

INDÉTERMINISME QUANTIQUE ET  
DYNAMIQUE NON LINÉAIRE DISSIPATIVE

par N. GISIN\*

Département de Physique Théorique  
Université de Genève  
1211 Genève 4, (SUISSE)

(manuscrit reçu le 6 Juillet 1981)

*Résumé : Une généralisation non linéaire de l'équation de Schrödinger est proposée. Dans cette perspective, tous les états stationnaires de l'équation de Schrödinger apparaissent comme des sortes de cycles limites, semi-stables, sauf l'état fondamental qui est stable. Ce modèle est appliqué à la relaxation de spin et à l'oscillateur harmonique amorti. Le premier exemple fourni un modèle microscopique des théories phénoménologiques de Bloch et de Redfield, en particulier les états permanents apparaissent comme états asymptotiques. Dans le deuxième exemple, on montre que la solution correspondant à un état initial cohérent, est elle-même, à chaque instant, un état cohérent et évolue en parfaite analogie avec l'oscillateur classique amorti.*

*Enfin, cette généralisation de l'équation de Schrödinger est utilisée pour construire une dynamique du processus de la mesure en mécanique quantique. Dans ce modèle, aucun état de mélange statistique, ni*

\* Partiellement financé par le Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique

aucun "saut quantique" n'apparaissent, tout "l'indéterminisme quantique" étant relié au début de la mesure, lors de la rencontre du système et de l'appareil de mesure. Une application à la célèbre expérience de mesure de corrélation de spins  $\frac{1}{2}$  dans l'état singlet (EPR) est présentée.

## 1. INTRODUCTION

La genèse des états stationnaires de la mécanique quantique, et leur relative stabilité, ne saurait être expliquée par une dynamique conservative, telle l'équation de Schrödinger, comme l'ont déjà fait remarquer parmi d'autres, J. Andrade e Silva, F. Fer, P. Leruste et G. Lochak<sup>(1)</sup>. Dans cet article, nous présentons quelques résultats concernant un modèle de dynamique quantique dissipative développé par l'auteur<sup>(2)</sup>. Comme notre modèle est déterministe (les états purs sont préservés) notre approche est fondamentalement différente de celle utilisée en mécanique statistique quantique<sup>(3)</sup>.

Dans la troisième partie, nous présentons une équation non linéaire, susceptible de décrire une évolution déterministe dissipative d'un système quantique, et suffisamment simple pour être exactement soluble. Dans ce modèle, tous les états stationnaires de l'équation de Schrödinger apparaissent comme des sortes de cycles limites, semi-stables sauf l'état fondamental qui est stable. Le modèle est appliqué à l'oscillateur harmonique amorti à la relaxation de spin dans un champ magnétique (statique ou tournant). Cette dernière application fournit un modèle microscopique, des théories phénoménologiques de Bloch et Redfield. Dans le cas d'un champ magnétique tournant, les états permanents (dit aussi quasi-périodiques), dont G. Lochak a fourni une justification théorique basée sur l'invariance adiabatique<sup>(4)</sup>, sont retrouvés comme états asymptotiques stables.

Dans la quatrième partie, un modèle d'une dy-

namique de la mesure en mécanique quantique est présenté. Dans ce modèle, les états purs restent purs, l'évolution étant déterministe dès que la mesure a commencé, c'est-à-dire dès que le système et l'appareil forment ensemble un seul système isolé.

Avant d'en venir à ces différents modèles, nous souhaitons présenter très brièvement le cadre dans lequel s'inscrit cette recherche.

## 2. DESCRIPTION ET EVOLUTION D'UN SYSTEME PHYSIQUE

Le formalisme Hilbertien de la mécanique quantique ne répond pas par lui-même à la question non triviale suivante : que représente le vecteur d'état  $\psi$  ? Nous adopterons un point de vue réaliste, à savoir que  $\psi$  représente l'état d'un système physique donné à un certain instant. Ici, "système donné" signifie que l'on sache identifier le système en question et agir sur lui, ainsi qu'évaluer les réactions que le système peut avoir sur son environnement. Ce point de vue est réaliste en ce sens que  $\psi$  représente l'état d'un système et non la statistique d'un ensemble de systèmes, et que  $\psi$  ne dépend que du système et non pas de "l'état de l'univers", ni de la connaissance-conscience de l'observateur.

Certains physiciens estiment que ce point de vue est intenable. Dans leurs argumentations, il est extrêmement difficile de mettre en lumière les éléments de la théorie quantique sur lesquels repose leur rejet du point de vue esquissé ci-dessus. C'est pourquoi, selon nous, une approche axiomatisée peut clarifier le débat, du moins si les concepts de base sont porteurs d'une interprétation physique directe. Une telle approche de la description d'un système physique a été présentée par C. Piron, en se basant sur les concepts de propriétés d'un système donné et de tests expérimentaux correspondant à ces propriétés<sup>(5)</sup>. Dans cette approche, le treillis des propriétés est entièrement défini en termes phy-

siques, puis des axiomes (hypothèses) délimitent la structure de ce treillis. L'état d'un système physique est défini comme la collection des propriétés actuelles. Prosaïquement, une propriété est dite actuelle si les valeurs des grandeurs physiques correspondantes sont "inscrites" dans le système, c'est-à-dire si le résultat d'une mesure (test) correspondant est déterminé avant même le début de la mesure, et avant même que la décision d'effectuer la mesure ait été prise. On voit que la notion de propriété actuelle rejoint celle d'élément de réalité au sens d'Einstein. Un mérite certain du théorème de représentation de C. Piron est de prédire que toutes nouvelles théories, structurellement différentes des mécaniques classiques (espace de phase) et quantiques (espace d'Hilbert) violent nécessairement au moins un de ces axiomes. Sans insister davantage sur cette approche, notons qu'elle "démontre" que la position "réaliste" adoptée ci-dessus est concevable.

