

Annales de la Fondation Louis de Broglie

Vol. 6, n° 2, 1981

LES SOURCES DE L'IDEE DU DUALISME ONDE-MATIERE
DANS L'OEUVRE DE LOUIS DE BROGLIE

par : Alessandro JANOVITZ
et : Alessandro PASCOLINI

Università de UDINE

Via Antonini, 8

I - 33100 UDINE

(manuscrit reçu le 19 mai 1980)

Abstract : The authors have tried to relate the discovery of wave-mechanics of Louis de Broglie to the ideas which have preceded and accompanied it.

Résumé : Examinant dans son entier l'oeuvre de Louis de Broglie, les auteurs essayent de replacer cette oeuvre dans le contexte historique qui l'a précédée et accompagnée, et de rechercher la filiation des idées qui ont conduit Louis de Broglie à la Mécanique Ondulatoire.

Le but de cette note est de tâcher d'analyser les prémisses scientifiques de la mécanique ondulatoire de Louis de Broglie, ou plutôt de chercher à pénétrer les oeuvres et les auteurs dont l'étude a permis au créateur de la mécanique ondulatoire d'arriver, d'un côté, à la formulation de cette théorie, de l'autre, à l'élaboration de la théorie de la double solution. Comme on pourra le voir par la suite, les principes qui inspirent les deux théories (qu'on appellera en quelques mots "mécanique ondulatoire de Louis de Broglie") sont les mêmes, et il est donc difficile, dans notre analyse, d'en scinder l'examen même au niveau de leurs prémisses historiques. On peut faire un distinguo sur la méthode de notre recherche (d'un côté l'analyse structurelle, de l'autre celle des sources inspiratrices), mais, même dans ce sens, en plus d'une occasion, il y aura, dans des interactions complexes, un entrelacement des différents aspects de cette méthodologie.

La structure de la mécanique ondulatoire comme elle est proposée dans les premiers textes fondamentaux (1) permet d'affirmer que la théorie de la relativité restreinte en est le point de départ.

Examinons la façon de raisonner de Louis de Broglie.

De la comparaison entre la relation générale d'Einstein qui relie l'énergie à la masse ($E = mc^2$) et celle, dérivée de l'hypothèse des quanta, qui relie l'énergie à la fréquence ($E = hv$), on peut déduire :

$$hv = mc^2 \quad (1)$$

dont de Broglie suppose l'invariance par rapport aux transformations de Lorentz. En connaissant le comportement, par rapport à ces transformations, de h , c (constantes) et $m : m' = m(1-\beta^2)^{-1/2}$, il est immédiat de déduire de (1), par un changement du système de référence,

$$v' = v(1-\beta^2)^{-1/2} \quad \beta = v/c \quad (2)$$

Mais (2) est différente de la relation qu'on y attendrait au début, c'est-à-dire :

$$v' = v(1-\beta^2)^{1/2}$$

connue sous le nom de "ralentissement relativiste des horloges". De Broglie lui-même écrivit, à ce propos : "Il y a là une difficulté qui m'a longtemps intrigué" (2).

A ce moment la grande idée de de Broglie fut : pas de ralentissement relativiste de la fréquence d'une horloge, mais plutôt un phénomène périodique interprétable comme une onde.

Ces observations permirent à de Broglie d'énoncer et de démontrer le fondamental "théorème de l'harmonie des phases" entre l'onde de phase et le phénomène périodique, interne à chaque mobile, dérivé de l'hypothèse des quanta. Ce théorème, il est important de le remarquer, est le résultat de la volonté tout à fait originale de construire d'emblée une théorie quantique relativiste (3).

Comment de Broglie arriva-t-il à formuler l'hypothèse énoncée ci-dessus ? En d'autres termes, sur quels raisonnements et quelles intuitions, d'après quelles études et sur l'examen de quels textes put-il arriver à cette idée nouvelle d'une association entre les corpuscules et les ondes ? La thèse qu'on veut ici soutenir c'est que, comme ce fut le cas pour Einstein, le problème central pour de Broglie fut la double nature ondulatoire et corpusculaire de la matière et du rayonnement. De Broglie ayant donné une construction théorique synthétique qui permet de comprendre et d'expliquer à l'intérieur d'un cadre général plusieurs catégories de phénomènes, il est naturel de supposer que beaucoup de considérations critiques et l'approfondissement de divers textes l'aidèrent dans l'élaboration de ses idées. Ne nous étonnons donc pas de la richesse de "sources" où chercher les racines de son oeuvre.

Le rôle de la dynamique analytique

On sait que Louis de Broglie réussit à montrer l'équivalence du principe de Maupertuis et du principe de Fermat dans le cadre de sa mécanique ondulatoire. Voici l'un des premiers exemples de l'importance centrale du problème du "dualisme onde-matière" : de Broglie remarque l'analogie formelle des deux principes (le premier applicable à un mobile, le second à une onde lumineuse), mais il ne se borne pas à l'accepter ;

il cherche à connaître le lien profond qui peut être sous-tendu à cette identité formelle. La dynamique analytique est, à notre avis, à la fois sujet et objet de l'esprit scientifique de de Broglie : il hérite d'une partie de son esprit, et en même temps il cherche à pénétrer les analogies formelles de quelques principes du calcul des variations pour donner une image et une explication physique plus exacte des liens profonds qui expliquent ces analogies.

