

Annales de la Fondation Louis de Broglie,
Vol. 8, n° 1, 1983

PROBLÈMES THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX ACTUELS
DE LA LOI DU RAYONNEMENT DE PLANCK

par Luigi GALGANI

Istituto di Fisica e
Istituto di Matematica dell' Università
Via Celoria 16,
20133 MILANO (Italie)

(manuscrit reçu le 23 Avril 1982
corrigé à la demande de l'auteur le 20 Décembre 1982)

Résumé : A la lumière de plusieurs résultats mathématiques récents sur la dynamique classique de systèmes d'oscillateurs faiblement couplés, on reconsidère la possibilité que la physique classique permette de déduire, pour le corps noir, une loi du rayonnement différente de celle de Rayleigh-Jeans. En se basant sur des idées de Boltzmann (1895) et de Nernst (1916), on montre qu'on peut donner en première approximation un certain fondement à la formule de Planck. Selon ces idées, on aurait affaire à des situations typiques de non équilibre, et on pourrait s'attendre à ce que les données expérimentales montrent quelque différence avec la loi de Planck, par la présence de phénomènes d'hystérésis. En raison de cela, on en vient à se demander ce qu'il en est exactement de la vérification expérimentale de la loi de Planck, et on montre que la situation est beaucoup moins claire

qu'on ne le croit d'habitude. En particulier, aucune vérification de la loi elle-même, à une précision meilleure que 4 % n'a été obtenue et seul un résultat très récent à propos de la constante de Stefan-Boltzmann semble donner une très bonne confirmation indirecte.

1. Introduction

On sait très bien que la physique classique conduit de nécessité à la loi d'équipartition, ce qui correspond, pour la loi de rayonnement d'un corps noir, à la loi de Rayleigh-Jeans avec sa catastrophe ultraviolette ; d'autre part, tout semble aller bien avec la loi quantique correspondante, c'est-à-dire la loi de Planck. Si telle est la situation, pourquoi alors s'interroger encore sur la mécanique classique à ce propos ? La raison en est que des travaux récents ont montré que la dynamique classique de systèmes d'oscillateurs faiblement couplés est beaucoup plus compliquée qu'on ne l'imaginait autrefois ; il est concevable, en particulier, que l'équipartition soit compatible avec l'existence de seuils de stochasticité et l'existence de temps de relaxation à l'équilibre fortement dépendants de la fréquence. Or il se trouve que déjà Boltzmann, Jeans et Nernst avaient conçu quelque chose de semblable en vue d'éviter la catastrophe ultraviolette. Une situation de ce type, qui permet de quelque façon de dialoguer avec des grands savants à la distance de trois quarts de siècle, fournit donc une tentation trop grande à laquelle il est difficile qu'un chercheur en physique théorique ou en physique mathématique puisse échapper. C'est aussi, on pourrait dire, une question d'honnêteté : si on sait quelque chose de nouveau sur un modèle si bien aimé et étudié de la nature, comme l'est celui de la mécanique classique, on a bien le devoir de le pousser jusqu'à ses conséquences extrêmes, nonobstant tous les doutes qu'on puisse avoir sur la signification des résultats.

2. Aperçu sur quelques résultats récents dans la dynamique classique de systèmes d'oscillateurs faiblement couplés

Un système d'oscillateurs faiblement couplés peut être ramené à un type de systèmes auxquels s'applique la théorie classique des perturbations, qui sont bien étudiés, spécialement en mécanique céleste, et qui sont généralement connus aujourd'hui sous le nom de systèmes presque intégrables. On désigne ainsi un système Hamiltonien à n degrés de liberté qui, en coordonnées canoniques $q = (q_1, \dots, q_n)$, $p = (p_1, \dots, p_n)$ - où $q_1, \dots, q_n$ sont tous des angles - est décrit par une fonction de Hamilton :

$$H(q, p) = H^0(p) + \mu H^1(q, p). \quad (1)$$

Ici μ est un paramètre perturbatif et H^1 est une fonction périodique par rapport à chacun des angles $q_1, \dots, q_n$; de plus, on suppose que le système est non-dégénéré, c'est-à-dire que : $\det\left(\frac{\partial^2 H^0}{\partial p_i \partial p_j}\right) \neq 0$ partout. Cette dernière condition est en général satisfaite pour un système d'oscillateurs linéaires couplés, contrairement à ce qu'on pourrait attendre à première vue.

