

Annales de la Fondation Louis de Broglie,
Vol. 7, n° 4, 1982

TEMPÉRATURE, CHALEUR ET STATISTIQUE

2ÈME PARTIE : LES APPLICATIONS

par Xavier OUDET

Laboratoire de Magnétisme,
Centre National de la Recherche Scientifique
1 Place Aristide Briand
92190 MEUDON

(manuscrit reçu le 10 Juin 1981)

Résumé : Quatre applications de l'étude statistique donnée en première partie sont proposées. La première étudie les conditions d'application du terme exponentiel de Boltzmann $\exp - \frac{E}{kT}$. La deuxième est un calcul de la susceptibilité paramagnétique qui permet de disposer d'une bonne représentation de la densité d'état d'énergie dans le voisinage d'une valeur donnée. La troisième application est le calcul de la résistivité d'un semiconducteur qui permet de décrire un cas de transition isolant métal. La quatrième application concerne la relation de Boltzmann $S = k \ln W$ et le terme γT de la chaleur spécifique des métaux. Elle montre le caractère trompeur de la démonstration actuelle.

1. INTRODUCTION.

Dans la première partie de cette étude (1) nous avons déterminé une fonction $D(E,U)$ représentant la densité d'états par unité d'énergie pour une particule dont la valeur moyenne de l'énergie au cours du temps est U . La probabilité pour une particule $P(E_g, U)$ d'avoir une énergie supérieure à une valeur donnée E_g est alors obtenue par intégration.

Disposant maintenant de ces deux fonctions, il vient à l'esprit deux questions : contiennent-elles ce que nous connaissions déjà ? Et permettent-elles d'aller plus loin ?

A la première question nous répondrons en comparant ces fonctions aux résultats de Boltzmann.

A la deuxième question nous répondrons en deux temps, un temps pour chaque fonction. Nous montrerons d'abord que le fait de disposer de la fonction de densité d'états permet de proposer une étude plus complète du paramagnétisme.

Puis nous montrerons que le fait de disposer de la fonction de probabilité permet de mieux traiter la conductibilité électrique et plus particulièrement de proposer une bonne représentation de la transition isolant métal.

Enfin nous terminerons sur une discussion à partir du terme en γT de la chaleur spécifique des métaux, terme que l'étude de la répartition statistique de l'énergie ne peut pas calculer. Ces réflexions nous conduiront à quelque remarque sur l'origine de l'état quantique.

2. AVEC BOLTZMANN.

Qu'est-ce que je souhaite faire en vous parlant de la statistique de Boltzmann, tout naturellement nous

raccorder aux racines du passé, aux bonnes racines. C'est donc du facteur Boltzmann dont il va être question.

Ce facteur est l'exponentielle $\exp - \frac{E}{kT}$, qui représente soit le rapport des populations des deux niveaux séparés par l'énergie E , soit la population ayant une énergie supérieure à un niveau donné.

Nous savons en effet que les variations en fonction de la température de plusieurs phénomènes physiques ou chimiques sont bien représentées à l'aide de ce facteur exponentiel. Ce sont par exemple la vitesse d'une réaction chimique, l'étude du déplacement des atomes dans un solide ou diffusion atomique pour ce qui est de la loi d'Arrhenius. Par ailleurs dans l'étude des semi-conducteurs, la conductibilité électrique en fonction de la température représente également un bon exemple de variations exponentielles.

Pour retrouver le terme exponentiel de Boltzmann il nous faut deux conditions : la première, être dans un domaine de température où l'énergie U lui est proportionnelle ; la deuxième, être dans un domaine d'énergie E suffisamment grand devant l'énergie moyenne U pour que le terme exponentielle soit grand devant l'unité, comme l'indique le facteur $[1 + \exp. \alpha(\frac{E}{U} - 1)]^{-1}$ dans l'expression de $D(E,U)$. Cette dernière condition s'écrit :

$$\exp. \alpha (\frac{E}{U} - 1) \gg 1$$

supposons par exemple que nous acceptons de faire une erreur au plus égale à 1%, il faut :

$$\exp. \alpha (\frac{E}{U} - 1) > 100 \text{ soit}$$

$$E > 4U$$

Pour des températures voisines de la température ambiante nous avons $U \approx 1/40$ eV, il vient donc $E > 0,1$ eV.