Montrons comment un aspect de la controverse Einstein-Bohr, ou de l'interprétation qui lui a été donnée au fil des ans, est surmonté dans notre optique. Einstein estimait qu'une théorie physique complète devait contenir tous les éléments de réalité du système. Bohr considérait comme essentiel que le formalisme de la mécanique quantique tienne explicitement compte du fait que certains dispositifs expérimentaux sont incompatibles. Dans le formalisme Hilbertien, tous les éléments de réalité d'Einstein sont, pour un système dans l'état  $\psi$ , représentés par les opérateurs auto-adjoints ayant  $\psi$  comme vecteur propre. Et la remarque de Bohr se traduit par la non commutativité de certains opérateurs représentant des observables, c'est-à-dire *par l'existence de grandeurs physiques ne pouvant être simultanément élément de réalité*<sup>(6)</sup>. Remarquons qu'il en découle qu'on peut mesurer une grandeur qui ne correspond à aucun élément de réalité, et dans ce cas, par définition d'élément de réalité, le résultat n'est pas déterminé uniquement par l'état de système.

En résumé, pour nous, l'espace de Hilbert représente la structure de l'ensemble des propriétés (actuelles ou potentielles) du système physique, le vecteur d'état  $\psi_t$  représentant l'ensemble des propriétés qui, à l'instant  $t$ , correspondent à des éléments de réalité.

Finalement, notons que dans le cas  $\mathcal{H} = L^2(\mathbb{R}^3, dV)$  l'espace physique  $\mathbb{R}^3$  est introduit dans la description du système "particule Galiléenne" par les observables position et impulsion<sup>(7)</sup>. Cette description en termes d'espace est assez étrange, car non locale. Cette particularité correspond pourtant à des faits expérimentaux<sup>(8)</sup>.

Admettons la cinématique esquissée ci-dessus et venons-en à la dynamique. Cette dernière doit être compatible avec la cinématique, en particulier l'état du système doit à chaque instant être représenté par un vecteur d'état  $\psi_t$  (état pur). L'équation de Schrödinger est une évolution, parmi beaucoup d'autres, qui satisfait ce critère de compatibilité. De plus elle décrit très bien certains phénomènes, particulièrement les états stationnaires. Par contre, d'autres phénomènes (mesures, plus généralement transitions) ne sont pas du tout décrits par l'équation de Schrödinger. En effet, la mécanique quantique orthodoxe ne fournit pas à proprement parler, une description des transitions entre différents états stationnaires, mais donne une règle de calcul permettant de prédire le taux d'occupation des niveaux quantiques. Dans la troisième partie, nous présentons un autre exemple d'équation d'évolution quantique.

Une difficulté de la dynamique quantique semble provenir du fait expérimental que la réaction (évolution) d'un système quantique à certaines interactions n'est pas entièrement déterminé par l'état du système, fait qui est d'ailleurs contenu dans notre cinématique,

comme mentionné précédemment. Ce fait est souvent avancé en faveur d'une interprétation statistique de la mécanique quantique. Cette conclusion nous paraît trop hâtive, puisque "l'indéterminisme quantique" n'apparaît que quand le système interagit avec un autre système (appareil de mesure par exemple), et n'est donc plus isolé. Or, notre cinématique ne décrit que des systèmes isolés. Dès lors, le problème réside dans la description de l'ensemble système plus appareil. Cet ensemble forme à son tour un "grand système" isolé gouverné par une évolution déterministe.

En résumé, il n'y a aucune contradiction entre la description de l'évolution d'un système isolé par une suite d'états purs  $\psi_t$  et l'indéterminisme quantique ; ce dernier ne se manifeste que lorsqu'un système en rencontre un autre. Cette notion de Hasard à laquelle nous aboutissons rappelle celle proposée par A. Cournot au siècle dernier. Pour ce penseur, "l'idée de Hasard est celle de concours de causes indépendantes pour la production d'un évènement déterminé" (9, p. 437) ; ou encore "les évènements amenés par la combinaison ou la rencontre de phénomènes qui appartiennent à des séries indépendantes, dans l'ordre de la causalité, sont ce que l'on nomme des évènements fortuits ou des résultats du hasard" (9, p. 73).

### 3. UN MODELE D'EVOLUTION NON LINEAIRE DISSIPATIF EN MECANIQUE QUANTIQUE

Dans ce chapitre, nous présentons une équation d'évolution non linéaire qui permet de décrire certains phénomènes quantiques dissipatifs. Cette équation a été étudiée en détail par l'auteur dans (2). Le modèle est appliqué à la relaxation du spin  $\frac{1}{2}$  et à l'oscillateur harmonique amorti.

