

Annales de la Fondation Louis de Broglie,  
Vol. 7, n° 4, 1982

PARADOXES ET MÉCANIQUE QUANTIQUE

par C. PIRON

Université de Genève  
Département de physique théorique  
32 boulevard d' Yvoy  
1211 GENEVE 4. (SUISSE)

---

(manuscrit reçu le 10 Mai 1982)

---

Prologue

Vous connaissez tous les dialogues entre Filippo Salviati, Giovan Francesco Sagredo et Simplicio,<sup>(1)</sup> ces quatre jours de discussion de l'an 1628 qui firent scandale à Rome ; peut-être vous souvenez-vous aussi que ces mêmes personnages se rencontrèrent à nouveau en 1970 et ce, sur les bords du lac de Genève et, à nouveau ils conversèrent, quatre jours durant sur la réalité des quantas, avant de s'embarquer sur le lac.

Quelle ne fut pas ma surprise de retrouver ces trois mêmes philosophes attablés à la terrasse du café de la commune libre d'Ouchy. Vous pensez bien que j'ai prêté l'oreille à leur conversation au risque de me faire remarquer et traiter d'impoli.

Apparemment, tous trois revenaient d'Italie, sans doute de Milan car les milanais viennent d'éditer leur dernier dialogue d'il y a déjà dix ans. Quand j'arrivais, la conversation roulait sur l'herbe à Nicot.

Laissez-moi vous raconter la suite<sup>(1)</sup>.

Sagredo : Oui, j'ai rencontré lors de mon passage à Florence, les deux soeurs Galilée, mais je dois vous dire : elles ne fumaient ni l'une ni l'autre, elles ont refusé tout net le tabac que je leur ai offert.

Salviati : J'ai moi-même rencontré les deux jeunes Galilée (les moins de trente ans) à Pise il y a quelques jours, mais chacun d'eux fumait et même en public.

Simplicio : (Arrêtant sa lecture) : Voici ce qui est étrange, écoutez plutôt ce que je lis ici : Dans une population quelconque, le nombre des jeunes femmes est inférieur ou égal au nombre des femmes fumeuses, augmenté du nombre des individus jeunes et non fumeuses. J'avoue ne pas avoir saisi la difficulté, ni le besoin d'une démonstration, les dessins faits par l'auteur sont par eux-mêmes suffisamment probants, jugez plutôt (il montre les dessins du livre<sup>(2)</sup>)



Mais c'est là qu'en y réfléchissant je ne puis vous croire ; Livia, la plus jeune des soeurs Galilée, a moins de trente ans or, l n'est pas inférieur à zéro augmenté de zéro. Vous devez vous être trompé à moins qu'il n'y ait là quelque paradoxe qui m'échappe. Il faut dire que ce livre cultive le paradoxe et même a tendance à induire le lecteur en erreur ; et je peux fort bien m'être laissé abuser.

Salviati : Assurément, il y a là contradiction, je n'ai

moi-même pas fait très attention à ces jeunes, ils étaient toute une bande d'amis mais tous ces jeunes fumaient. Le nombre des jeunes Galilée non fumeuses ne peut être de toute évidence que zéro. J'ai aussi entrevu les deux soeurs et pu constater comme notre ami Sagredo, qu'elles refusaient l'herbe à Nicot. Le nombre des soeurs Galilée fumeuses est également zéro et j'avoue aussi ne pas comprendre.

Sagredo : La théorie des ensembles est pleine de paradoxes. En fait, je me souviens maintenant, je l'ai appris d'un ami, Livia est très influençable, elle ne fume jamais en présence de sa soeur, l'aînée, et au contraire, elle fume chaque fois en compagnie de son frère, le cadet de la famille. Ainsi, le paradoxe apparaît parce que Livia, la puînée, n'est ni fumeur ni non fumeur. L'auteur, bien que parisien à ce qu'il dit, ignore semble-t-il, les travaux de son confrère Bourbaki de Nancago car manifestement ici, la relation être fumeur n'est pas collectivisante (Sagredo fait allusion ici au paragraphe 1.4 du Chapitre II du livre I de la 1ère partie du fameux traité de Nicolas Bourbaki<sup>(3)</sup>).