Dans ces conditions la densité d'état s'écrit :

$$D(E,U) \approx \frac{C}{U} \exp. - \alpha \frac{E}{U}$$

avec $C = \frac{\alpha e^\alpha}{A} = 3,942$

si nous nous intéressons au rapport ρ des populations entre deux niveaux distant de ΔE il vient

$$\rho = \exp. - \alpha \frac{\Delta E}{U} \quad (2)$$

Si par contre c'est le nombre des particules ayant une énergie supérieure à une valeur donnée soit E_g pour le gap des semi-conducteurs, soit E_A pour les énergies d'activation en chimie, il faut intégrer. Il vient :

$$P(E_g, U) \approx F \exp. - \alpha \frac{E_g}{U} \quad (3)$$

avec $F = \frac{e^\alpha}{A} = 2,6408.$

Résultat que nous aurions pu obtenir à partir de l'expression complète de $P(E_g, U)$ en imposant que l'argument du logarithme soit voisin de l'unité.

Considérons maintenant la condition de linéarité de U avec T . Pour les gaz dans la mesure où ils se rapprochent de l'état parfait nous savons que leur énergie est $3/2 kT$, comme $\alpha = 1,5049$, si dans la relation 2 ou 3 nous négligeons $0,0049$ devant $1,5$, nous retrouvons au facteur près C pour ρ , ou F pour $P(E_g, U)$ l'exponentielle de Boltzmann

$$\exp. - \frac{E}{kT} \quad (4)$$

C'est donc seulement dans les limites $E > 4 U$ et $U = 3/2 kT$ que l'exponentielle de Boltzmann permet une

approche correcte des phénomènes. Toutefois et cela est utile à souligner si $U = gT$ où g est un facteur de proportionnalité différent de $3/2$ nous aurons encore une bonne approche des phénomènes, seule l'échelle des énergies E ne sera pas correcte. Or cet état de chose apparaît dès que la chaleur spécifique du système tend à être constante. C'est précisément le cas des solides comme nous l'avons rappelé au début de cette étude (première partie), la capacité calorifique tend vers $3 k$ donc en première approximation nous aurons $U = 3 kT$ d'où avec $\alpha = 1,5$

$$P(E_g, U) \approx F \exp. - \frac{E_g}{2kT} \quad (5)$$

si $E_g > 4U$.

Ayant raccordé l'étude statistique avec U comme variable aux aspects les mieux établis des travaux actuels avec T comme variable, abordons maintenant des aspects nouveaux.

3. LE PARAMAGNETISME.

L'étude du paramagnétisme est un bon exemple d'exploitation de la densité d'état en fonction de l'énergie moyenne reçue. Vous connaissez tous j'imagine l'aimant de la couturière qui lui sert à rassembler ses épingles. Dans de tel corps, il existe des atomes de fer par exemple, dont certains électrons manifestent une propriété magnétique de façon ordonnée. Le physicien du solide qui s'intéresse à de tel corps dit qu'ils sont ferro-magnétiques. Il existe toute une famille de corps qui ne sont pas susceptibles d'attirer les aiguilles comme un aimant permanent, mais qui placés dans un champ magnétique acquièrent cette propriété. Pour de tels corps le champ magnétique provoque un ordre partiel des moments magnétiques élémentaires

des atomes qui en possèdent un. Ces corps sont appelés paramagnétiques. Leur aimantation est proportionnelle au champ magnétique H et le facteur de proportionnalité est la susceptibilité χ , c'est elle qui nous intéresse.