Le résultat classique le plus général obtenu pour ces systèmes est celui de H. Poincaré¹ (1892), selon lequel il n'y a en général aucune constante du mouvement (intégrale première) à part H lui-même. En 1923 Fermi² donna une généralisation intéressante de ce théorème (qui fut encore généralisé récemment)³ et Fermi crut pouvoir en déduire l'ergodicité de ces systèmes, par un raisonnement qui n'était pas correct.

Et en effet en 1954 Kolmogorov énonça un théorème (démontré en 1961 par Arnold et Moser)⁴ selon lequel, dans le même esprit de Poincaré et Fermi, en général - pour n fini - les systèmes presque intégrables

de type (1) ne sont pas ergodiques. C'est-à-dire que pour toute énergie suffisamment petite, les surfaces d'énergie constante (que l'on supposera compactes) sont partagées en ensembles invariants de mesure non banale ; en particulier, il y a des conditions initiales de mesure positive, dont les orbites ne sont pas denses sur les surfaces d'énergie constante.

Or, il est bien clair que si on croit que la thermodynamique statistique doit être fondée sur des bases dynamiques (c'est-à-dire si on croit à la pertinence du problème ergodique pour la mécanique statistique) ce résultat est fort intéressant. Mais d'autre part il est alors essentiel d'avoir une estimation de l'énergie critique E_c au dessous de laquelle la non ergodicité est garantie ; plus précisément, si on se place au point de vue de ce qu'on appelle la limite thermodynamique, on considère la fonction $E_c(n)$ et l'on se demande si $E_c(n)/n \rightarrow 0$ pour $n \rightarrow \infty$: sur cette question, on peut dire tout simplement qu'on ne sait presque rien du point de vue théorique.

Faute de connaissances théoriques, on peut alors accorder quelque confiance aux résultats numériques. Or, c'est une coïncidence plutôt curieuse que des travaux numériques à l'ordinateur, sur ce sujet, furent commencés exactement la même année (1954) que Kolmogorov énonça son théorème, et juste par Fermi lui-même (en collaboration avec Pasta et Ulam)⁵ dans ce qui fut son dernier travail. En résolvant numériquement les équations de mouvement pour une chaîne de 64 particules en mouvement sur une droite et interagissant par des forces non linéaires, ces auteurs trouvèrent que, pendant les durées qu'ils considéraient, il n'y avait aucune tendance à l'équipartition de l'énergie.

Dix ans plus tard, en 1964, après plusieurs travaux de Contopoulos⁶ qui avait confirmé les résultats

de Fermi avec un très grand détail pour des systèmes de deux oscillateurs qui intéressaient l'astronomie, Hénon et Heiles⁷ firent la découverte d'un phénomène très intéressant, à savoir l'existence de seuils de stochasticité. Précisément, pour un système Hamiltonien de deux oscillateurs du type de Contopoulos, ils remarquèrent que le mouvement dans l'espace des phases peut être décrit de la façon suivante : jusqu'à une énergie E_1 , chaque orbite est pratiquement du même type que celui qu'on aurait trouvé s'il n'y avait pas d'interaction ; pour des énergies plus grandes que $E_2 > E_1$, pratiquement toutes les orbites sont denses sur la surface d'énergie ; pour des énergies intermédiaires, la surface d'énergie est partagée en deux parties dont l'une est remplie par des orbites du premier type (comme pour des énergies $< E_1$) et l'autre est remplie par des orbites denses (comme pour des énergies $> E_2$, mais appartenant à la région considérée). On peut dire, en d'autres termes, que l'on a deux types d'orbites ou de mouvements : orbites ordonnées et orbites chaotiques, dont les secondes apparaissent seulement si l'énergie est assez grande, disons au dessous d'un certain seuil d'énergie.