Simplicio : Si je comprends, l'exemple est mal choisi, la femme est trop changeante, on ne peut lui attribuer des propriétés ou des qualités une fois pour toute, en un mot, elle est libre. Mais les objets, purement matériels, que traite la physique proprement dite, ne se prêtent pas à de tels paradoxes, ils n'ont pas leur libre arbitre.

Sagredo : Cher Simplicio, souviens-toi de nos dernières discussions, il y a dix ans, le problème n'est pas aussi simple et c'est pourquoi je vous propose à tous deux, Salviati et toi de venir ce mardi à Genève écouter un de mes amis défendre la réalité des quanta.

Entendant ces mots, je me dépêchais de payer ma bière et de filer avant d'être reconnu. J'avais là le début de ma leçon.

\*\*\*\*\*

En physique, on décrit un système par ses propriétés. Parmi les propriétés, les unes sont actuelles, le système les possède en acte("), les autres sont potentielles, le système est susceptible de les acquérir. Lorsque le système évolue, certaines propriétés actuelles deviennent potentielles et ce faisant, certaines propriétés potentielles deviennent actuelles. On exprime cela en disant que l'état change. Par définition, on appelle état, la collection complète des propriétés actuelles du système. Ceci dit, le problème n'est que posé, la première tâche du physicien est de définir soigneusement les concepts de propriétés actuelles et potentielles. Nous prendrons le point de vue réaliste : le système existe et il est ce qu'il est. Que nous connaissions ces propriétés ou pas ne change rien à l'affaire et nous n'avons pas, en tout premier lieu, à expliquer comment et pourquoi nous les connaissons ou croyons les connaître. Si nous estimons qu'actuellement le système possède une certaine propriété, nous pouvons décider de tester cette affirmation en effectuant une expérience appropriée. Si ce faisant, nous obtenons le résultat escompté, notre affirmation aura été confirmée mais non prouvée. Mais au contraire, si le résultat est tout autre, c'est que nous nous sommes trompés. Ainsi, une propriété est toujours associée à une expérience dont le résultat escompté est bien défini à l'avance. Pour formaliser cette théorie, nous procéderons ainsi :

Définition : On appelle question tout projet d'expérience à effectuer sur le système qui conduit à une alternative bien définie à l'avance, dont les termes sont le "oui" pour le résultat escompté et le "non" dans tous les autres cas.

A chaque question possible est associée une propriété du système, en vertu de la définition suivante :

Définition : La question  $\alpha$  est "vraie" ou encore, la propriété correspondante est actuelle si le système donné est

tel que si, éventuellement, on effectuait  $\alpha$ , alors la réponse "oui" serait certaine.

Nous pouvons ainsi définir un ordre sur l'ensemble des propriétés. Nous dirons qu'une question  $\beta$  est plus faible qu'une question  $\alpha$  et nous noterons  $\alpha < \beta$  si  $\beta$  est vraie chaque fois que  $\alpha$  est vraie. Cette relation est transitive et définit un ordre sur les classes d'équivalence. Deux questions sont équivalentes si chacune d'elles est plus faible que l'autre. Il y a correspondance biunivoque entre les classes d'équivalence de questions et les propriétés du système.

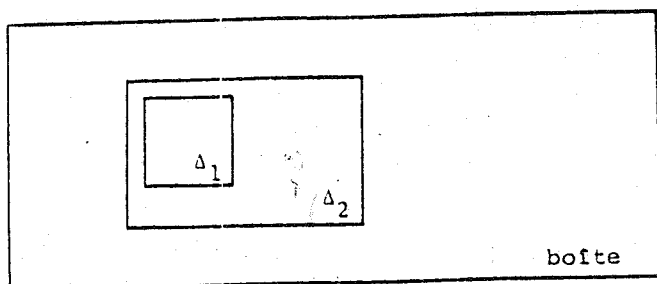
Il existe une question triviale qui consiste à faire n'importe quoi et répondre oui à chaque fois. C'est la question I associée à la propriété triviale : le système existe.