Lorsque le corps est soumis à l'influence du champ magnétique H nous faisons l'hypothèse que le moment d'un de ces atomes ou porteur peut prendre soit la direction de H soit la direction opposée. Un bon support de cette hypothèse est l'expérience de Stern et Gerlach (2) car dans la zone de température paramagnétique les moments peuvent être considérés un peu comme les atomes dans un gaz. L'étude des propriétés des atomes magnétiques conduit alors à l'hypothèse que pour se retourner dans la direction de H mais en l'absence de celui-ci le porteur doit franchir une barrière de potentiel ou énergie de désordre E_d (3). En présence du champ cette énergie devient $E_d + \sigma H$ pour les atomes dont σ est dans la direction de H et $E_d - \sigma H$ pour les autres.

Vous voyez alors toute l'importance de la variable U par rapport à T . C'est bien elle qui va nous dire s'il y aura beaucoup ou peu d'atomes en situation de se retourner. Considérons alors les diverses valeurs d'énergie possibles (Fig. 1).



Figure 1 - L'énergie des porteurs magnétiques qui apportent leur contribution au paramagnétisme, est représentée par la zone non hachurée. Les deux zones hachurées correspondent aux atomes dont la somme des contributions est nulle.

Pour les atomes qui ont leur énergie E supérieure à $E_d + \sigma H$, leurs moments σ peuvent se retourner aussi bien dans le sens de H que dans l'autre, l'agitation thermique fait qu'ils n'apporteront aucune contribution, il y en aura autant dans le sens de H que dans le sens opposé. Considérons maintenant ceux pour lesquels E est inférieur à $E_d - \sigma H$, cette fois ils sont tous bloqués, comme ils ont autant de chance d'être orientés dans un sens que dans l'autre, leur contribution est encore nulle. Considérons maintenant ceux pour lesquels nous avons :

$$E_d - \sigma H \leq E \leq E_d + \sigma H \quad (6)$$

Ceux qui sont orientés dans la direction de H ne peuvent pas se retourner, ceux qui sont dans la direction opposée le peuvent ; sous l'effet de l'agitation thermique ils le font. Ainsi tous les atomes ayant une énergie définie par la relation (6) contribuent à l'aimantation M . Leur nombre n n'est autre que le n_i du segment de largeur $2 \sigma H$ autour de E_d qui prend la place de E_i , (confer 1ère partie). Soit N le nombre total des porteurs magnétiques, il vient

$$n = N D(E_d, U) 2 \sigma H$$

Chaque porteur a un moment σ , l'aimantation M est

$$M = n \sigma \quad \text{soit}$$

$$M = 2 N \sigma^2 D(E_d, U) H$$

Comme $M = \chi H$ il vient :

$$\chi = 2 N \sigma^2 D(E_d, U) \quad (7)$$

Si nous introduisons l'expression de $D(E, U)$ il vient :

$$\chi = \frac{\alpha}{A} \frac{1}{U} [1 + \exp. \alpha (\frac{E_d}{U} - 1)]^{-1} \quad (8)$$

La courbe représentative de la fonction χ est donnée sur la figure 2. Cette courbe passe par un maximum et ce seul aspect est déjà un résultat important car c'est le cas d'un grand nombre de corps. Une étude plus précise nécessite de remplacer U par sa fonction de T . A haute température, une bonne approximation est obtenue en prenant

$$U = k (T - T_h + \epsilon)$$

expression qui permet de retrouver les lois connues du paramagnétisme (3 et 4), en particulier la valeur asymptotique du produit χT pour les températures élevées et qui est la constante de Curie. Cette constante est un paramètre qui se mesure avec une précision de l'ordre de 5% et permet une bonne vérification de la théorie avec l'expérience (5).