Soit  $\psi \in \mathcal{K}$  le vecteur d'état d'un système quantique et H son Hamiltonien. Considérons l'équation suivante :

$$\dot{\psi}_t = -i H \psi_t + k(\langle H \rangle_{\psi_t} - H)\psi_t \quad (1)$$

où k est un nombre réel positif et

$$\langle H \rangle_{\psi_t} = \frac{\langle \psi_t | H | \psi_t \rangle}{\langle \psi_t | \psi_t \rangle}$$

De (1), on déduit que :

$$\|\psi_t\| = \text{cste}$$

$$\frac{d}{dt} \langle H \rangle_{\psi_t} = -2k(\langle H^2 \rangle_{\psi_t} - \langle H \rangle_{\psi_t}^2) \leq 0 \quad (2)$$

Par conséquent, un système décrit par (1) dissipe de l'énergie, sauf s'il est dans un état propre de son Hamiltonien. Dans ce dernier cas, l'Eq. (1) se réduit à l'équation de Schrödinger. La solution formelle de (1) est (avec  $\psi_0$  la condition initiale) :

$$\psi_t = \frac{e^{-(i+k)Ht} \psi_0}{\langle e^{-2kHt} \rangle_{\psi_0}^{1/2}} \quad (3)$$

Pour simplifier, supposons le spectre de H discret. De (3), on déduit que l'état asymptotique de (1) est la projection normalisée de l'état initial sur un sous-espace propre de H :

$$\psi_t \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{P \psi_0}{\|P \psi_0\|} \cdot e^{-i\lambda t} \quad (4)$$

où P est le projecteur sur le sous-espace propre de H correspondant à la valeur propre  $\lambda$ . De plus  $\lambda$  est la plus petite valeur propre pour laquelle cette projection ne s'annule pas ( $P\psi_0 \neq 0$ ). Ainsi les états stationnaires de l'équation de Schrödinger jouent le rôle de "cycles limites" pour l'Eq. (1). Ces cycles sont semi-stables : stables par rapport aux fluctuations vers les niveaux d'énergies supérieurs, instables par rapport aux autres. L'état fondamental étant stable.

Le graphe de  $\langle H \rangle(t)$  dépend fortement des conditions initiales exactes. Par exemple, pour un système à trois niveaux, deux cas extrêmes sont envisagés dans les Figures 1 et 2. Finalement, formulons deux remarques quelque peu techniques :

a) Le terme non linéaire de (1) n'agit que sur la norme de  $\psi_t$  ; en conséquence un état de la forme  $\alpha_0 \phi_0 + \beta_0 \psi_0$  où  $\alpha_0, \beta_0 \in \mathbb{C}$  et  $\phi_0, \psi_0 \in \mathcal{H}$  évoluera en un état de la forme  $\alpha_t \phi_t + \beta_t \psi_t$  où  $\alpha_t, \beta_t \in \mathbb{C}$  et  $\phi_t$  (resp.  $\psi_t$ ) est l'évolution de  $\phi_0$  (resp.  $\psi_0$ ). Réciproquement la condition ci-dessus implique que l'équation d'évolution est de la forme

$$\dot{\psi} = -iH\psi + (\langle B \rangle_\psi - B)\psi \text{ avec } B^\dagger = B.$$

b) Si l'Hamiltonien  $H$  est borné inférieurement, alors il existe un grand espace de Hilbert, contenant  $\mathcal{H}$ , et une évolution unitaire dans ce grand espace dont la projection normalisée sur  $\mathcal{H}$  est solution de (1) (17).

Appliquons ce modèle à la relaxation du spin

$\frac{1}{2}$  :  $\psi \in \mathbb{C}^2$ ,  $H = -\frac{\vec{B}\vec{\sigma}}{2}$  où  $\vec{\sigma}$  sont les matrices de Pauli,

$$\dot{\psi} = i \frac{\vec{B}\vec{\sigma}}{2} \psi - k \left( \langle \frac{\vec{B}\vec{\sigma}}{2} \rangle_\psi - \frac{\vec{B}\vec{\sigma}}{2} \right) \psi \quad (5)$$

Posons  $\vec{m} = \langle \vec{\sigma} \rangle_\psi$ , de (5), on a :

$$\dot{\vec{m}} = \vec{m} \wedge \vec{B} - k \vec{m} \wedge (\vec{m} \wedge \vec{B}) \quad (6)$$

Le second terme à droite de l'égalité (6) a été abondamment utilisé pour décrire la relaxation d'un spin classique (10) et est nommé terme de Landau-Lifshitz. La Figure 3 représente l'évolution de  $\vec{m}$  pour  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ . Dans ce cas,

l'Eq. (5) permet de construire un modèle microscopique des équations phénoménologiques bien connu de F. Bloch (11). Plus intéressant est le cas d'un champ magnétique tournant :

$$\vec{B}(t) = (\omega_1 \cos \omega t, \omega_1 \sin \omega t, \omega_0)$$

Avec le changement de représentation  $\phi = \exp\{-i\frac{\omega}{2}\sigma_z t\}\psi$  l'Eq. (5) s'écrit

$$\dot{\phi} = i \frac{\vec{B}_e \vec{\sigma}}{2} \phi - \frac{k}{2} (\langle \vec{B}_f \vec{\sigma} \rangle_\phi - \vec{B}_f \vec{\sigma}) \phi \quad (7)$$