En résumant, on peut dire que Hénon et Heiles ont découvert le phénomène de l'existence de seuils de stochasticité, où l'on passe brusquement d'une situation avec des orbites ordonnées à une situation avec des orbites chaotiques. En passant, il est intéressant de remarquer qu'un seul auteur, Lorenz⁸, avait découvert un phénomène semblable (mais plus compliqué à décrire) pour des systèmes dissipatifs qui intéressaient la mécanique des fluides.

Beaucoup plus compliquée est la situation qui se présente pour un nombre n de degrés de liberté plus grand que deux. En fait, une description détaillée des résultats numériques obtenus serait très pénible, justement faute d'un cadre théorique suffisamment clair.

En tout cas, en se basant sur des résultats de Froeschlé⁹ (un élève de Hénon) et sur d'autres encore^{9,10}, il ne semble pas invraisemblable qu'on puisse se faire le schéma suivant.

Considérons un système de n oscillateurs linéaires (chacun avec une fréquence propre ν) faiblement couplés, et désignons par $E_c(n)$ l'énergie critique au-dessous de laquelle le système n'est pas ergodique. Alors pour $n \rightarrow \infty$ on aurait $E_c(n)/n \rightarrow 0$, c'est-à-dire que le système serait ergodique. Néanmoins il existerait une énergie critique $\epsilon(\nu)$, caractéristique de chaque oscillateur, avec la propriété suivante : si l'on regarde le mouvement de cet oscillateur sous la perturbation des autres, ce mouvement se produit presque comme pour un oscillateur isolé s'il a une énergie plus petite que $\epsilon(\nu)$ (c'est-à-dire qu'il effectue des rotations sur un cercle et le rayon du cercle a des petites fluctuations), tandis que le mouvement est très chaotique, avec de très grandes fluctuations d'énergie et sans ressemblance avec des rotations, si l'énergie est plus grande que $\epsilon(\nu)$. Des situations de ces deux types sont illustrées respectivement sur les figures 1a et 1b, qui reproduisent qualitativement des figures observées par l'auteur du présent travail, en collaboration avec A. Giorgilli et A. Tagliani pour un système de dix oscillateurs couplés.

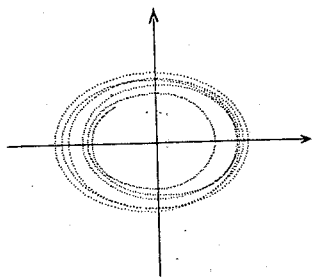


Fig. 1a

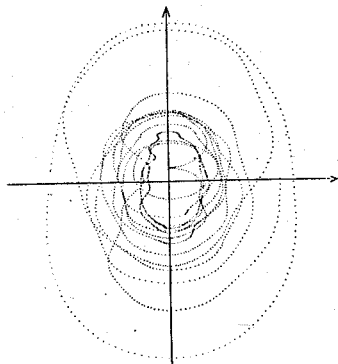


Fig. 1b

Dans le deuxième cas, la brusque précipitation vers l'origine correspond à une perte subite d'énergie qui est un cas particulier d'un grand échange d'énergie. On peut aussi noter que la précipitation vers l'origine semble contredire ce qu'on avait dit, que pour des petites énergies on aurait des rotations. Ceci peut être compris de la façon suivante : comme l'oscillateur n'est pas isolé, son mouvement dépend aussi des conditions initiales des autres oscillateurs et alors la description de son mouvement devient en quelque sorte probabiliste : en somme, on peut dire que, avec une grande probabilité, pour des petites énergies, on a des rotations.