Avant de quitter l'étude du paramagnétisme, je voudrais vous parler un petit peu des "Verres de Spins". Dans ces corps, il n'y a pas d'ordre magnétique et pourtant ils manifestent un pic de susceptibilité magnétique. Il y a ici un problème théorique important car jusqu'ici un pic de susceptibilité magnétique avait toujours été observé avec une transformation ordre désordre magnétique, donc associé à un pic de chaleur spécifique. L'existence de ces deux pics semblait donc dans notre pensée toujours associée. Il semblait que nous ne pouvions pas obtenir un pic de susceptibilité sans obligatoirement observer également un pic de chaleur spécifique.

Or justement, ce sont les verres de spins qui nous ont fait découvrir qu'il n'en est pas toujours

ainsi. C'est le cas, par exemple, des alliages d'or à faible concentration de fer (6 et 7). Or l'approche du paramagnétisme que je viens de vous exposer permet un éclairage intéressant de cette propriété des verres de spin. En effet, nous avons trouvé un pic de susceptibilité, résultat qui tient à l'introduction de l'énergie E_d . Cette énergie de désordre apparaît sous la forme d'un champ magnétique appelé champ moléculaire dans l'exposé actuel du magnétisme et semble réservé aux phénomènes ordonnés. Mais l'importance de ce champ montre qu'il s'agit d'interactions coulombiennes qui n'impliquent pas nécessairement un ordre magnétique en particulier s'il y a peu de porteurs magnétiques. Ainsi nous comprenons par cette étude qu'un pic de susceptibilité magnétique peut exister sans ordre magnétique donc sans pic de chaleur spécifique.

Certes cette compréhension n'est pas directement le reflet de l'usage de la variable U , mais il n'en reste pas moins vrai que sans un raisonnement purement énergétique, nous n'aurions pas été amené à exprimer le champ moléculaire sous la forme d'une énergie, étape nécessaire pour une meilleure compréhension du paramagnétisme.

4. LA CONDUCTIBILITE ELECTRIQUE.

Je voudrais maintenant vous présenter un cas d'application de la fonction de probabilité $P(E_g, U)$. Il s'agit de la résistivité électrique de l'hexaborure de samarium Sm B_6 . C'est un cas où la comparaison entre la théorie et l'expérience est relativement facile et donne de bons résultats (8,9).

Comme le montre la figure 3 la résistivité qui est l'inverse de la conductibilité varie pour ce corps entre la température ambiante et les plus basses températures dans un rapport de l'ordre de mille.

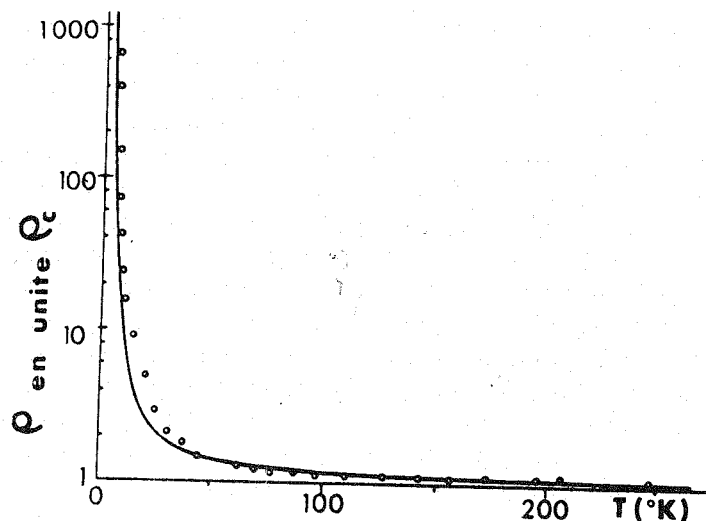


Figure 3 - La résistivité électrique de Sm B_6 . Les points sont les valeurs expérimentales tirées⁶ de Menth et al. 8. La courbe en trait continu est la courbe théorique avec $T = 21 \frac{U}{E_g}$.

