

SUR LES STATISTIQUES QUANTIQUES  
ET LA COHÉRENCE DES ONDES

(A propos de quelques travaux de  
de Broglie, Einstein et Schrödinger  
reproduits dans ce numéro)

Ainsi que nous l'avons annoncé dans notre précédent numéro, nous reproduisons, ci-dessous, quelques travaux datant de la naissance de la mécanique ondulatoire, mais contrairement à ce que nous annoncions, il ne s'agira pas encore de l'établissement des équations d'ondes, que nous réservons à un prochain numéro. Il nous a semblé, en effet, qu'il serait intéressant de présenter d'abord au lecteur quelques documents antérieurs à la recherche de ces équations et nous voudrions expliquer ici notre choix en commentant brièvement ces documents. Comme l'indique le titre de notre note, ce choix s'est orienté vers le rapport qui existe entre la cohérence des ondes de de Broglie et les statistiques quantiques, tout au moins celle de Bose-Einstein.

I - Nous donnons tout d'abord une série de travaux anciens de Louis de Broglie, tous destinés à mettre en évidence l'idée fondamentale qui a présidé à l'ensemble de son oeuvre, à savoir que la matière, comme la lumière est profondément dualistique et gouvernée par le *principe de l'accord des phases*. Celui-ci stipule qu'une fréquence vibratoire propre caractérise l'état interne de chaque corpuscule et que la phase de ce mouvement interne est, à chaque instant, égale à la valeur de la phase de l'onde associée, au point où se trouve le corpuscule.

En particulier, dans le problème qui nous occupe, c'est cette loi qui modifie les statistiques en

vertu de cet autre principe énoncé, dans sa thèse, par de Broglie :

"Si deux ou plusieurs atomes ont des ondes de phase qui se superposent exactement, dont on peut dire par suite qu'ils sont transportés par la même onde, leurs mouvements ne pourront plus être considérés comme entièrement indépendants et ces atomes ne pourront plus être traités comme des unités distinctes dans les calculs de probabilités".

Les textes de Louis de Broglie que nous avons choisi de reproduire sont les suivants :

1°) Sur les interférences et la théorie des quanta de lumière

On verra, pour la première fois, apparaître ici en conclusion de la note, le principe que nous venons de citer. De Broglie aperçoit, dans la fameuse formule d'Einstein sur la fluctuation du rayonnement noir, "... l'existence d'agglomérations d'atomes de lumière dont les mouvements ne sont pas indépendants, sont cohérents".

Signalons que le lecteur trouvera un complément à cette note dans un article intitulé : "Rayonnement noir et quanta de lumière (J. de Phys., série VI, t. III, p. 422, 1922), qui a été reproduit dans : Recherches d'un demi-siècle, Albin-Michel, Paris, 1976.

2°) Nous reproduisons ensuite les fameuses trois Notes de 1923 :

a) Ondes et quanta, où l'on trouve énoncée, pour la première fois, la loi de l'accord des phases. On notera que de Broglie suppose (et a toujours soutenu par la suite) que la masse du photon n'est pas nulle. Cette hypothèse est à l'origine même de tout son système : c'est elle qui l'a conduit à écrire l'égalité

$$m_0 c^2 = h \nu_0$$

pour un photon (un "atome de lumière" comme il disait),

puis à s'apercevoir qu'autant pouvait se dire d'un mobile quelconque, en particulier d'un électron.

b) Quanta de lumière, diffraction, interférences. C'est sans doute l'un des textes les plus étonnants de toute l'histoire des sciences ! Il ne contient pas un seul calcul et se contente de rappeler deux formules de la note précédente, mais il énonce en un peu plus de deux pages toute la philosophie de la mécanique ondulatoire. On y trouve, d'un trait : le théorème sur la vitesse de groupe (sans démonstration), l'identification des principes de Maupertuis et de Fermat, *la diffraction des électrons*, l'échange d'impulsion entre l'onde et le corpuscule, le guidage du corpuscule par l'onde, la synthèse entre la mécanique et l'optique, l'idée de *la cohérence de l'émission stimulée de la lumière* (idée énoncée ici pour la première fois et qui vient appuyer l'idée de de Broglie sur les statistiques), la description (grâce à l'accord des phases et du guidage) des interférences par quanta isolés.

Dans tout cela, de Broglie commet une seule erreur qu'il corrigera l'année suivante : il croit que l'intensité de l'onde de phase gouverne "la probabilité (d'un atome matériel) d'absorber ou d'émettre un atome de lumière" ; il comprendra bientôt (dans la note de 1924 citée plus loin) que l'intensité de l'onde gouverne, en réalité, la concentration des "atomes de lumière", autrement dit leur probabilité de présence, et non leur "capacité" d'être émis ou absorbés.

