psi_i|^2$.

Ainsi à partir d'un ensemble $\{u(t)\}$ on retrouve bien l'onde $\psi$ usuelle comme cas limite.

Si l'on admet la théorie des ondes physiques u, la mécanique quantique usuelle sera donc applicable lorsque :

1°) Sur les ensembles de fonctions acceptables on peut définir une fonction moyenne $\overline{u}$.

2°) Les quatre conditions pour qu'à la limite en probabilité $\overline{u}$ obéisse à une équation d'ondes linéaires sont remplies.

3°) Les fluctuations autour de la fonction moyenne sont négligeables. Si pour une fonction d'onde physique u on pose

$$u = \overline{u} + u_é$$

la condition 3° sera remplie si la fonction $u_é$ peut être négligée devant $\overline{u}$.

Comme la théorie quantique usuelle est adéquate pour un très grand nombre de phénomènes, pour que la théorie des ondes u fournisse des résultats différents de ceux de la théorie usuelle, il



faudra considérer des cas qui échappent à la théorie usuelle. Le paradoxe E.P.R. est le cas schématique le plus simple où il y a une différence entre la théorie usuelle et la théorie des ondes physiques u.

## 6. Etude du paradoxe E.P.R. dans le cas limite

Supposons maintenant que sur chacun des ensembles de fonctions u que nous avons à considérer on puisse définir une fonction moyenne :

$$\overline{u}_{a_0} = \text{f.m.}\{u_{a_0}\} \quad , \quad \overline{u}_{b_0} = \text{f.m.}\{u_{b_0}\}$$

$$\overline{u}_a(t) = \text{f.m.}\{u_a(t)\} \quad , \quad \overline{u}_b(t) = \text{f.m.}\{u_b(t)\}$$

$$\text{pour } t_0 \leqslant t < t_1$$

et de même

$$\overline{u}_a(t) = \text{f.m.}\{u_a(t)\}, \ \overline{u}_b(t) = \text{f.m.}\{u_b(t)\} \text{ pour } t > t_2$$

$$\overline{u}_a(t)_j = \text{f.m.}\{u_a(t)\}_j, \ \overline{u}_b(t)_j = \text{f.m.}\{u_b(t)\}_j$$

$$\text{pour } t > t_3.$$

Supposons de plus que les quatre conditions soient remplies pour que les fonctions $\overline{u}$ obéissent à la limite en probabilité à une équation linéaire[6]. On peut alors définir des fonctions d'ondes prévisionnelles $\psi$ par

$$\psi_a(t) = \frac{\overline{u}_a(t)}{\|\overline{u}_a(t)\|} \ , \quad \psi_b(t) = \frac{\overline{u}_b(t)}{\|\overline{u}_b(t)\|} \quad \text{pour } t_0 \leqslant t < t_1$$

$$\psi_a(t)_j = \frac{\overline{u}_a(t)_j}{\|\overline{u}_a(t)_j\|}, \ \psi_b(t)_j = \frac{\overline{u}_b(t)_j}{\|\overline{u}_b(t)_j\|} \quad \text{pour } t > t_3.$$

Dans ces conditions les prévisions s'évalueront comme au §2 selon la méthode habituelle. Mais ici il n'y a plus de paradoxe de par la façon dont évoluent les fonctions u.

On voit que quand on remonte le temps après la mesure à $t_3$ pour revenir à $t_2$, on ne peut pas le faire directement par les fonctions $\psi(t)$, mais par les fonctions u et selon la méthode indiquée au §4. A partir de $\{u_b(t)\}_j$ on passera à $\psi_b(t)_j$ d'où les prévisions à $t_4$ pour B après la mesure à $t_3$ pour A.

Si à $t_4$ au lieu de mesurer B on mesure B', sans mesure à $t_3$ les prévisions se calculent à partir de (2) soit

$$\Psi(t) = \sum_i c_i(t)\ \phi_{ai}(t)\ .\ \chi_{bi}(t) \qquad (2')$$

et au contraire s'il y a eu mesure à $t_3$ elles se calculent à partir de

$$\psi_b(t_3)_j = \chi_{bj}(t_3) = \frac{\bar{u}_b(t_3)_j}{\|\bar{u}_b(t_3)_j\|}$$

ce qui est équivalent à (3) et bien conforme à la mécanique quantique usuelle : dans les deux cas la loi de probabilité pour la grandeur B' est différente, et ces lois sont données par les expressions quantiques usuelles.

Mais dans la théorie quantique usuelle l'onde $\psi$ déterminée à partir d'une mesure n'est utilisable que pour les prévisions vers le futur parce qu'une mesure est un acte irréversible changeant brusquement l'onde $\psi$ qui porte les connaissances (collapse de $\psi$). On ne peut s'en servir en rétrodiction vers le passé.

M. Costa de Beauregard[7] s'en sert en rétrodiction mais en faisant des hypothèses différentes de celles de la théorie quantique usuelle.

## 7. Cas d'intégrales premières

Considérons le cas particulier où il y a intégrale première de la quantité de mouvement, et où les grandeurs mesurées à $t_0$, $t_3$, $t_4$ sont des quantités de mouvement.