Aux basses températures les fortes variations sont du type exponentiel caractéristique des corps appelés semi-conducteurs ou isolants. Au-dessus de 100 K la résistivité est pratiquement constante telle la résistivité d'un métal. De ce fait nous disons que ce corps présente une transition isolant métal phénomène qui reste aujourd'hui difficile à expliquer.

Sans entrer dans les détails des mécanismes de conductibilité électrique, la fonction $P(E_g, U)$ permet de proposer un modèle simple. En effet, considérons un semi-conducteur, où la variation exponentielle de

sa résistivité électrique en fonction de l'inverse de la température T s'interprète en supposant que l'électron qui participe au passage du courant, doit pour le faire franchir une barrière de potentielle d'énergie E_g ou gap. La conductibilité est proportionnelle au nombre des électrons qui participent au passage du courant. Elle est donc proportionnelle au nombre des électrons dont l'énergie thermique E est telle que $E > E_g$. Pour un électron par atome et N atomes ce nombre est $N P(E_g, U)$. Lorsque E_g est important devant U très peu d'électrons participent au passage du courant ; la variation de la résistivité reste de type exponentiel pour toute température nous sommes dans le cas où $E_g > 4U$, voir §2. Par contre si E_g est faible cette condition ne sera satisfaite qu'aux très basses températures. Dès que U sera important devant E_g presque tous les électrons auront une énergie supérieure à E_g , par suite la résistivité sera pratiquement constante nous avons le type métallique. Soit alors ρ_c la résistivité qu'aurait le corps si tous les électrons participaient simultanément au passage du courant. L'expression quantitative de cette analyse, en appelant ρ la résistivité à une température quelconque, est alors

$$\rho = \rho_c [P(E_g, U)]^{-1}$$

Pour que cette représentation soit plus complète il faudrait connaître la fonction $U(T)$ que nous ne connaissons pas. La courbe théorique en trait plein sur la figure a été obtenue en supposant que U variait linéairement avec T . La courbe qui rend alors le mieux compte des faits expérimentaux correspond à $T = 21 \frac{U}{E_g}$. Dans cette approximation il n'est pas nécessaire de connaître le facteur de proportionnalité entre U et T .

Nous voyons que cette simple analyse donne déjà une bonne description du phénomène. Peut-être pensez-vous

qu'il faudrait introduire une statistique quantique pour traiter correctement le problème. Personnellement je ne le pense pas et la dernière partie de cette étude éclairera, je l'espère, ce point.

5. STATISTIQUE ET ETAT QUANTIQUE.

Il reste maintenant un dernier point que je souhaite aborder en guise de conclusion. Pour aboutir au calcul de $D(E,U)$ nous avons utilisé l'équation

$$\int_0^\infty E D(E,U) dE = U.$$

Cette manière de procéder interdit par la suite de calculer U puisqu'il est une donnée du problème. Ce point est important car dans les travaux actuels il n'en est pas toujours ainsi en particulier en physique du solide. En effet, dans la statistique de Ferri-Dirac utilisée dans l'étude des solides le terme β qui a été trouvé égal à $\frac{\alpha}{U}$ dans la première partie de cette étude avec $\alpha = 1,5049$, est pris égal à $\frac{1}{kT}$ par comparaison au cas des gaz parfaits lorsque le solide est considéré à haute température. L'équivalence de β à $\frac{1}{kT}$ vient en fait de l'hypothèse de Boltzmann qui a posé entre l'entropie S et le logarithme de la complexion W la relation $1S = kd (\log W)$ relation qui porte aujourd'hui son nom.

Nous retrouvons là le rôle fondamental attribué à la température comme le souligne inconsciemment le qualificatif absolu, or le début de cette étude nous a montré que par rapport aux propriétés des corps la température, absolue ou pas, n'était qu'un repère des conditions expérimentales et que ce n'était pas elle qui conditionnait en dernière analyse leurs propriétés mais l'énergie U .