où  $\vec{B}_e = (\omega_1; 0; \omega_0 - \omega)$  est le champ effectif, et  $\vec{B}_f = (\omega_1; 0; \omega_0)$  où l'indice  $f$  signifie frottement. Dans l'Eq. (7) apparaissent deux opérateurs différents, mais indépendants du temps. De la solution de (7) :

$$\phi_t = \frac{e^{(i\vec{B}_e + k\vec{B}_f)\vec{\sigma}t/2} \cdot \phi_0}{\langle e^{(-i\vec{B}_e + k\vec{B}_f)\vec{\sigma}t/2} \cdot e^{(i\vec{B}_e + k\vec{B}_f)\vec{\sigma}t/2} \rangle_{\phi_0}^{1/2}}$$

on déduit que si la constante de frottement  $k$  est suffisamment petite, la direction asymptotique de  $\langle \vec{\sigma} \rangle_\phi$  est quasiment parallèle à  $\vec{B}_e$ , le sens de  $\langle \vec{\sigma} \rangle_\phi$  étant tel que  $\vec{B}_f \cdot \langle \vec{\sigma} \rangle_\phi$  est positif. Si  $\vec{B}_e$  est orthogonal à  $\vec{B}_f$ , c'est-à-dire si  $\omega = \omega_0(1 + \frac{\omega_1^2}{\omega_0^2})$ , l'Eq. (7) n'a plus d'état stationnaire. Quand  $\omega$  varie de zéro à l'infini, lentement par rapport aux temps de relaxation, l'extrémité du vecteur  $\langle \vec{\sigma} \rangle_\phi$  (dans le référentiel tournant) suit la courbe de la Figure 4. Il est intéressant de remarquer que tous ces états asymptotiques sont des invariants adiabatiques de l'équation de Schrödinger dépendante du temps, comme l'ont démontré G. Lochak et A. Alaoui (\*).

Dans le cas  $\omega_1 \ll \omega_0$ , l'Eq. (7), équivalente à l'Eq. (5), permet de construire un modèle microscopique des équations phénoménologiques de Redfield (12) et d'unifier ainsi les théories phénoménologiques de Bloch et de Redfield. Le cas  $\omega_1$  quelconque, est également inclus dans notre approche, mais le test expérimental n'a, à notre

connaissance, pas encore été réalisé.

Finalement, appliquons notre modèle à l'oscillateur harmonique amorti :  $\psi \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R}, dx)$ ,  $H = \frac{p^2 + q^2}{2} = a^+ a + \frac{1}{2}$ .

Dans ce cas, l'Eq. (1) décrit une évolution de l'oscillateur vers l'état stationnaire correspondant au niveau énergétique le plus bas pour lequel l'état initial a une composante non nulle. En particulier, tous les états propres de  $H$  sont des solutions stationnaires, mais seul l'état fondamental est stable. Si l'état initial est un état cohérent défini par le point  $\alpha_0$  de l'espace de phase classique, alors l'état demeure un état cohérent à chaque instant et la trajectoire dans l'espace de phase du point  $\alpha_t$  est la spirale de l'oscillateur amorti classique<sup>(2)</sup>.

#### 4. MESURES EN MECANIQUE QUANTIQUE

Dans cette partie, nous présentons un modèle de mesure en mécanique quantique qui a été développé par C. Piron et l'auteur<sup>(1)</sup>, ainsi qu'une application à la célèbre expérience de corrélation de spins  $\frac{1}{2}$  du type EPR.

De notre point de vue, l'aspect probabiliste de la mécanique quantique est relié à l'existence de grandeurs physiques qui ne peuvent être simultanément élément de réalité. En effet, si on mesure une grandeur ne correspondant à aucun élément de réalité du système, le résultat n'est pas déterminé uniquement par l'état du système. Comme nous le disions dans la deuxième partie, c'est de la rencontre entre le système et un appareil de mesure que naît "l'indéterminisme quantique". Nous décrirons ce phénomène par une variable aléatoire  $\alpha$ , de distribution uniforme sur l'intervalle  $[0,1]$ , et dont la valeur est fixée par l'évènement qu'est la rencontre du système et d'un appareil de mesure. Le processus de mesure n'est certainement pas le seul cas où deux systèmes

indépendants se rencontrent. En fait, ce processus se distingue par au moins trois autres caractéristiques.

- 1) L'aspect classique de l'appareil de mesure.
- 2) L'évolution irréversible vers un état final correspondant à une valeur précise de la grandeur mesurée.
- 3) Le fait que l'état final est essentiellement indépendant de l'état initial de l'appareil, (du moins pour toute une classe d'états initiaux).

De plus, nous supposons que la mesure est "idéale de première espèce", c'est-à-dire que les propriétés compatibles avec la grandeur mesurée et qui sont actuelles avant la mesure, demeurent actuelles après la mesure.