Suivons la pensée de de Broglie.

Le principe de Maupertuis de la dynamique classique peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\delta \int_A^B \sum_i p_i dq_i = 0 \quad (3)$$

où $p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}$ ($\mathcal{L} = E_{\text{cin}} - E_{\text{pot}}$, q_i sont les variables dont les p_i sont les moments conjugués).

Dans le cas d'un seul point matériel, (3) devient

$$\delta \int_A^B m \vec{v} \cdot d\vec{l} = 0$$

puisque $d\vec{l}$ est l'élément de trajectoire, m la masse, \vec{v} la vitesse de la particule.

Du point de vue relativiste, pour ce qui concerne la dynamique de l'électron, il faut cette fois-ci se mettre dans un espace-temps de coordonnées x^1, x^2, x^3 et $x^4 = ct$, dont l'invariant sera l'élément de longueur,

$$ds = [(dx^4)^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2]^{1/2}.$$

Le principe de Hamilton nous dit que lorsque la ligne d'Univers d'un mobile passe par les points P et Q, l'intégrale suivante doit avoir une valeur stationnaire :

$$\int_P^Q (-m_0 c - e\varphi_i u^i) ds = \int_P^Q (-m_0 c u^i - e\varphi_i) u^i ds \quad (4)$$

où m_0 est la masse propre de l'électron de charge électrique, u_i et u^i respectivement les composantes covariantes et les composantes contravariantes du vecteur unitaire "vitesse d'Univers" (tangent point après point à la ligne d'Univers du mobile) (4); φ_i et φ^i les composantes covariantes et les composantes contravariantes d'un autre vecteur d'Univers fonction des potentiels \vec{a} et ψ qui établissent le champ électromagnétique.

Si nous définissons un vecteur d'Univers J tel que :

$$J_i = m_0 c u_i + e\varphi_i$$

(4) devient :

$$\delta \int_P^Q J_i dx^i = 0 \quad (5)$$

Dans le cas où les potentiels ne dépendent pas du temps, et en posant :

$$p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i}$$

où, cette fois-ci, $\mathcal{L} = -m_0 c^2 (1 - \beta^2)^{1/2} - e\psi + e\vec{a} \cdot \vec{v}$, on dé-

duit de (5) :

$$\delta \int_A^B \Sigma_i p_i dq^i = 0 \quad (6)$$

où A et B sont les deux points de l'espace qui correspondent à P et Q.

Le passage de (5) à (6) se fait en remarquant que $J_1 = -p_x$; $J_2 = -p_y$; $J_3 = -p_z$; $J_4 = W/c$; de (4) on tire, alors, si J_4 est constant :

$$\delta \int_A^B J_i dx^i = 0$$

Examinons maintenant le principe de Fermat, en opérant toujours dans l'espace-temps.

Si la phase d'un phénomène sinusoïdal est $\varphi = \varphi(x^i)$ avec $i=1,2,3,4$, la forme du "rayon" (dans le sens de l'optique) d'Univers qui passe par les points P et Q est déterminée par le principe, de forme hamiltonienne :

$$\delta \int_P^Q d\varphi = 0$$

Mais φ est un invariant, et on peut donc écrire :

$$d\varphi = 2\pi(0_1 dx^1 + 0_2 dx^2 + 0_3 dx^3 + 0_4 dx^4) = 2\pi 0_i dx^i$$

où 0_i sont les composantes du vecteur d'onde d'Univers. Puisque l est la direction du rayon,

$$d\varphi = 2\pi(v dt - \frac{v}{V} dl)$$

avec ν = fréquence et V = vitesse de propagation.

Alors

$$\begin{aligned} O_1 &= -(\nu/V) \cos(x, l) & O_2 &= -(\nu/V) \cos(y, l) \\ O_3 &= -(\nu/V) \cos(z, l) & O_4 &= \nu/c \end{aligned} \quad (7)$$

Si ν est constante, on peut passer de la forme hamiltonienne

$$\delta \int_P^Q O_i dx^i = 0$$

à la forme maupertuisienne

$$\delta \int_A^B O_1 dx^1 + O_2 dx^2 + O_3 dx^3 = 0, \quad (8)$$

mais, d'après (7), elle s'écrit :

$$\delta \int_A^B (\nu/V) dl = 0$$

qui est une forme du principe de Fermat.