L'existence de seuils, dans le sens décrit ici, donne aussi la possibilité de comprendre l'existence de temps de relaxation $T(\nu)$ dépendant de la fréquence. En effet, si par exemple $\epsilon(\nu)$ est une fonction croissante de la fréquence, il est clair qu'on peut concevoir que les oscillateurs de grande fréquence doivent attendre des temps plus longs que les oscillateurs de petite fréquence pour que les fluctuations d'énergie les conduisent au delà du seuil, parmi le système d'oscillateurs qui font des mouvements chaotiques, s'ils avaient initialement une très petite (ou aucune) énergie.

Pour l'existence de seuils d'énergie dans le sens décrit ci-dessus, on doit se référer au phénomène semblable découvert par Froeschlé⁹ pour des systèmes dynamiques à temps discret et confirmé plus tard à Berkeley⁹; une confirmation numérique très nette, soit pour l'existence des seuils, soit pour l'existence de temps de relaxation, a été donnée récemment (Benettin et Galgani¹⁰ pour un modèle de corps noir unidimensionnel. Si $\nu_k = \alpha k$ ($k=1,3,5,7,\dots$; $\alpha = \text{const}$) est la fréquence et $\bar{E}_k(t)$ la moyenne temporelle de l'énergie de l'oscillateur k jusqu'au temps t , alors on a les résultats numériques résumés dans la fig. 2 où l'énergie initiale totale était 1 (en unités convenables) et l'unité de temps est

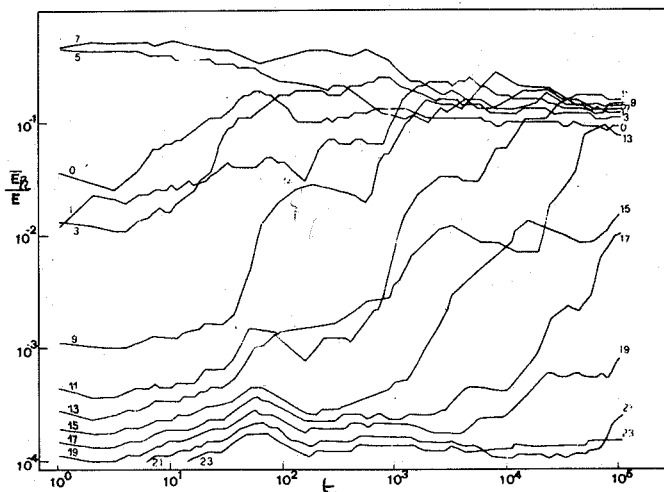


Fig. 2

un temps macroscopique caractéristique du système. L'énergie était donnée initialement aux oscillateurs 5 et 7 et passe, avec le temps, aux autres oscillateurs.

3. Les idées de Boltzmann et de Nernst et une interprétation classique de la loi de Planck

Pour l'interprétation mécanique de la thermodynamique, ou encore, pour la mécanique statistique, on dit d'habitude qu'il n'y a pas de problème à identifier l'énergie interne (parce qu'il suffirait de soustraire éventuellement l'énergie du centre de masse) à l'énergie mécanique totale du système considéré. Plus compliquée serait l'analogue mécanique de l'entropie. Rappelons en tout cas qu'en thermodynamique il suffit de donner la forme fonctionnelle pour une seule quantité, pour que toutes les autres quantités en soient déduites univoquement. Ainsi, par exemple, toute la thermodynamique est

déduite de la mécanique si on donne une forme explicite pour l'énergie interne en fonction de la température T et de la fréquence ν (si on s'intéresse à des systèmes décrits par des oscillateurs, comme le corps noir ; autrement on aurait par exemple le volume V à la place de la fréquence ν) ; et alors, si l'énergie interne est évidemment interprétée, et il n'y a pas de problème pour la fréquence, tout se réduirait à comprendre la température. D'autre part, tous les succès de la théorie cinétique des gaz nous ont appris à interpréter la température absolue en termes d'énergie moyenne de chaque degré de liberté microscopique (principe d'équipartition).