Notons  $\mathcal{K}$  l'espace de Hilbert dans lequel évolue le vecteur d'état  $\psi_t$  du système. Rappelons que  $\mathcal{K}$  est une réalisation de la structure des grandeurs physiques que le système est susceptible de posséder ou d'acquérir en tant qu'éléments de réalité ; et  $\psi_t$  représente la collection des grandeurs physiques que le système possède actuellement en tant qu'éléments de réalité. Pour simplifier nous considérons une mesure à deux sorties. Faisons correspondre les nombres 0 et 1 à ces sorties. Ainsi, l'opérateur auto-adjoint correspondant est un projecteur  $P$ . Pour l'appareil de mesure, nous prenons un espace d'états (classique) simplifié à l'extrême, à savoir l'espace de phase  $\mathcal{R}^2 = \{(r,s)\}$ , seul un degré de liberté étant essentiel pour notre propos. Il n'est toutefois pas difficile de construire d'autres modèles analogues avec un appareil, et des interactions système-appareil, plus complexes. Nous interprétons  $r$  et  $s$  comme la position et la vitesse de l'aiguille de l'appareil de mesure. En fait il faut distinguer "l'aiguille-pointeur" qui sert à faciliter la lecture du résultat, et "l'aiguille-interne" de l'appareil qui caractérise ce dernier et détermine la position de la première. Bien entendu, nous nous référons à ce deu-

xième concept. Notre modèle suppose que  $r$  suit un mouvement d'oscillations amorties autour de  $\langle P \rangle_{\psi_t}$ , et qu'une

fois la mesure commencée, c'est-à-dire dès réalisation d'une valeur de la variable aléatoire  $\alpha$ , l'évolution est donnée par :

$$\dot{\psi}_t = -i(\alpha - r_t)P\psi_t + k(\alpha - r_t)(\langle P \rangle_{\psi_t} - P)\psi_t \quad (8.a)$$

$$\dot{r}_t = s_t \quad (8.b)$$

$$\dot{s}_t = -\omega^2(r_t - \langle P \rangle_{\psi_t}) - \lambda s_t \quad (8.c)$$

où  $k$  et  $\lambda$  sont deux constantes de frottement caractérisant la partie dissipative de l'évolution (8). L'Eq. (8.a) est du type (1) avec  $H = (\alpha - r)P$ . Notons  $P_t \equiv \langle P \rangle_{\psi_t}$ , de (8.a) on déduit :

$$\dot{P}_t = -2k(\alpha - r_t)P_t(1 - P_t) \quad (9)$$

La contrainte, physiquement naturelle, que l'état final ne dépend essentiellement pas de l'état initial de l'appareil, implique que la relaxation de  $r_t$  vers  $P_t$  décrit par (8.c) est très rapide par rapport à l'évolution de  $P_t$ . En effet, sinon l'état asymptotique dépendrait

tout autant de l'état initial  $(r_0, s_0)$  de l'appareil que l'état initial  $\psi_0$  du système. Cette condition a été formulée de façon précise dans (1<sup>3</sup>). Dans la suite, nous remplaçons simplement  $r_t$  par  $P_t$  dans (9) :

$$\dot{P}_t = -2k(\alpha - P_t)P_t(1 - P_t) \quad (10)$$

Comme  $P_t \cdot (1 - P_t) \geq 0$  t, on a :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_t = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha < P \\ 0 & \text{si } \alpha > P \end{cases}$$

D'autre part, l'étude d'équations du type (8.a) (voir deuxième partie) montre que le vecteur  $\psi_t$  évolue dans le

plan défini par  $\psi_0$  et  $P\psi_0$ . Finalement, nous avons (modulo une phrase globale) :

$$\text{si } \alpha < P_0, \text{ alors } \lim_{t \rightarrow \infty} \psi_t = \frac{P \psi_0}{\|P \psi_0\|} \quad (11.a)$$

$$\text{si } \alpha > P_0, \text{ alors } \lim_{t \rightarrow \infty} \psi_t = \frac{(1 - P)\psi_0}{\|(1 - P)\psi_0\|} \quad (11.b)$$

(11.a) correspondant à la réponse  $r = 1$ , il y a réduction du paquet d'onde dans le sous-espace stable de  $P$ . Avant le début de la mesure, la probabilité que ce cas se réalise est égale à la probabilité que  $\alpha < P_0$ , c'est-à-dire est égale à  $P_0 = \langle P \rangle_{\psi_0}$ , ce qui correspond bien à la mécanique quantique. L'autre cas, (11.b), correspond à la réponse  $r = 0$ , et le cas  $\alpha = P_0$  est un point d'équilibre instable.

Nous aimerions insister sur quelques aspects de notre modèle. Premièrement, l'évolution du vecteur d'état  $\psi_t$  est continue : il n'y a aucun saut. Deuxièmement, il n'y a pas de mélange statistique dont une composante serait réalisée lors de la prise de conscience par l'expérimentateur du résultat de la mesure : tout se décide au début de la mesure, lors de la rencontre de l'appareil et du système. Troisièmement, le paramètre  $\alpha$  n'est pas une propriété de l'appareil de mesure.

Une question intéressante, et fort débattue aujourd'hui, est l'interprétation des expériences du type EPR dans lesquelles on mesure une composante de spin de chacune des deux particules d'un système dans l'état singlet. Dans la fin de ce chapitre, nous appliquons le modèle de mesure présenté ci-dessus à ce type particulier d'expérience.