A ce moment, de Broglie fait intervenir la relation des quanta $W = h\nu$ entre les vecteurs J et O :

$$O_4 = (1/h) J_4$$

et, plus généralement,

$$O_i = (1/h) J_i \quad (i = 1, 2, 3, 4).$$

Alors $d\varphi = 2\pi O_i dx^i = (2\pi/h) J_i dx^i$, d'où, dans (8) :

$$\delta \int_A^B \sum_i J_i dx^i = \delta \int_A^B \sum_i p_i dx^i = 0$$

"Le principe de Fermat appliqué à l'onde de phase est identique au principe de Maupertuis appliqué au mobile ; les trajectoires dynamiquement possibles du mobile sont identiques aux rayons possibles de l'onde". (5)

Dans le modèle atomique de Bohr-Sommerfeld la condition de stabilité du mouvement électronique autour du noyau fut exprimée par Sommerfeld même et Wilson ainsi :

$$\oint p_i dq_i = n_i h \quad (n_i = \text{entiers})$$

où \oint signifie une intégrale étendue dans tout le domaine de variation des coordonnées. Dans un article intéressant de 1917 (6), Albert Einstein donna à la condition :

$$\oint p_i dq_i = n_i h$$

une forme invariante pour des changements de système de coordonnées, et précisément :

$$\oint \sum_i p_i dq_i = n h \quad (9)$$

Il ne s'agissait pas bien sûr d'une explication des conditions de quantification, mais d'une forme plus générale de celles-ci. Mais la formule (9) est très importante parce qu'elle aida de Broglie à démontrer que l'équivalence des deux principes de Fermat et de Maupertuis, et par conséquent à justifier les conditions

de quantification : la stabilité du mouvement électronique est donné par l'état stationnaire de l'onde associée. D'après la manière de traiter de sa thèse, on dirait qu'il disposait déjà de l'équivalence des deux principes, et qu'il s'était servi de la condition d'Einstein (9) dans la forme

$$\oint \sum_i p_i dq_i = n h$$

comme un passage intermédiaire pour appliquer sa théorie générale au cas des trajectoires électroniques fermées, quantifiées. Au contraire nous supposons que de Broglie, dans la première phase d'élaboration de la mécanique ondulatoire (déjà en possession d'une théorie ondulatoire in nuce, fondée sur la notion de phase), a trouvé dans la condition d'Einstein un instrument fondamental pour relier non seulement le principe de Maupertuis au modèle atomique quantique, mais aussi (sinon surtout) les principes de Maupertuis et de Fermat qu'il sentait déjà, d'une façon ou d'une autre, profondément connexes entre eux. De quelque façon que se soient passées les choses, il reste que l'importance de la formule d'Einstein a été fondamentale.

Si l'analogie formelle dont nous venons de parler fut un stimulant pour l'idée de l'existence d'une onde de phase (et à notre avis elle le fut, même si elle n'a pas été fondamentale en elle-même), elle fut certainement pour de Broglie une preuve exceptionnelle de la validité de la mécanique ondulatoire : la démonstration de l'équivalence des deux principes dans le cadre d'une théorie née surtout du problème de l'existence des phénomènes quantiques, c'est-à-dire des phénomènes qui appartenaient à une branche de la physique encore incertaine et fragmentaire comme elle était alors, en particulier en comparaison du caractère exhaustif de la dynamique analytique.

Mais il faut remarquer autre chose. Aujourd'hui, bien souvent, l'"équation de l'iconal" constitue le point de départ pour obtenir les équations de la mécanique ondulatoire. Cette équation, établie la première fois par Hamilton, ne fut pas utilisée, avant de Broglie, pour obtenir des relations entre la mécanique du point matériel et l'optique ondulatoire ; il s'agit d'un fait historiquement compréhensible, car la mécanique classique paraissait rigoureusement exacte et bien confirmée par l'expérience, et par conséquent on ne pensait pas qu'elle demandait des révisions par rapport à l'optique ondulatoire. Eh bien, de l'analyse des faits historiques découle, à notre avis, la presque certitude que le jeune de Broglie ne connut pas l'équation de l'iconal, et de toute façon la certitude qu'elle ne joua aucun rôle stimulant dans la naissance de la mécanique ondulatoire (7).

Le dualisme onde-matière

L'idée centrale de Louis de Broglie est d'associer la propagation d'une onde au mouvement d'un corpuscule, en reliant ainsi entre elles les notions d'onde et de matière. La théorie naissante des quanta laissait encore ces concepts sur deux bords, pour ainsi dire opposés : la seule exception était représentée par la lumière dont Einstein découvrit la double nature. C'est justement grâce à la profonde analyse de cette dualité qu'Einstein put fournir d'importantes prémisses aux idées de de Broglie. Einstein, en effet, dans son célèbre travail de 1905 (8), en s'apercevant qu'on ne peut déduire l'hypothèse des quanta ni de la mécanique classique, ni de l'électromagnétisme de Maxwell, ni d'autres lois physiques connues, la considéra comme une sorte de principe d'une grande importance, toujours valable, bien que parfois non évident. En dépassant par conséquent

avec audace les théories de tous ceux qui cherchaient, par des médiations hybrides, à rendre compte de la nécessité de la quantification proposée par Planck (9), il admit l'existence des quanta de lumière. Ils constituent une concentration, dans une région de très petites dimensions, des grains d'énergie $h\nu$ du rayonnement lumineux : il ne s'agit pas d'un retour tout court aux théories corpusculaires de Newton, mais plutôt d'une confirmation a posteriori de l'hypothèse de Planck des quanta. Louis de Broglie, du reste, était convaincu que les quanta de lumière ont une masse très petite mais non nulle, et il le disait déjà dans ses premières notes (10). A son avis, donc, les propriétés ondulatoires des quanta de lumière concernaient des quantités limitées de matière ; la lumière commençait à jouer le rôle de "pont" entre les ondes et les corpuscules. Mais Einstein lui-même, à l'occasion du Congrès Solvay de 1911, avait tiré de la loi de Planck du rayonnement du corps noir une formule, extrêmement importante, pour les fluctuations ϵ^2 du rayonnement noir dans une enceinte en équilibre thermique :