En vertu de cette intégrale première on a

$$\vec{p}_{a,0} + \vec{p}_{b,0} = \vec{p}_a + \vec{p}_b \qquad (11)$$

Si la grandeur A est la quantité de mouvement de a et si la grandeur B est la quantité de mouvement de b, alors la mesure à $t_3$ fixe la valeur $\vec{p}_a$, et la valeur $\vec{p}_b$ de la quantité de mouvement de b est fixée par l'équation précédente (11). Mais si l'on ne connaît que les valeurs initiales sans qu'il y ait mesure à $t_3$, alors toute valeur $\vec{p}_b$ peut se révéler à $t_4$. Si l'on mesure une grandeur B' quelconque, alors dans les deux cas toutes les valeurs sont en général possibles mais avec des lois de probabilités différentes.



## 8. Remarques

1) En théorie quantique usuelle un corpuscule est représenté par un point variable dont les coordonnées sont les variables de la fonction d'ondes. En mécanique ondulatoire relativiste on ne peut donc traiter que le cas d'un corpuscule (cas d'un corpuscule de Dirac par exemple), et non celui d'un système. En théorie fonctionnelle au contraire un corpuscule est représenté par une fonction u dont les arguments sont les coordonnées d'un point d'espace-temps ; u est donc un champ. Or en relativité on peut considérer en même temps plusieurs champs et qui peuvent réagir les uns sur les autres. Donc en théorie fonctionnelle relativiste on peut considérer des systèmes de corpuscules. C'est pourquoi il est possible de se placer dans le cadre d'une théorie relativiste pour formuler et décrire le paradoxe E.P.R.. Nous nous sommes placé dans un repère particulier, mais les résultats peuvent être exprimés dans un formalisme spatio-temporel.

Au contraire la formulation usuelle du §2, qui fait intervenir les fonctions $\Psi$ des formules (2) et (3), est exprimée dans le cadre de la théorie de Schrödinger qui est non relativiste.

2) Le fait qu'en théorie fonctionnelle on travaille sur des ensembles de fonctions acceptables ne doit pas faire penser à un mélange au sens de von Neumann, comme nous l'avons dit plus haut. Si nous considérons un ensemble de N corpuscules et qu'on mesure une grandeur A, chacun de ces corpuscules va donner une certaine valeur. On aura ainsi diverses valeurs $a_j$ avec un poids $p_j$, auxquelles il correspondra en théorie usuelle des fonctions $\psi_j$ et une matrice statistique de von Neumann. En théorie fonctionnelle il correspondra à ce cas une famille d'ensembles deux à deux disjoints $\{u\}_j$ et si les quatre conditions sont remplies on pourra poser

$$\psi_j = \frac{\bar{u}_j}{\|\bar{u}_j\|}$$

et l'on retrouvera le résultat de la théorie usuelle.

Dans un cas pur l'ensemble $\{u_0\}$ doit être pris en bloc, il est inanalysable. Au contraire dans un mélange l'ensemble $\{u_0\}$ de toutes les fonctions possibles est décomposable en une somme d'ensembles deux à deux disjoints, chacun correspondant à un composant du mélange.

$$\text{cas du mélange : } \begin{cases} \{u_0\} = \bigcup\limits_j \{u_j\} \\ \forall_{j,k}\ \{u_j\} \cap \{u_k\} = \emptyset \end{cases}$$

cas pur : $\{u_0\}$ indécomposable

## 9. Conclusion

Les considérations développées plus haut montrent que le paradoxe d'Einstein, Podolsky, Rosen est levé en théorie des ondes physiques u introduites par Louis de Broglie, et cela dans le cadre d'une théorie relativiste (particules de Dirac par exemple), ce que ne permet pas la mécanique quantique usuelle. L'inégalité de Bell[9] est violée comme en Mécanique quantique usuelle.



## BIBLIOGRAPHIE

(1) EINSTEIN, PODOLSKY, ROSEN, Phys. Rev. 47, (1935), p. 777.

(2) Louis de BROGLIE, J. Phys. Rad. VI, 8, n° 5 (1927), pp. 225-241. Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire (la théorie de la double solution), (Gauthier-Villars, Paris, 1956).

(3) Michel DESTOUCHES, Recherches sur les intégrales premières en théorie fonctionnelle, Thèse Université P. et M. Curie, Paris 1975, pp. 126-132.

(4) Jean-Louis DESTOUCHES, La quantification en théorie fonctionnelle des corpuscules (Gauthier-Villars, Paris, 1956) Corpuscules et champs en théorie fonctionnelle (Gauthier-Villars, Paris, 1958).

(5) Garrett BIRKHOFF and J. von NEUMANN, Logic of quantum mechanics, Ann. of Math. 37, 1936, pp. 823-843.

(6) Jean-Louis DESTOUCHES, Comptes rendus Acad. Sc., 248, 1959, p. 2722, J. Phys. Rad. 21, 1960, p. 145.
Les systèmes de corpuscules en théorie fonctionnelle (Hermann, Paris, 1959, pp. 88-94.
Leçons sur le champ fondamental (Gauthier-Villars, Paris, 1961) pp. 130-132.

(7) Olivier COSTA DE BEAUREGARD, Annales de la Fondation Louis de BROGLIE, vol. 2, n° 3, 1977, pp. 231-250
Lettres épistémologiques (Association F. GONSETH, Institut de la Méthode), dans diverses livraisons dont 14, 23.0, 15, 23.1 (1976)
Nuovo Cim., 42B, 41 (1977).

(8) Bernard d'ESPAGNAT, Conceptual foundations of quantum mechanics, Benjamin, 1971, 1976.

(9) J. BELL, Physics, 1, 197 (64),
Lettres épistémologiques (Association F. GONSETH, Institut de la Méthode) dans diverses livraisons.

(10) Louis de BROGLIE,
Comptes rendus, Acad. Sc. Paris.