On comprend, en lisant cette note, pourquoi de Broglie devait apprécier plus tard, et citer souvent, ce mot de René Dugas : "Il n'y a que les visionnaires qui créent".

c) Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat. De Broglie propose ici, pour la première fois, de fonder les statistiques sur la théorie des ondes de matière, stationnaires dans une enceinte,

il introduit dans son calcul son principe de regroupement des "atomes en onde" et trouve la distribution de Bose-Einstein. Mais, curieusement, il ne l'applique telle quelle qu'aux atomes très légers, ce qui lui donne bien la distribution de Planck pour les photons, tandis que pour les atomes lourds, il ne garde que le terme dominant de la série et obtient ainsi, pour les gaz, la distribution de Boltzmann et non pas celle d'Einstein. En somme, il trouve, avec un an d'avance sur lui, le résultat qu'allait bientôt trouver Bose par un autre raisonnement (celui de de Broglie est même meilleur parce que plus physique), mais il ne réalise pas (ce qu'allait trouver Einstein) qu'il avait aussi devant lui la théorie des gaz dégénérés.

3°) La dernière note de Louis de Broglie que nous reproduisons est parue une semaine avant sa soutenance de thèse :

Sur la dynamique du quantum de lumière et les interférences. C'est ici qu'il introduit, pour la première fois, l'idée que le corpuscule est "*une singularité du groupe d'ondes*" et qu'il rattache les figures d'interférences au fait que le guidage des corpuscules par une onde perturbée par des obstacles, modifie la concentration des trajectoires, lesquelles s'écartent des régions de faible intensité (... "(les) franges sont noires parce que le nombre des quanta les traversant est faible ou nul").

4°) Les conséquences de tout cela sur les statistiques seront rassemblés dans le chapitre VII de la thèse de de Broglie, que nous reproduisons. Signalons le fait intéressant que c'est dans ce chapitre, à la page 111 de la thèse qu'apparaît *pour la première fois* la célèbre formule de la longueur d'onde de de Broglie ! Et encore, est-elle écrite, pour les simples besoins de la théorie des gaz, à l'approximation non relativiste :  $\lambda = \frac{h}{m_0 v}$ . L'explication de ce fait paraît être, à l'évidence, que tous les raisonnements que de Broglie faisait jusque là concernaient la dynamique des corpuscules et étaient fondés sur la loi de l'accord des phases : ils faisaient, pour cette raison, appel à la

fréquence et à la vitesse de phase, mais non à la longueur d'onde (du moins pas explicitement).

5°) Enfin, en publiant un inédit récent (datant de moins de dix ans), nous avons voulu montrer que ces problèmes de cohérence n'ont jamais quitté l'esprit de de Broglie.

II - On sait qu'en 1924, Langevin a envoyé à Einstein un exemplaire de la thèse de de Broglie. Et on sait qu'Einstein, dans sa réponse à Langevin, a écrit la phrase célèbre : "Er hat eine Ecke des grössen Schleiers gelüftet" (Il a soulevé un coin du grand voile), mais on ne sait généralement pas qu'il a écrit, peu après, à Lorentz, une lettre que nous ne pouvons reproduire parce qu'elle est encore inédite, mais dont nous nous permettons, toutefois, de citer une phrase. Après avoir dit que cette idée de de Broglie jetait, à son avis "une faible lueur sur l'une des plus difficiles énigmes de la physique", il ajoutait : "Ich habe auch einiges gefunden, was für seine Konstruktion spricht" ("J'ai aussi trouvé quelque chose qui parle en faveur de cette construction"). Eh bien nous avons eu envie de montrer à nos lecteurs ce qu'était ce "quelque chose". Il s'agit du second des deux mémoires qu'Einstein avait écrits à la suite du fameux mémoire de Bose sur la théorie du corps noir et on sait que les trois articles en question (celui de Bose et les deux Einstein) fondent la statistique qui porte conjointement leurs deux noms.