$$\overline{\epsilon^2} = h\nu E + \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \frac{E^2}{dv V} \quad (10)$$

dans laquelle E (en réalité une différentielle) est l'énergie entre les fréquences ν et $\nu+d\nu$, V le volume, T la température absolue, k la constante de Boltzmann et c la vitesse de la lumière (11). Il y a deux termes dans la somme qui se trouve dans (10) ; si le rayonnement est divisé en quanta d'énergie $h\nu$, nous avons $\epsilon^2 = h\nu E$; si au contraire il a un caractère tout à fait ondulatoire, nous avons :

$$\overline{\epsilon^2} = \frac{c^3}{8\pi\nu^2} \frac{E^2}{dv V}$$

La structure conceptuelle de (10) frappa beaucoup de Broglie : il vit, dans la combinaison de l'aspect ondulatoire et de l'aspect corpusculaire du rayonnement noir (12) beaucoup plus qu'une simple coïncidence, et il réfléchit longtemps sur toutes ses possibles implications théoriques. Il était alors nécessaire, pour lui, qu'on élaborât une théorie synthétique, apte à rendre compte du dualisme. Pour "faciliter" cette difficile entreprise, ou mieux pour confirmer le fait qu'il était sur le bon chemin, il y avait un groupe de travaux d'Einstein, d'Otto Sackur et de Tetrode.

Les résultats obtenus par Einstein, publiés en 1907 (13), concernent la théorie des chaleurs spécifiques. Il montra qu'on peut comprendre la formule du rayonnement de Planck en renonçant à l'hypothèse d'une distribution continue du poids statistique dans l'espace de phase ; il introduisit de cette façon les quanta dans l'étude statistique de la matière, et non du rayonnement.

D'une manière analogue, Sackur et Tetrode, en 1911, ont proposé de quantifier la cellule élémentaire d'extension en phase (14) : cherchons les raisons de cela.

$$S(A) = \int_0^A T^{-1} dQ \quad (11)$$

est l'entropie d'un système relative à un état d'équilibre A , tandis que 0 est un état arbitraire d'équilibre, dQ la variation infinitésimale de la quantité de chaleur et T est la température absolue du système. Dans (11) il y a une constante additive arbitraire ; nous pouvons utiliser le "troisième principe de la thermodynamique" (Nernst, 1908) pour trouver sa valeur. Selon ce principe, l'entropie d'un système au zéro absolu peut être fixée à zéro. Mais $S = k \log \pi$, ce qui est la relation bien connue de Boltzmann entre l'entropie S et la probabilité π d'un certain état dynamique du système. Selon les lois

de la mécanique classique, un état dynamique correspond à un point dans l'espace des phases de dimension $2f$ (f étant le nombre des degrés de liberté du système). En suivant la statistique classique, nous divisons l'espace des phases en cellules d'hypervolume τ , où $\tau \rightarrow 0$. Si $\tau \rightarrow 0$, π et S tendent à l'infini. En changeant τ , π changera, mais $S = k \log \pi$ imposera encore l'existence d'une constante additive indéterminée. On peut enlever cet obstacle, à la manière de Sackur et Tetrode, en supposant que les états dynamiques sont quantiques :

$$\tau = h^f.$$

A notre avis, on a montré d'une façon évidente l'immense valeur et l'essentielle importance des recherches d'Einstein et des travaux de Sackur et Tetrode (15) par rapport aux lignes directrices que le jeune de Broglie donna à ses études et par rapport aux résultats qu'il obtint :

"Mais tandis qu'aux environs de 1920 le problème des ondes et des corpuscules semblait ainsi s'enfoncer de plus en plus dans d'inextricables difficultés, la Mécanique ondulatoire, en montrant la nécessité d'associer la propagation d'une onde au mouvement de tout corpuscule, allait prouver tout à coup que le dualisme des ondes et des corpuscules, découvert par Einstein pour le rayonnement dans sa théorie des quanta de lumière, avait en réalité une importance infiniment plus générale et plus fondamentale qu'on aurait pu le croire." (16).

Max Planck et Niels Bohr

On sait que Planck, créateur de l'ancienne théorie des quanta, chercha une sorte de compromis entre les idées de la mécanique classique et la théorie des quanta, bien que cela pût diminuer la valeur de ses travaux à ce propos.