On sait très bien aussi que le principe d'équipartition n'est pas valable aux basses températures, parce qu'un très grand nombre de phénomènes (appelés phénomènes de dégénérescence), assez bien décrits par la mécanique statistique quantique, nous ont appris que pour T tendant vers zéro l'énergie interne U ne semble pas s'annuler, et il resterait une énergie résiduelle. Il s'agit ici de ce qu'on appelle l'énergie de point-zéro (de l'allemand null-Punkt pour "température zéro"), qui est bien la croix d'une grande partie de la mécanique quantique -sa quintessence selon les mots de Planck- et qui dans les théories quantiques de champ apparaît et disparaît dans les mains des théoriciens comme des cartes dans les mains d'un prestidigitateur.

Or, il est fort intéressant, spécialement en vue des résultats récents de la dynamique, qu'on vient de rappeler, que déjà Boltzmann¹¹, au contraire, dans une courte lettre écrite en un bel anglais dans la revue Nature en 1895, avait conçu la possibilité de rendre compte des phénomènes de dégénérescence en se tenant au principe d'équipartition (et donc à la propriété $U \rightarrow 0$ pour $T \rightarrow 0$), mais en s'attachant plutôt à une plus délicate interprétation de l'énergie interne, sur la base de la considération des propriétés de stabilité des mouvements.

Précisément, il distinguait entre l'énergie interne mécanique U et l'énergie interne thermodynamique U_{th} . En effet, si on a $U = NkT$, où U est l'énergie interne mécanique (précisément la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle du système dans le repère du centre de masse), N le nombre de degrés de liberté, k la constante de Boltzmann (comme on dirait aujourd'hui) et T la température absolue, il peut arriver que, à chaque instant, les constituants du système soient partagés en deux groupes, les uns ayant des mouvements très ordonnés, les autres des mouvements très chaotiques, comme il est suggéré aujourd'hui par les expériences numériques décrites plus haut. D'après Boltzmann, les uns auraient des mouvements très stables, les autres des mouvements très instables. Alors il est bien concevable que, à partir d'une situation d'équilibre à une température donnée T , si on met le système en contact thermique avec un réservoir à une température un peu différente, en première approximation, les uns n'auraient aucune réaction et poursuivraient leur mouvement comme de rien n'était, tandis que les autres réagiraient tout de suite pour se mettre en équilibre à la nouvelle température. En d'autres termes l'énergie interne mécanique $U = NkT$ serait décomposée en deux parties

$$U = U_0 + U_1 \quad (2)$$

somme de l'énergie ordonnée, ou stable, U_0 , et de l'énergie désordonnée, ou instable U_1 . Alors U_0 serait l'analogue de ce qu'on appelle aujourd'hui énergie du point zéro et U_1 pourrait être interprété comme l'énergie interne thermodynamique. On doit encore penser que $U_0/U \rightarrow 0$ pour $U \rightarrow \infty$ (principe de correspondance) et que $U_1/U \rightarrow 0^*$ (complète dégénérescence aux petites températures). On notera néanmoins que, de ce point de vue, et bien que l'énergie du point-zéro prédomine aux petites températures, elle aussi tend vers zéro conformément au principe d'équipartition. Encore selon Boltzmann, la répartition entre énergie thermodynamique et énergie dégénérée à une température fixée

*pour $U \rightarrow 0$

se ferait entre les basses et les hautes fréquences, de telle sorte que les hautes fréquences seraient plus dégénérées que les basses.

Pour arriver maintenant à donner une forme quantitative aux idées de Boltzmann, on est obligé de revenir à une hypothèse explicite sur la dynamique des systèmes, qui nous permette d'identifier les composantes stable U_0 et instable U_1 . Une hypothèse de ce genre peut être presque littéralement trouvée dans un article de W. Nernst¹², l'inventeur du troisième principe de la thermodynamique, dans un article qui parut en 1916 et dont la lecture est aussi fascinante que difficile.