On a  $\mathcal{H} = L^2(\mathcal{R}^6, d^3x_1, d^3x_2) \uparrow$ , et l'état singlet est :

$$\psi_0(\vec{x}_1; \vec{x}_2) = \frac{1}{2}(\psi(\vec{x}_1)\phi(\vec{x}_2) + \phi(\vec{x}_1)\psi(\vec{x}_2)). (1 + \rightarrow - 1 + \rightarrow) \quad (12)$$

où  $\psi$  et  $\phi$  sont deux fonctions de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{C}$  normalisées et s'annulant l'une pour toutes les valeurs positives de leur premier argument (l'autre pour toutes les valeurs négatives du premier argument. Soit  $\chi_+$  (respectivement  $\chi_-$ ) la fonction caractéristique du demi-espace "droit" respectivement "gauche". On a  $\chi_+\psi = \chi_-\phi = 0$ . Remarquons que  $\phi_0$  est vecteur propre du projecteur  $Q \equiv \chi_+(\vec{x}_1) \cdot \chi_-(\vec{x}_2) + \chi_-(\vec{x}_1) \cdot \chi_+(\vec{x}_2)$ ,  $Q\phi_0 = \phi_0$ , et qu'en conséquence, dans l'état  $\phi_0$ , on a bien une particule "à gauche" et une particule "à droite".

Soit  $P_a^i = \frac{1 + \vec{a} \cdot \vec{\sigma}^i}{2}$ ,  $i = 1, 2$ , où  $\vec{\sigma}^i$  sont les ma-

trices de Pauli agissant sur ième spin. Le projecteur défini sur  $\mathcal{K}$  et correspondant à la mesure d'une particule de spin de direction  $\vec{a}$  sur la gauche du système est :

$$P_1 = \chi_-(\vec{x}_1)P_a^1 + \chi_-(\vec{x}_2)P_a^2 - \chi_-(\vec{x}_1)\chi_-(\vec{x}_2)P_a^1 P_a^2 \quad (13.a)$$

De façon analogue

$$P_2 = \chi_+(\vec{x}_1)P_b^1 + \chi_+(\vec{x}_2)P_b^2 - \chi_+(\vec{x}_1)\chi_+(\vec{x}_2)P_b^1 P_b^2 \quad (13.b)$$

On a  $P_i = P_i^+ = P_i^2$ ,  $i = 1, 2$ , et  $P_2 P_1 = P_2 P_1$ .

Supposons que les deux appareils de mesures agissent indépendamment l'un de l'autre. Pour cela, posons :

$$\dot{\phi}_t = -i(H_1 + H_2)\phi_t + k(\langle H_1 + H_2 \rangle_{\phi_t} - H_1 - H_2)\phi_t \quad (14)$$

où  $H_i = (\alpha_i - r_i)P_i$  avec  $\alpha_i$  les deux variables aléatoires correspondant aux rencontres indépendantes des deux appareils avec le système, et  $r_i$  les positions des deux "aiguilles" des appareils. Comme précédemment, nous poserons  $r_i = \langle P_i \rangle_{\phi}$ .

Si  $\vec{a} = -\vec{b}$ , on a  $\langle P_1 \rangle_{\phi} = \langle P_2 \rangle_{\phi}$  à chaque instant, et (14) se réduit à :

$$\dot{\phi}_t = 2(\alpha - \langle P_1 \rangle_{\phi_t})\{-iP_1 + k(\langle P_1 \rangle_{\phi_t} - P_1)\}\phi_t \quad (15)$$

où  $\alpha = \frac{\alpha_1 + 1 - \alpha_2}{2}$  est une nouvelle variable aléatoire de distribution uniforme sur  $[0, 1]$ . L'Eq. (15) est du type (8.a), ainsi quand  $\vec{a} = -\vec{b}$  tout se passe comme s'il n'y avait qu'une seule mesure.

Dans les autres cas,  $\vec{a} \neq \pm \vec{b}$ , (14) est beaucoup plus compliquée à résoudre, et l'aide d'une petite machine à calculer devient nécessaire. Si l'angle entre  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  est  $3\pi/4$ , la probabilité de détecter les deux particules, celle de gauche avec spin dans la direction  $\vec{a}$  et celle de droite avec spin dans la direction  $\vec{b}$ , c'est-à-dire la probabilité de l'état final  $P_1 P_2 \phi_0 / \|P_1 P_2 \phi_0\|$  est 0,41 selon notre modèle. La mécanique quantique prédit 0,427. Cette différence est difficilement testable expérimentalement. De toute façon, il est bien probable que la forme de l'interaction système-appareil dans notre modèle est irréaliste. Notre propos est simplement d'illustrer une approche possible du problème de la mesure.

Remarquons toutefois que cette interaction simplifiée permet de violer les inégalités de Bell<sup>(14)</sup>, bien que les appareils agissent indépendamment l'un de l'autre sur le système. En effet, écrivons ces inégalités sous la forme<sup>(16)</sup> :

$$R(3\theta) - 3R(\theta) \leq 0 \quad (16)$$

où  $R(\theta)$  est la probabilité de détecter les deux particules avec des directions de spins formant un angle  $\theta$ . L'Eq. (14) prédit  $R(3\pi/4) - 3R(\pi/4) = 0,14 > 0$ . Cette violation des inégalités de Bell s'explique par la non



localité de l'évolution (14) : l'action de chacun des deux appareils sur le système agit instantanément sur toute la fonction d'onde, (mais cette dernière évolue continûment).