Sa communication au Congrès Solvay en 1911 (17) tendait à ce résultat, et elle joua un rôle dont l'importance pour de Broglie ne fut pas tout de suite évidente, mais fut loin d'être négligeable. Planck, en effet, disait :

"L'extension de la théorie des quanta aux phénomènes de la mécanique ordinaire soulève une question d'importance fondamentale. Les quanta ne jouent-ils aucun rôle dans ces phénomènes parce que l'accélération est trop petite ou parce que la théorie des quanta ne peut pas s'appliquer ? En d'autres termes, la différence entre les lois des phénomènes mécaniques et électriques ordinaires et celles de l'émission dans l'oscillateur optique est-elle fondamentale ou seulement quantitative ?" (18)

Il exposait les termes du problème avec une remarquable lucidité, et surtout il proposait une intéressante division entre deux champs d'action : il supposait convenable l'application aux phénomènes de caractère physique des lois fondées sur la continuité, et par contre aux phénomènes de caractère chimique des lois fondées sur l'hypothèse des quanta d'action. De prime abord, ces idées paraissent surprenantes par rapport aux développements ultérieurs de de Broglie ; il faut cependant observer que le jeune chercheur français, dès le début convaincu de la validité de l'hypothèse des quanta d'énergie, lecteur très attentif des comptes rendus du Congrès Solvay, voyait qu'une fois de plus on supposait les quanta apparaître dans des questions de chimie, c'est-à-dire dans des phénomènes liés à des quantités de matière : plus précisément, il s'agissait d'un élargissement, au cas de la matière, de propriétés spécifiques des mouvements périodiques liés à la propagation d'ondes (optiques et même électromagnétiques).

Un autre exemple de quantification "matérielle" est celui que Bohr et Sommerfeld en 1913 appliquèrent aux orbites électroniques de leur modèle d'atome. L'apparition de nombres entiers dans la description du mouvement électronique autour du noyau suggère une importante analogie avec ce qui arrive pour une onde stationnaire : dans le cas, par exemple, d'une corde vibrante dans un plan, la caractéristique la plus importante est l'existence d'un nombre entier de noeuds immobiles, tel que le passage d'un onde stationnaire à l'autre est exprimé par le saut d'un entier à l'autre. Une pareille coïncidence inspira profondément de Broglie : ce n'est pas par hasard, à notre avis, que, justement dans sa première note sur la mécanique ondulatoire, il montre que la stabilité du mouvement électronique autour du noyau est donnée par la stationnarité de l'onde associée (19).

Henri Poincaré et la thermodynamique

Henri Poincaré aussi participa au Congrès Solvay de 1911 ; il ne présenta pas de communication, mais il participait toujours aux discussions qui suivaient la lecture de chaque communication et il posait souvent des questions d'une signification profonde. Il apporta ensuite en France une série de renseignements et d'idées qui se rapportaient aux discussions de Bruxelles, en particulier dans une note aussi brève que profonde : l'hypothèse des quanta (20). Il indique dans cette oeuvre surtout les rapports entre la théorie des quanta, la thermodynamique et l'équilibre statistique, et il analyse quelques aspects des nouveaux problèmes nés précisément dans ces rapports. Une phrase très significative à ce propos est à notre avis la suivante :

"L'explication de ces phénomènes doit être cherchée sans faire table rase des principes de la Thermodynamique ; il faut avant tout admettre la possibilité de l'équilibre statistique sans quoi il ne resterait rien du principe de Carnot ; on ne peut pas admettre, dans la Thermodynamique, aucune brèche sans que tout s'écroule." (21)

Si on se rappelle l'importance pour de Broglie de la pensée de Poincaré (étudiée directement comme à travers l'enseignement de Langevin), cette brève, mais essentielle indication de caractère méthodologique (qui, bien entendu, n'est pas la seule) joue le rôle d'une "prémisse générale"; de Broglie, du reste, ne douta jamais de la validité de la thermodynamique, mais, au contraire, il l'utilisa abondamment par rapport, justement, à la mécanique ondulatoire : la thermodynamique est pour lui la théorie la plus générale et complète, avec laquelle les autres parties de la nouvelle comme de l'ancienne physique doivent s'accorder (22).

L'équation de Schrödinger et ses interprétations : vers les mécaniques quantiques

Quelques historiens de la science pensent, d'une façon très étrange, que de Broglie est une sorte de "précurseur" de la mécanique ondulatoire, puisque Schrödinger découvrit l'équation d'onde qui régit le mouvement des ondes de matière. Nous avons auparavant pris le parti d'une interprétation très différente et c'est pour cela que nous pensons convenable de faire quelques remarques sur les raisons de cette situation. L'enseignement universitaire français de l'époque avait des lacunes : on ne remarquait pas que les équations de l'optique géométrique sont un cas particulier des équations des ondes ; on n'étudiait pas les intégrales de

Fourier, les équations de Bessel, la théorie des fonctions propres et des valeurs propres. De Broglie, toutefois, connaissait très bien l'oeuvre de Poincaré et il avait appris quelques notions utiles à ce propos, d'une façon pourtant non systématique et non organisée. Nous sommes d'ailleurs convaincus qu'il cherchait une solution dans le cas relativiste (23), et de plus une théorie qui était à même de laisser aux particules leur localisation. La présence simultanée de ces trois aspects nous porte à supposer que de Broglie était en difficulté à cause de problèmes techniques et qu'il voulait élaborer une théorie synthétique si complète que sa construction complexe ne pouvait peut-être pas être réalisée ex abrupto entièrement par lui même ; à la lumière de cela, nous apprécions d'autant plus la valeur de ses recherches.