Nous sommes maintenant en mesure d'enoncer un des axiomes fondamentaux de la physique.

Axiome C : Pour chaque propriété  $b$  il existe une propriété complémentaire  $b'$  qui est telle que

- 1) Seule la propriété triviale I est à la fois plus faible que  $b$  et plus faible que  $b'$ .
- 2) Il existe, dans la classe d'équivalence associée à  $b$ , une question  $\beta$  pour laquelle la question inverse  $\beta'$ , obtenue en échangeant le "oui" et "non", définit la classe d'équivalence associée à  $b'$ .

Il est temps maintenant de donner un ou deux exemples. Considérons le cas d'une particule dans une boîte. La propriété d'être présent dans une partie  $\Delta_1$  de la boîte est définie par un compteur de grandeur appropriée. La particule est actuellement dans  $\Delta_1$  si on peut affirmer que si on y plaçait le compteur, il compterait à coup sûr la particule.



Soit  $a$  la propriété d'être présente dans  $\Delta_1$  et  $b$  celle d'être présente dans  $\Delta_2 \supset \Delta_1$ . Manifestement, on a  $a < b$  car chaque fois que la particule est présente dans  $\Delta_1$  elle l'est également dans  $\Delta_2$ .

L'axiome C est satisfait : ainsi la propriété complémentaire pour  $b$  n'est rien d'autre que la propriété pour la particule d'être présente dans la boîte mais à l'extérieur de  $\Delta_2$ . Pour vérifier qu'il en est bien ainsi, il faut montrer que chaque fois que l'on peut affirmer à coup sûr que le compteur ne trouvera aucune particule en  $\Delta_2$ , on est certain qu'un autre compteur placé dans le complémentaire de  $\Delta_2$  trouverait la particule.

On peut caractériser les systèmes classiques à l'aide de l'axiome suivant qui est appelé l'hypothèse classique :

Hypothèse classique : Si  $b$  et  $b'$  sont des propriétés complémentaires alors, quel que soit l'état du système, ou bien  $b$  est actuelle ou bien  $b'$  est actuelle.

Dans l'exemple précédent de la particule dans la boîte, la signification de l'hypothèse classique est claire. Quelle que soit la façon dont la particule est dans la boîte, elle est nécessairement soit présente dans  $\Delta_2$  soit présente dans le complémentaire de  $\Delta_2$  et ceci doit être vrai pour tout  $\Delta_2$ . Il est bien évident que cette hypothèse est satisfaite pour une particule classique. Il

peut paraître paradoxal qu'il n'en soit pas toujours ainsi. En effet, si on effectue la question  $\alpha$  qui définit la paire complémentaire on obtient l'une des deux réponses et on pourrait penser qu'avant la mesure, la réponse obtenue était déjà certaine, en quelque sorte, déjà inscrite dans le système. Mais c'est là un a priori pour ne pas dire une faute de raisonnement, du même type que de considérer qu'une femme est fumeur ou non-fumeur en ignorant la troisième catégorie, celle des indécises.

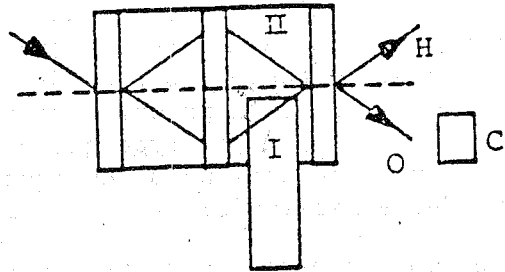
Avant de vous exposer une situation expérimentale qui contredit l'hypothèse classique, nous voulons vous donner un résultat de l'axiomatique<sup>(5)</sup>.