L'idée centrale de Nernst, qui lui était inspirée par son intuition en thermodynamique chimique, est que la dégénérescence qui se produit aux basses températures ou aux hautes fréquences correspond à des mouvements ordonnés (l'énergie thermodynamique interne devient égale à l'énergie "libre", qui peut produire du travail coordonné ou cohérent ou macroscopique), juste comme le disait Boltzmann. D'autre part Nernst avait été très frappé par la nouvelle conception de l'énergie du point-zéro introduite par Planck¹³ en 1911, selon laquelle un oscillateur de fréquence ν aurait une énergie résiduelle $\frac{1}{2}h\nu$ (où h est la constante de Planck) à température nulle.

Il mêla alors les deux conceptions en une conception nouvelle, qui est celle que nous avons décrit plus haut à propos de la Figure 1, c'est-à-dire qu'il existe un seuil d'énergie $\epsilon(\nu)$ tel qu'un oscillateur de fréquence ν fait des mouvements très ordonnés ou stables s'il a une énergie plus petite que $\epsilon(\nu)$, et des mouvements très chaotiques ou instables s'il a une énergie plus grande que $\epsilon(\nu)$. Ajoutons tout de suite que Nernst posait

$$\epsilon(\nu) = h\nu \quad , \quad (3)$$

et non pas $\epsilon(v) = \frac{1}{2}h\nu$; ce point deviendra clair plus loin en vertu de la loi générale de Wien.

A ces arguments, Nernst ajoute ensuite d'autres considérations très difficiles à interpréter. Néanmoins, l'autre idée centrale est très claire, c'est justement celle d'utiliser le principe d'équipartition ou, plus précisément, sa forme élargie qui est l'usage de la distribution de Maxwell-Boltzmann, selon laquelle la densité de probabilité $p(E)$ pour l'énergie E d'un oscillateur est

$$p(E) = \frac{1}{kT} e^{-E/kT}, \quad (4)$$

avec

$$\int_0^{\infty} p(E) dE = 1 \quad (5)$$

$$\int_0^{\infty} E p(E) dE = kT \quad (6)$$

A ce propos, qu'il soit permis de rappeler que la distribution de Maxwell-Boltzmann ne contient en soi aucun élément dynamique, mais seulement la loi des grands nombres. En effet, si on considère un système de N oscillateurs découplés de même fréquence ν , distribués uniformément sur une surface d'énergie constante (c'est-à-dire la distribution naturellement induite par la mesure de Lebesgue dans l'espace des phases du système), alors à la limite thermodynamique ($N \rightarrow \infty$ avec une énergie spécifique fixée) on obtient que les oscillateurs sont distribués avec la loi de Maxwell-Boltzmann (4). En d'autres termes, si on fait de la statistique il faut donner une mesure pour les données initiales, indépendamment de chaque hypothèse liée à la dynamique du système (comme une hypothèse ergodique), outre la seule invariance de la mesure. De ce point de vue la loi de Maxwell-Boltzmann (4), avec le principe d'équipartition (6) qui s'ensuit, pourrait être justifié pour fixer les données initiales, au moins

dans le cas où on ne possède pas sur celles-ci d'informations plus précises.