En 1926, on avait trouvé l'équation de Schrödinger et celle relativiste de Klein-Gordon, mais on n'avait pas encore fourni une interprétation de la fonction $\psi(x,y,z,t)$ qui y figure. On sait que différentes propositions s'affrontèrent : l'interprétation électromagnétique de Schrödinger, celle hydrodynamique de Madelung, celle probabiliste de Born, qui prévalut, et la théorie de la double solution de de Broglie. Ce qui est fondamental dans cette dernière théorie, c'est qu'on considère deux solutions "couplées" de l'équation de Schrödinger : l'une, à singularité permanente, représente la particule incorporée dans le sein d'un phénomène ondulatoire ; l'autre, à amplitude variable, nous donne l'aspect statistique du déplacement d'un ensemble de corpuscules. De cette façon, on conçoit la particule comme une sorte de concentration d'énergie dans la région singulière de son onde ; cette onde nous explique les effets de diffraction, par exemple, en représentant les microphénomènes pas par des ondes ou des particules, mais par des ondes et des particules. Il est plaisant et intéressant de lire ce que de Broglie dit à propos de l'interprétation opposée, l'interprétation probabiliste :

"Or, il est impossible qu'une simple représentation de probabilités puisse provoquer des phénomènes physiques tels que manifestation localisée d'une particule, phénomènes d'interférences ou de diffraction, etc..., ou imposer des valeurs aux énergies des états stationnaires des atomes. Seule une réalité objective peut provoquer des pareils effets et une représentation de probabilité n'a pas ce caractère." (24)

La mécanique quantique "orthodoxe" est alors, pour de Broglie, incomplète, car elle arrive à une description uniquement statistique qui toutefois exigerait d'être la seule forme de connaissance possible du déroulement des microphénomènes. Cette critique ne vient pas, on le voit bien de ce qui précède, de la conviction a priori de la validité ou de l'existence du déterminisme (25) ; elle est, au contraire, la conséquence la plus naturelle de sa conception du dualisme onde-matière, de la réalité objective des êtres et de la structure qu'une théorie physique doit avoir. Pour lui, ce dualisme n'a pas une signification négative : il est plutôt une incorporation qu'on peut décrire et interpréter. Il peut donc opposer à ceux qui proposent un indéterminisme subjectif (et par conséquent incluent les microphénomènes dans l'espace de configuration, avec le sujet et l'appareil) une séparation entre le sujet d'un côté et de l'autre l'objet et l'appareil en interaction, laquelle interaction nous donne les observables quantiques ; à ceux qui, d'une façon plus radicale, repoussent le déterminisme en soulignant que des phrases comme "une particule qui a une certaine position et une certaine quantité de mouvement" n'ont aucun sens, il fait voir l'existence d'un potentiel quantique, inconnu de la physique classique. Les particules doivent obéir à ce potentiel, et elles peuvent se comporter d'une façon qui n'est pas intrinsèquement stochastique. Elles peu-

vent, nous l'avons dit, se comporter ainsi, parce que, dans la théorie de la double solution, s'introduit un élément de caractère aléatoire : les fluctuations du "milieu subquantique" avec lequel sera en interaction même une particule apparemment isolée. Cette théorie se relie donc à l'objectivité des phénomènes, en incluant y compris le processus de mesure, et elle propose un concept de déterminisme plus complexe que celui de la mécanique classique.

Entre la théorie de la double solution et l'interprétation hydrodynamique de Madelung, il y a des points de contact : il est intéressant d'examiner au moins brièvement la structure de cette interprétation. Le physicien allemand écrit l'équation conjuguée de Schrödinger :

$$\nabla^2 \psi - \frac{4\pi i m}{h} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{8\pi^2 m U}{h^2} \psi = 0 \quad (12)$$

et il écrit aussi :

$$\psi = \alpha e^{i\beta}$$

où α et β sont deux fonctions réelles ; il obtient pour la partie imaginaire de (12) :

$$\text{div}(\alpha^2 \text{grad} \varphi) + \frac{\partial \alpha^2}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

avec :

$$\varphi = - \frac{h}{2\pi m} \beta$$

La formule (13) a la même structure que l'équation hydrodynamique de continuité :

$$\text{div}(\sigma u) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0$$

dans laquelle σ est la densité du fluide et u la vitesse des particules. Madelung, suivant cette analogie, interprète α^2 comme la densité σ et φ comme le potentiel de la vitesse d'un processus d'écoulement hydrodynamique. A ces conditions, on doit ajouter la condition tirée de la partie réelle de (12), c'est-à-dire :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\text{grad} \varphi)^2 + \frac{U}{m} - \frac{\nabla^2 \alpha}{\alpha} \frac{h}{8\pi^2 m} = 0$$

Madelung, après avoir utilisé des théorèmes et des lois de l'hydrodynamique, aboutit à dire que le mouvement décrit par l'équation de Schrödinger apparaît comme un flux hydrodynamique irrotatonnel soumis à l'action de forces conservatives.