## 5. CONCLUSION

Une analyse approfondie des fondements de la mécanique quantique permet de distinguer la cinématique quantique de la dynamique. Cette distinction permet de mieux évaluer le statut de l'équation de Schrödinger et la nature du problème de la mesure. La généralisation proposée de l'équation de Schrödinger fournit un modèle simple de dynamique quantique déterministe dissipative. Ce modèle permet d'interpréter les états stationnaires de l'équation de Schrödinger comme des états asymptotiques (cycles limites) semi-stables, seul l'état fondamental étant stable (Section 3). La dynamique de la mesure proposée (Section 4) illustre la cohérence du point de vue que nous avons appelé réaliste (Section 1). Aucun état de mélange statistique n'apparaît, et aucune conscience n'est nécessaire pour justifier l'existence des faits expérimentaux.

A nos yeux, les perspectives de notre approche imposent le développement du schéma théorique décrivant de façon précise la relation de deux sous-systèmes séparés à un seul système composé. Un premier pas dans ce sens a été fait par D. Aerts<sup>(15)</sup>, et c'est dans cette direction que vont s'orienter nos travaux à venir.

## RÉFÉRENCES

- (<sup>1</sup>) J. Andrade e Silva, F. Fer, P. Leruste et G. Lochak, Cahier de Physique, 16, 1 (1962)
- (<sup>2</sup>) N. Gisin, "A simple non linear dissipative quantum evolution equation", 14A, 2259 (1981) J. of Phys.
- (<sup>3</sup>) E.B. Davies, Quantum theory of open systems, Acad. Press 1976
- (<sup>4</sup>) G. Lochak, Ann. Fondation Louis de Broglie, 1, n° 2, P. 56, 1976 ;  
G. Lochak et A. Alaoui, Ann. Fondation Louis de Broglie, 2, n° 2, p. 87, 1977
- (<sup>5</sup>) C. Piron, Foundations of quantum physics, Benjamin Reading Mass, 1976 ;  
C. Piron, New Quantum Mechanics, to be published in Essays in Honor of Wolfgang Yourgrau, Plenum Press N.Y.
- (<sup>6</sup>) C. Piron, Ann. Fondation Louis de Broglie, 3, n° 3, p. 131, 1978
- (<sup>7</sup>) N. Giovannini, "State spaces for classical and quantal, relativistic and non relativistic elementary particles", J. Math. Phys. 22, 2397 (1981)
- (<sup>8</sup>) H. Rauch et al., Phys. Lett. 54A, 425 (1975) ;  
A. Zeilinger et al., Prog. in Scient. Culture 1, 458 (1976)
- (<sup>9</sup>) A. Cournot, Exposition de la théorie des chances et des probabilités, 1843
- (<sup>10</sup>) R.K. Wangsness, Phys. Rev. 111, 813 (1958) ;  
R. Kubo and N. Hashitsame, Prog. Th. Phys. Suppl. 46, 210 (1970)

- (<sup>11</sup>) A. Abragam, Les principes du magnétisme nucléaire, PUF, Paris 1961
- (<sup>12</sup>) A.G. Redfield, Phys. Rev. 98, 1787 (1955)
- (<sup>13</sup>) N. Gisin and C. Piron, "Collapse of the wave packet without mixture", Lett. Math. Phys. 5, 379 (1981)
- (<sup>14</sup>) J.S. Bell, Physics, 1, 195 (1965)
- (<sup>15</sup>) D. Aerts, The one and the many, thèse de doctorat, VUB, Université Libre de Bruxelles, 1981
- (<sup>16</sup>) J.F. Clauser et al., Phys. Rev. Lett. 23, 880 (1969)
- (<sup>17</sup>) N. Gisin, "Microscopic derivation of a class of non-linear dissipative Schrödinger-like equations" Physica 111A, 364 (1982).