Avec ces considérations il est alors possible¹⁴ de donner une première approximation à une réalisation quantitative de l'idée de Boltzmann avec l'hypothèse dynamique de Nernst. En effet, considérons un système d'un très grand nombre N d'oscillateurs de même fréquence ν , à la température T , et admettons qu'ils soient distribués initialement selon la loi de Maxwell-Boltzmann (4), d'où il suit en particulier que l'énergie totale sera

$$U = NkT, \quad (7)$$

indépendante de la fréquence (principe d'équipartition). Le seuil d'énergie $\epsilon(v)$ étant fixé, on a N_0 oscillateurs au dessous et N_1 oscillateurs au dessus de $\epsilon(v)$, où

$$n_0 = \int_0^{\epsilon(v)} p(E) dE, \quad n_1 = \int_{\epsilon(v)}^{\infty} p(E) dE = 1 - n_0, \quad (8)$$

et on trouve

$$n_0 = 1 - e^{-\epsilon(v)/kT}, \quad n_1 = e^{-\epsilon(v)/kT} \quad (9)$$

De même la quantité NU_0 d'énergie est due à des oscillateurs qui sont au dessous de $\epsilon(v)$, tandis que la quantité NU_1 d'énergie est due à des oscillateurs qui sont au dessus de $\epsilon(v)$, où :

$$U_0 = \int_0^{\epsilon(v)} E p(E) dE, \quad U_1 = \int_{\epsilon(v)}^{\infty} E p(E) dE = kT - U_0 \quad (10)$$

et on trouve

$$U_0 = kT - U_1, \quad U_1 = (\epsilon(v) + kT) e^{-\epsilon(v)/kT} \quad (11)$$

Les résultats obtenus ici peuvent être regardés aussi de la façon suivante. On peut considérer les quantités

$$E_0 = \frac{U_0}{n_0}, \quad E_1 = \frac{U_1}{n_1}, \quad (12)$$

qui sont interprétables comme l'énergie moyenne de chacun des oscillateurs au dessous de $\epsilon(v)$ et l'énergie moyenne de chacun des oscillateurs au dessus de $\epsilon(v)$, et on trouve (*) :

$$E_0 = kT - \frac{\epsilon(v)}{e^{\epsilon(v)/kT} - 1}, \quad E_1 = \epsilon(v) + kT \quad (13)$$

Si alors on pense pour des raisons descriptives que les oscillateurs sont partagés en deux groupes, chacun étant représenté par un seul niveau d'énergie, on pourra dire que les oscillateurs se trouvent sur un des deux niveaux E_0, E_1 avec des populations N_0, N_1 (fig. 3).

De ce point de vue on peut alors rappeler que le résultat trouvé par Nernst¹² en 1916 (et aussi par Planck¹⁵ en 1921) est que, si on pose $\epsilon(v) = hv$, on a

$$kT - E_0 = \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1}, \quad (14)$$

dont le deuxième membre est exactement la formule de Planck. On peut aussi remarquer que le "gap" entre les deux niveaux est encore lié à une formule de Planck, puisqu'on a :

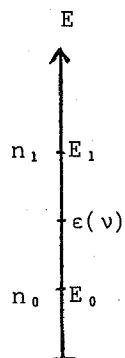


Fig. 3

(*) Si l'on regarde l'article même de Nernst, on trouvera qu'il travaillait avec la distribution de probabilité $n(E) = (1 - e^{-E/kT})$ liée à la densité $p(E)$ par $dn = p(E)dE$.

Sa formule $W = RT - \frac{N}{n} \int_0^{n_0} E \, dn$ (page 92) se lit alors

$$\frac{W}{N} = kT - \frac{1}{n_0} \int_0^{\epsilon} E p(E) dE \quad (\text{avec} \quad \int_0^{\epsilon} p(E) dE = n_0).$$

$$E_1 - E_0 = hv + \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} = e^{hv/kT} \frac{hv}{e^{hv/kT} - 1} \quad (15)$$

Evidemment frappé par le résultat (14), qui faisait sortir la formule de Planck dans un cadre classique, Nernst donna quelques arguments pour interpréter physiquement la relation (14). Plus ou moins, en pensant que seule l'énergie des oscillateurs chaotiques est visible (c'est-à-dire contribue à la thermodynamique), il disait que si par exemple, par interaction avec une molécule d'un gaz un oscillateur congelé prenait assez d'énergie pour sauter parmi les oscillateurs chaotiques, alors on verrait apparaître de l'énergie, donnée par $kT - E_0$. A vrai dire, si cet argument a un sens, on dirait plutôt qu'on verrait apparaître l'énergie $E_1 - E_0$, donnée par la formule (15), qui est encore, néanmoins, liée à la formule de Planck.