Toujours est-il que cette manière de procéder fait que la densité des états n'est plus une fonction de U mais de T soit $D(E,T)$. Il est alors possible d'utiliser la relation $\int_0^\infty E D(E,T) dE = U$ pour calculer cette énergie U . Il ne faut pas voir là une erreur. L'erreur est de supposer que c'est la température qui détermine la densité des états, alors que c'est l'énergie U .

En physique des solides c'est ainsi qu'est calculé U pour ensuite calculer la chaleur spécifique C par la relation $C = \frac{\partial U}{\partial T}$. Ces calculs conduisent, à partir de la statistique de Fermi-Dirac, à un terme en γT pour les métaux aux très basses températures. Le terme γT bien connu pour les métaux était une difficulté dans la théorie de la chaleur spécifique de Debye. En effet, si la théorie de Debye représente bien les résultats expérimentaux elle ne donne à basse température qu'un terme en T^3 . Ainsi le terme en γT des métaux a pu sembler une confirmation expérimentale de la statistique de Fermi-Dirac. A mon avis, toutefois, la démonstration n'est pas correcte, car tout calcul de densité d'état d'énergie doit passer par la relation $\int_0^\infty E D(E,U) dE = U$ et donc se trouve dans l'impossibilité de calculer U .

Il est possible de mieux saisir ce point en calculant la relation de Boltzmann qui reste une hypothèse dans les études statistiques actuelles. Dans la première partie, nous avons calculé $d(\ln W)$ pour l'égaliser à zéro. Cette fois, il y a accroissement d'énergie, pour aboutir à la relation de Boltzmann il faut en effet considérer un accroissement d'énergie. Donc $d(\ln W)$ est différent de zéro. D'après la relation 6 de la première partie, nous avons :

$$d(\ln W)_s = \sum_i \ln \frac{v_i - n_i}{n_i} d n_i = \sum_i (\beta E_i - \alpha) d n_i \quad (1)$$

Dans cette différenciation les v_i ont été considérés comme invariables car ils caractérisent l'énergie du système. En toute rigueur, lors d'un accroissement d'énergie $d(\ln W)$ comporte un terme en dv_i , mais ce terme ne nous intéresse pas car, c'est celui de la relation (1) que nous avons indicé avec la lettre S qui conduit au calcul de $D(E, U)$.

Nous savons par ailleurs que $\alpha = \beta U$. Il vient donc :

$$d(\ln W)_s = \sum_i \alpha \left(\frac{E_i}{U} - 1 \right) d n_i \quad (2)$$

Dans cette somme le terme $\sum_i E_i d n_i$ représente l'accroissement de l'énergie moyenne soit $N dU$ s'il y a N particules. Par ailleurs, le nombre total de particules reste constant tant qu'il s'agit d'atomes ou d'électrons, les seuls cas que nous ayons considérés, donc $\sum_i d n_i = 0$. Il vient :

$$d(\ln W)_s = \alpha \frac{NdU}{U} \quad (3)$$

Faisons l'approximation $2\alpha = 3$, il vient pour les gaz parfaits :

$$d(\ln W)_s = \frac{NdU}{kT} = \frac{dS}{k} \quad (4)$$

Ainsi cette relation qui avait été proposée par Boltzmann pour les gaz reste vraie lorsqu'ils se rapprochent des gaz parfaits mais il est clair que c'est le seul cas.

Revenons maintenant au terme γT de la chaleur spécifique des métaux. Pendant longtemps ce terme n'a

été connu expérimentalement que pour les métaux. Il corroborait par là fortement le modèle statistique de Fermi-Dirac. Le doute peut s'introduire aujourd'hui par un autre biais que par le calcul. En effet, de nombreuses expériences sur les isolants amorphes montrent un terme γT qui ne saurait être attribué aux électrons de conduction (10).