Théorème : Si les propriétés d'un système satisfont les deux axiomes précédents, l'axiome C et l'hypothèse classique, alors le système peut être décrit par un ensemble, l'espace des états. Chaque sous-ensemble représente une propriété, chaque point représente un état possible, une propriété est actuelle si et seulement si le point état est dans le sous-ensemble correspondant.

C'est en vertu de ce théorème qu'en mécanique on est conduit à décrire une particule classique par un point dans  $R^7$ , l'espace à sept dimensions construit à partir des coordonnées de la quantité de mouvement  $\vec{p}$ , de la position  $\vec{q}$  et du temps  $t$ . Contrairement à ce que l'on pourrait croire, la position ne suffit pas à elle seule à déterminer l'état d'une particule. Une simple photographie de la rue et de ses voitures ne nous permet pas de prévoir si nous pouvons traverser sans danger !

Nous voulons maintenant vous exposer les résultats d'une très belle expérience effectuée à Grenoble à l'Institut Laue-Langevin qui montre que certaines particules ne satisfont pas à l'hypothèse classique. L'exemple choisi est celui du neutron et la paire de propriétés complémentaires testée est celle définie par

la présence du neutron dans deux régions disjointes et complémentaires de l'espace.



Les deux régions considérées sont les régions I et II. Le neutron arrive par la gauche et traverse la région I + II et un compteur C le compte ou ne le compte pas dans le faisceau O. Soit  $I_0$  le taux de couplage ainsi mesuré. L'expérience consiste à appliquer un champ magnétique dans la région I. Si un neutron est présent dans cette région, son spin doit tourner selon la loi de la précession de Larmor

$$\phi = \int \frac{\gamma}{2} B(t) dt$$

Si le champ est choisi de telle manière que  $\phi = 2\pi$ , le spin, donc le neutron, doit se retrouver dans le même état et, le taux de couplage  $I_0$  doit être inchangé. S'il n'y a pas de neutron dans cette région il en est a fortiori de même. Or, l'expérience montre tout le contraire, le neutron est tout autant dans la région I que dans la région II, en quelque sorte, il a le don d'ubiquité<sup>(6)</sup> (voir figures).

En conclusion, l'hypothèse classique est une hypothèse trop forte qui doit être abandonnée et remplacée par des hypothèses plus faibles. En procédant de cette manière, nous avons pu construire un formalisme de la théorie quantique qui est une généralisation du formalisme classique englobant ce dernier comme cas parti-

culier. Ainsi il n'y a pas de dichotomie entre la description classique et la description quantique, comme l'ont imaginé à tort les fondateurs de la théorie quantique. Il y a une seule théorie et, ce qui est encore plus important, une seule interprétation<sup>(7)</sup>.

## RÉFÉRENCES

- (1) Galileo Galilei Linceo : Dialogo sopra i due Massini sisterni del mondo Tolemaico, et Copernicano, G.B. Landini, Florenza, 1632.  
J.M. Jauch : Are quanta real ? Indiana University Press, Bloomington 1973.  
J.M. Jauch : Sulla realtà dei quanti, Adelphi Milano 1980.
- (2) B. d'Espagnat : A la recherche du réel. Gauthier-Villars, Paris, p. 27, 1979.
- (3) N. Bourbaki : Théorie des ensembles, Hermann Paris, p. E II.3, 1970.
- (4) Aristote : Physique I, Chapitre 7, 189b 30 et suivants.
- (5) D. Aerts : Thèse V.U.B. Bruxelles 1980.
- (6) H. Rauch, A. Zeilinger, G. Badurek, A. Wilfing, W. Bauspiess et U. Bonse : Verification of Coherent Spinor Rotation of Fermions. Physics Letters 54A, p. 425, 1975.
- (7) C. Piron : Foundations of Quantum Physics, W.A. Benjamin, Inc., Reading, Mass. 1976.