Les deux interprétations apparaissent reliées à des concepts de la physique classique, mais celle de Madelung est seulement une sorte de première démarche vers la solution du problème de la vraie compréhension de la signification de la fonction ψ , et par conséquent vers la conception plus riche et plus complexe de Louis de Broglie. Albert Einstein écrivait en 1909 :

"Pour l'instant il me semble que la conception la plus naturelle soit celle de postuler que les champs électromagnétiques de la lumière sont liés à des points singuliers, comme les champs électriques statiques sont liés aux électrons. Il n'est pas exclu que dans une telle théorie toute l'énergie du champ électromagnétique soit condensée autour de certains points, comme dans l'ancienne théorie de l'effet à distance. Je m' imagine tout point singulier entouré d'un champ de force qui a, en principe, le caractère d'une onde plane, dont l'amplitude diminue à mesure qu'on s'éloigne du point singulier." (26)

Evidemment, ce passage suppose l'existence d'un lien entre le quantum de lumière et une onde, dont il représente un aspect particulier : mathématiquement, la singularité. Si on se rappelle la masse non nulle, pour de Broglie, du quantum de lumière, il apparaît d'une façon tout de suite significative une liaison entre l'hypothèse d'Einstein pour les photons et la théorie du physicien français pour les particules : encore une fois il étend les concepts d'Einstein en les plongeant dans un champ d'action plus grand.

Ce n'est pas par hasard que cet exposé commence par Einstein, créateur de la relativité restreinte, et qu'il se termine en revenant à Einstein. A notre avis, la mécanique ondulatoire et, en général, la théorie de la double solution sont des théories synthétiques, qui doivent reposer sur un nombre très élevé d'idées, d'hypothèses et de recherches jusqu'à leur interprétation cohérente, leur justification et leur réunion. Voici donc l'apparition de leurs prémisses scientifiques : la relativité restreinte, les travaux d'Einstein rappelés plus haut sur les quanta de lumière et sur les chaleurs spécifiques, l'analyse de la dynamique analytique classique, les oeuvres de Planck sur les quanta d'action et d'énergie, les notes de Sackur et Tetrode sur la cellule élémentaire d'extension en phase, les réflexions de Poincaré sur les quanta et la thermodynamique, le modèle d'atome de Bohr, la thermodynamique, même, et les méthodes de la mécanique statistique. On peut chercher aussi à établir une sorte d'échelle des valeurs dans cela : certains prémisses servirent de confirmation, d'autres furent les éléments d'origine de ses travaux successifs, d'autres encore servirent de base technique. C'est justement à cause de cela que nous pensons que l'oeuvre d'Einstein se place ici au dessus des autres : elle fut à la base, et de toutes les manières à la fois, de l'oeuvre scientifique de Louis de Broglie, que l'on peut considérer comme un très original et très hardi

prolongement des conceptions d'Einstein. On ne peut oublier, du reste, que tous deux ont certains aspects communs dans leur Weltanschauung scientifique (nous espérons qu'on peut s'en rendre compte dans ce que nous avons dit), et tous deux furent tourmentés par le progressif éloignement de la structure de la mécanique quantique, de leurs idées qui en avaient permis la naissance :

"Or, ce qui est vraiment assez extraordinaire c'est que cette idée fondamentale (le principe de l'accord de phase par rapport au dualisme onde-matière) a été ensuite complètement oubliée par ceux qui ont développé la mécanique ondulatoire dans sa forme actuellement enseignée sous le nom de mécanique quantique et que, moi-même, je l'ai pendant longtemps, à partir de 1928, abandonnée." (27)

*"Il est réel que mes collègues parisiens, dans leurs travaux scientifiques des années récentes, se tiennent beaucoup plus près de moi que les théoriciens américains. (...)
Il m'est difficile de comprendre combien, particulièrement dans les périodes de transition et d'incertitude, la mode joue un rôle à peine inférieur à celui qu'elle joue dans l'habillement des femmes." (28)*

REFERENCES

- (1) - L. de Broglie - Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat, comptes rendus de l'Académie des Sciences, (1923), tome 177, p. 630. L. de Broglie - Ondes et quanta, C.R., (1923), t. 177, p. 507. L. de Broglie - Quanta de lumière, diffraction et interférences, C.R., (1923), t. 177, p. 548. L. de Broglie - Recherches sur la théorie des quanta, Annales de Physique, (1925), X série, t. III, vol. 2, n. 3 (il s'agit de la Thèse de Doctorat).
- (2) - L. de Broglie - Recherches..., p. 34.
- (3) - "Cherchons sous quelle forme nous pouvons faire intervenir les quanta dans la dynamique de la relativité.", Ibidem, p. 32.
- (4) - $u_i = -u^i$ ($i=1,2,3$), $u_4 = u^4$, $u^i = \frac{dx_i}{ds}$ ($i = 1,2,3,4$).
- (5) - Ibidem, p. 56.
- (6) - Albert Einstein - Zum quantensatz von Sommerfeld und Epstein, Berichte der deutschen physikalische Gesellschaft, (1917) ; en particulier, p. 84-85.
- (7) - On peut voir : A. Janovitz - Louis de Broglie e gli esordi della meccanica ondulatoria, (1978), Brescia, Thèse.
- (8) - A. Einstein - Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Annalen der Physik, (1905), 4, 17, p. 132.
- (9) - On peut penser par exemple à Jeans.
- (10) - "Mais, pour l'atome de lumière, m_0 doit être infiniment petit" dans L. de Broglie - Rayonnement noir et quanta de lumière, Journal de Physique, (1922), t. III, p. 423. "L'atome de lumière doit être considéré comme un mobile de masse très petite (10^{-50} gr.)," dans L. de Broglie - Ondes et quanta, p. 508.
- (11) - A. Einstein - L'état actuel du problème des chaleurs spécifiques, en la théorie du rayonnement et les quanta, Paris, (1912).
- (12) - Louis de Broglie aime beaucoup rappeler cette formule comme la plus significative par rapport au dualisme onde-matière.
- (13) - A. Einstein - Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der Spezifischen Wärme, Annalen der Physik, (1907), 4, 22, p. 180.
- (14) - On peut voir la bibliographie à la fin de ces références.
- (15) - De Broglie connaissait très bien les oeuvres des deux savants allemands.
- (16) - L. de Broglie - Le dualisme des ondes et des corpuscules dans l'oeuvre d'Albert Einstein, lecture faite en la séance annuelle des prix de l'Académie des Sciences du 5 décembre 1955.
- (17) - Oeuvre citée, p. 95-114.
- (18) - Ibidem, p. 113.
- (19) - L. de Broglie - Ondes et quanta, p. 509.