Ainsi ces remarques et calculs font ressentir une certaine fragilité de la statistique de Fermi-Dirac. Cette statistique s'appuie sur l'hypothèse que les électrons de conduction forment un ensemble sans appartenance à un atome particulier. Ceci permet de supposer que les électrons possèdent des propriétés quantiques d'ensemble ; deux électrons ne pourraient pas avoir le même état quantique. C'est cette impossibilité d'occuper deux états distincts qui ferait que seuls les électrons du sommet de la bande de conduction pourraient recevoir un supplément d'énergie d'origine thermique. Ce sont ces électrons, en petit nombre, qui donneraient le terme γT (11). Je ne pense pas que cette conception soit correcte, le travail que je viens d'exposer devrait me semble-t-il aider à l'abandonner.

Pour se forger une autre conception, il est nécessaire de se faire une idée de l'origine de l'état quantique. La spectroscopie du domaine du visible peut nous aider à nous forger une idée sur cette question, en particulier celle de l'atome d'hydrogène. En effet ce sont les séries spectrales de cet atome ou des atomes hydrogénoïdes comme les alcalins qui ont conduit à la découverte de l'état quantique. Or, ces séries font apparaître la propriété quantique comme celle d'un seul électron dans un potentiel central. La question se pose alors de savoir s'il peut y avoir des propriétés quantiques particulières qui résultent de l'interaction d'électrons d'atomes différents ? Personnellement je ne le pense pas. J'ai d'ailleurs récemment proposé de voir l'origine de l'état quantique dans la résonance des mouvements propre et orbital de l'électron

(12). Cette résonance n'empêche pas l'électron à la fois onde et corpuscule qui gravite sur une trajectoire fermée de s'écarter de l'état le plus stable pour absorber l'énergie d'origine thermique. Seule, la manière dont il l'absorbe dans un solide, peut nous éclairer sur le terme en γT , ce problème est en étroite relation avec la liaison chimique métallique que nous avons appelée synchrone (12) mais c'est un problème qui sort du cadre statistique de ce travail et nous ne l'aborderons pas ici. Nous tenions toutefois en terminant, à mentionner cette question de la chaleur spécifique des métaux pour mettre l'accent sur ce qui est du domaine statistique et montrer qu'à mon sens le quantique n'interfère pas avec, comme nous avons pu le croire.

REFERENCES

- (1) Oudet, X., Ann. de la fondation de Broglie, 6, (3 ou 4), 1981. A paraître.
- (2) Stoner, E.C., Magnetism and Matter Methuen et Co. L.T.D., 1934, chapitre VII.
- (3) Oudet, X., Compte rendu des 3èmes journées de la RCP 520 sur les composés à valence intermédiaires. Grenoble 21-22 janvier 1980.
Egalement : The rare earth in Modern Sciences and Technology, 1978, Volume 1, Pages 453-59. Plenum Publishing Corporation.
- (4) Oudet, X., The rare earth in Modern Science and Technology, volume 2, 1980, pages 353-54. Plenum publishing corporation ; également, Bulletin of the Am. Soc. 24, 236, AH2 (1979).
- (5) Oudet, X., J. Phys. C. 13, L205-8, (1980).
- (6) Camella, V., et Mydosh, J.A., Phys. Rev. B, 6, 4220-37, (1972).
- (7) Wenger, L.E., et Keeson, P.H., Phys. Rev., B 11, 3497, (1975).
- (8) Menth, A., Buehler, E., Geballe, T.H., Phys. Rev. Lett. 22, 295-7, (1969).
- (9) Oudet, X., dans "Valence instabilities and narrow band phenomena" p. 525-7, édité par R.D. Parks, Plenum publishing Corporation, (1977).
- (10) Stephens, R.B., Phys. Rev. 8, 2896 (1973).

- (11) Kittel, C., "Introduction à la physique de l'état solide" Dunod 1958, traduction de "Introduction to solid state physics", John Wiley and sons Inc. New-York, 1956.
- (12) Oudet, X., Annales de la Fondation Louis de Broglie, Vol. 6, n°2, 1981.