Le mémoire que nous reproduisons a été terminé en décembre 1924, probablement quelques semaines après la lecture de la thèse de de Broglie, et il constitue (si l'on nous passe cette expression) un véritable "festival Einstein", tellement il déborde d'idées. Einstein comprend subitement que le procédé de calcul, qu'il avait emprunté à Bose, pour l'appliquer à la théorie des gaz, devait refléter les propriétés ondulatoires de la matière et il se met aussitôt à en chercher des preuves nouvelles

et des applications dans sa propre théorie. Il reprend sa vieille théorie des fluctuations du corps noir, qui lui avait jadis suggéré le dualisme onde-corpuscule pour la lumière, et s'aperçoit qu'elle est aussi vraie pour son gaz. Il annonce d'autre part (sans démonstration, bien sûr !) cette chose étonnante qu'on appelle à tort la *condensation de Bose* et qui n'est due qu'à lui seul. Certes, cette condensation a été, plus tard, mise en doute, mais quelle importance(\*) ! ... puisque c'est en s'appuyant sur cette idée (reprise plus tard par London) et sur un admirable raisonnement de diffusion des ondes (les ondes de Broglie) qu'Einstein a prévu, avec quatorze ans d'avance, l'existence de l'état superfluide de la matière.

Bien sûr, il y a aussi des erreurs dans son article : par exemple, pour l'état superfluide, il a pensé à l'hélium -et il avait raison- mais aussi à l'hydrogène et c'était faux ; il a cru que sa statistique s'appliquerait également aux électrons, alors que c'est celle de Fermi-Dirac qui est la bonne. Mais comment ne pas citer, à son propos, Louis de Broglie qui écrivait dans Certitudes et Incertitudes de la science (Albin-Michel, Paris, 1966, p. 45) : "Seule l'intuition et l'imagination permettent de briser le cercle dans lequel s'enferme naturellement toute pensée qui se veut être purement déductive ?"

III - Enfin, le dernier texte : celui de Schrödinger. Cet article précédait de peu les fameux mémoires de 1926 et il ne les annonce pas directement, parce que rien n'y laisse présager la découverte de la célèbre équation, mais par contre il annonce le fameux petit opuscule : "Statistical Thermodynamics que Schrödinger devait écrire vingt ans plus tard car on y

(\*)En réalité, le raisonnement d'Einstein est douteux, peut-être même impossible à rendre rigoureux dans le cadre de sa théorie, mais cela ne prouve en rien que la *condensation* n'existe pas.

trouve déjà la même présentation, notamment avec l'usage, pour la première fois, semble-t-il, de la méthode de Darwin et Fowler en statistique quantique. Toutefois, ce qui est peut-être le plus intéressant ici, est le fait que l'article de Schrödinger est directement inspiré de celui d'Einstein et de la thèse de de Broglie et il est intéressant de comparer les conceptions ondulatoires des trois auteurs :

Pour de Broglie, il existe un dualisme "vrai", même une *coexistence* entre les ondes et les corpuscules : l'onde et le corpuscule existent tous deux à chaque instant, le corpuscule est étroitement localisé dans l'onde et son mouvement est gouverné par la propagation de cette dernière, en vertu de la loi de l'accord des phases. Sa vision des statistiques est *dynamique* : d'après lui, ce sont les propagations et réflexions répétées des ondes dans le récipient contenant un gaz, qui entraîne la distribution statistique des molécules.

L'attitude d'Einstein est différente. Il retient la manière de de Broglie de définir une onde associée au corpuscule, mais ne retient pas le modèle de l'accord des phases entre le corpuscule et l'onde. Son attitude rappelle un peu celle de Newton : faire le moins d'hypothèses possible et se borner à constater que les choses sont "ainsi". En l'occurrence, il continue, comme en 1905, à remarquer (mais cette fois sur la matière et non plus la lumière) que certaines propriétés sont corpusculaires et d'autres ondulatoires ; et il se sert, quand il le faut, de l'une ou de l'autre en l'incluant dans les schémas qui ont toujours été les siens.

Quant à Schrödinger, enfin, on voit déjà, dans cet article, combien ses ondes diffèrent de celles de de Broglie. Tout d'abord, au lieu d'une conception dynamique, il a plutôt une conception statique : il ne considère pas, à l'origine des statistiques, un modèle

de propagation d'ondes, mais une distribution d'états stationnaires. Et quand il parle de la thèse de de Broglie, il ne retient pas, lui non plus, la loi de l'accord des phases et cela pour la bonne raison qu'il n'admet pas vraiment l'idée du dualisme : pour lui l'essentiel est dans l'onde, quant au corpuscule il lui apparaît comme une "crête d'écume" à la surface des ondes. Autrement dit, on voit apparaître les deux points de vue qui allaient bientôt triompher avec la découverte de l'équation de Schrödinger : domination absolue des ondes sur les corpuscules et prééminence de la stationnarité.

Comment conclure ces quelques remarques, sinon en soulignant à quel point, même lorsqu'une idée est aussi admirablement comprise que l'a été celle de de Broglie, par Einstein et Schrödinger, chacun la comprend à sa façon ? C'est souvent quand des grands hommes comprennent à leur manière les idées d'autres grands hommes que naissent de nouvelles grandes idées.

La Rédaction