- (20) - Dans Henri Poincaré - Dernières pensées, Paris, (1913).
- (21) - Ibidem, p. 173.
- (22) - "(...) avec mes idées actuelles, c'est plutôt la dynamique qui apparaît comme une branche particulière de la Thermodynamique." L. de Broglie - Discours, Annales de la Fondation Louis de Broglie, I, (1975), p. 13.
- (23) - L'équation de Schrödinger, non relativiste, n'est pas valable pour les photons, fondamentaux pour de Broglie.
- (24) - L. de Broglie - La réinterprétation de la mécanique ondulatoire, Paris, (1971), p. 32.
- (25) - L. de Broglie - La physique quantique restera-t-elle indéterministe ?, Paris, (1953).
- (26) - A. Einstein - Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung, Physikalische Zeitschrift, (1909), 10, p. 824. C'est nous qui avons souligné certains passages.
- (27) - L. de Broglie dans Louis de Broglie, sa conception du monde physique, Paris, (1973), p. 387.
- (28) - Lettre d'Albert Einstein à André George, dans la revue "Synthèses", Mai-Juin (1955).

BIBLIOGRAPHIE

- AA.VV. - La théorie du rayonnement noir et les quanta (Rapports et discussions du Conseil Solvay), Paris, (1912).
- AA.VV. - Atomes et électrons (Rapports et discussions du Conseil Solvay), Paris, (1923).
- AA.VV. - Albert Einstein, scienziato e filosofo, Firenze, (1958).
- AA.VV. - Louis de Broglie, sa conception du monde physique, Paris, (1973).
- M. Bunge - La causalità, Torino, (1970).
- L. de Broglie - Rayonnement noir et quanta de lumière, Journal de Physique, (1922), série VI, t. III, p. 422.
- L. de Broglie - Ondes et quanta, C.R., (1923), t. 177, p. 507.
- L. de Broglie - Quanta de lumière, diffraction et interférences, C.R., (1923), t. 177, p. 548.
- L. de Broglie - Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat, C.R., (1923), t. 177, p. 630.
- L. de Broglie - Recherches sur la théorie des quanta, Annales de Physique, (1925), X série, t. III, v. 2, n. 3, p. 22.
- L. de Broglie - La Physique quantique restera-t-elle indéterministe ?, Paris, (1953).

- L. de Broglie - Le dualisme des ondes et des corpuscules dans l'oeuvre d'Albert Einstein, lecture faite en la séance annuelle des Prix du 5 décembre 1955, Académie des Sciences.
- L. de Broglie - Discours prononcé à la première séance du séminaire de la Fondation Louis de Broglie, Annales de la Fondation Louis de Broglie, v. 1, n. spécial, (1975), p. 7.
- L. de Broglie - La réinterprétation de la mécanique ondulatoire, Paris, (1971).
- A. Einstein - Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Annalen der Physik, (1905), 4, 17, p. 132.
- A. Einstein - Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme, Annalen der Physik, (1907), 4, 22, p. 180.
- A. Einstein - Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung, Physikalische Zeitschrift, (1909), 10, p. 817.
- A. Einstein - Zum Quantensatz von Sommerfeld und Epstein, Berichte der deutschen physikalischen Gesellschaft, (1917), p. 82.
- M. Jammer - The Philosophy of Quantum Mechanics, New-York, (1974).
- A. Janovitz - Louis de Broglie e gli esordi della meccanica ondulatoria, Brescia, (1978), Thèse.

- F. Kubli - A propos du 50 anniversaire de la mécanique ondulatoire, Revue d'histoire des Sciences, (1975), t. XXVIII, n. 2, p. 97.
- F. Kubli - Louis de Broglie und die Materiewellen, Zürich, Thèse, (1974).
- H. Poincaré - Dernières pensées, Paris, (1913).
- O. Sackur - Die Anwendung der kinetischen Theorie der Gase auf Chemische Probleme, Annalen der Physik, (1911), 36, p. 958.
- O. Sackur - Die universelle Bedeutung des sog. elementaren Wirkungsquantums, Annalen der Physik, (1913), 40, p. 67.
- H. Tetrode - Die chemische Konstante der Gase und das elementare Wirkungsquantum, Annalen der Physik, (1912), 38, p. 434.
-