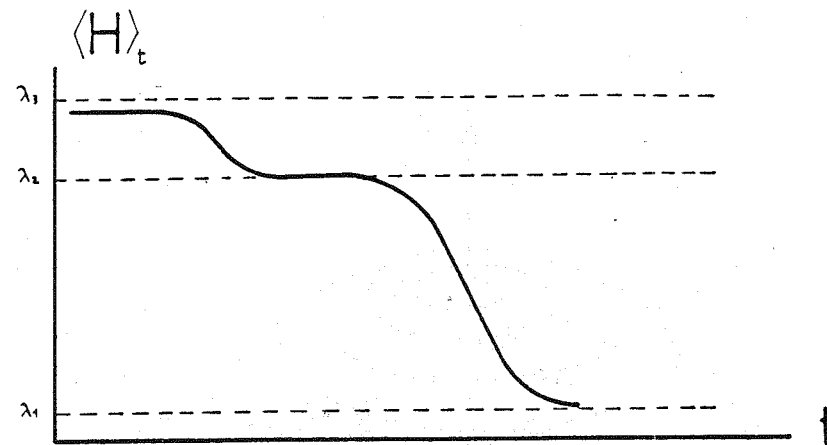


Fig. 1

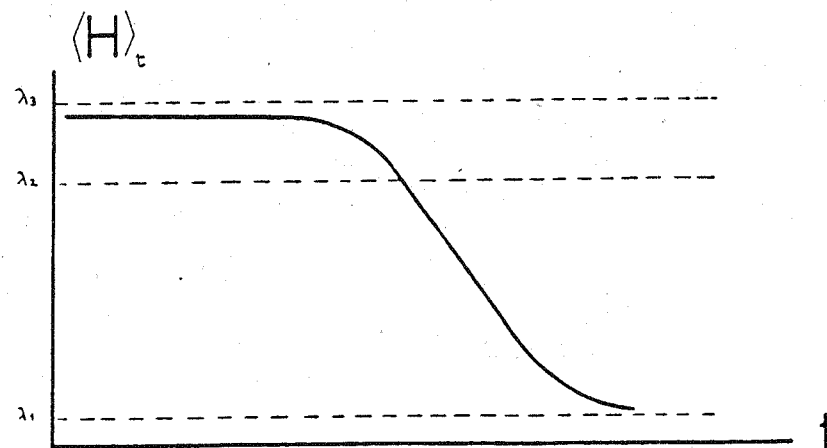


Fig. 2

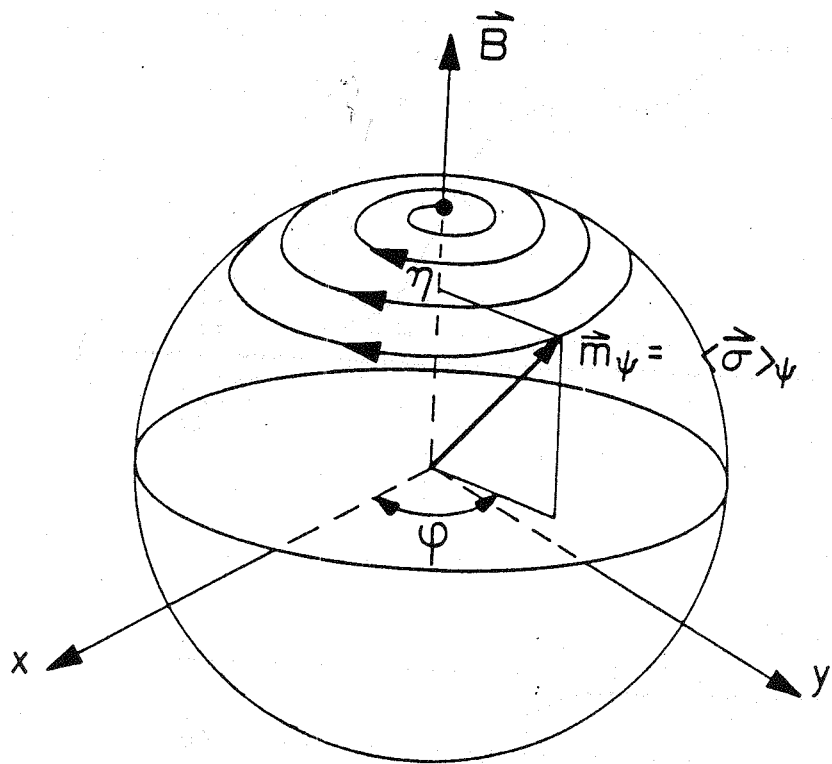


Fig. 3

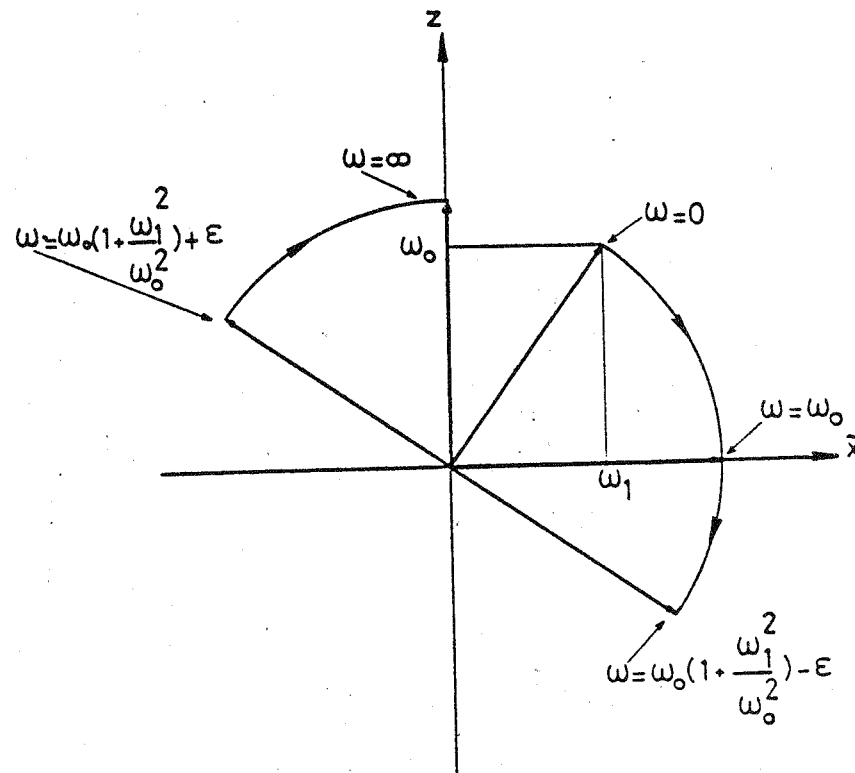


fig. 4