D'autre part, si on prend au sérieux des raisonnements de ce type pour estimer la contribution à l'énergie thermodynamique, on serait plutôt tenté de revenir à des considérations du type de Boltzmann qui feraient intervenir assez naturellement les populations n_0, n_1 à côté des niveaux E_0, E_1 ou du "gap" $E_1 - E_0$. De ce point de vue on est tout de suite tenté¹⁶ d'identifier l'énergie thermodynamique U^{th} au sens de Boltzmann avec l'énergie $NU_1 = Nn_1E_1$ des oscillateurs instables :

$$U^{th} = NU_1 = Nn_1E_1 = N \frac{\epsilon(v) + kT}{e^{\epsilon(v)/kT} - 1} \quad (16)$$

tandis que l'énergie dégénérée (ou du point-zéro) serait $NU_0 = Nn_0E_0$. D'autre part la cohérence interne même de ce raisonnement impose une petite correction¹⁷ ; en fait, si bien que seuls les oscillateurs chaotiques contribuent à l'énergie thermodynamique, on doit penser que chacun d'eux ne peut pas perdre toute son énergie E_1 , mais seulement la fraction $E_1 - E_0$, parce que, lorsqu'en perdant de l'énergie, il arrive au niveau E_0 , lui-même sera "con-

gelé". Alors tout se passe comme si chacun des n_1 oscillateurs au dessus du seuil avait une énergie "disponible" $E_1 - E_0$ et pas E_1 , et que l'énergie thermodynamique U^{th} devrait être identifiée avec

$$U^{th} = N n_1 (E_1 - E_0) = N \frac{\epsilon(v)}{e^{\epsilon(v)/kT} - 1}, \quad (17)$$

ce qui est bien, avec $\epsilon(v) = hv$, la formule de Planck.

Quoique contenant un certain arbitraire, il semble que l'on puisse admettre que le raisonnement qu'on vient de donner a une certaine cohérence et une crédibilité. Par exemple, on pourrait aussi concevoir que l'énergie disponible de chacun des oscillateurs chaotiques soit $E_1 - \epsilon(v)$ au lieu de $E_1 - E_0$ (si l'on pense que l'oscillateur est complètement bloqué dès qu'il arrive au dessous du seuil), et on serait conduit alors, comme l'avait indépendamment remarqué B. Carazza¹⁸, à la formule dite de Rayleigh

$$U^{th} = N n_1 (E_1 - \epsilon(v)) = N \frac{\epsilon(v)}{e^{\epsilon(v)/kT}} \quad (18)$$

En effet, il semble que la description en termes de seuils ne doive pas être prise en termes trop rigides : on devrait penser à $\epsilon(v)$ comme à une énergie typique entre deux énergies typiques E_0 et E_1 , qui représentent respectivement les oscillateurs congelés et chaotiques, les premiers aussi ayant des fluctuations d'énergie, mais beaucoup plus petites que les fluctuations d'énergie des derniers. En fait, on peut concevoir qu'en attendant un temps infini les deux groupes d'oscillateurs se mettent en équilibre avec une distribution de Maxwell-Boltzmann à une température appropriée, et que seulement pour des temps pas trop longs on puisse se comporter comme si les oscillateurs au dessous du seuil étaient congelés. De ce point de vue, on a alors l'impression que le type de description ici considéré conduit nécessairement à des situations de non équilibre, où des effets d'hystérésis

devraient être d'une grande importance. Or, des critiques de ce genre avaient été faites déjà à Jeans lorsqu'il présentait (réf. 19, page 52 ; voir aussi J.W. Rayleigh, même réf. page 49) les idées de Boltzmann à la conférence Solvay¹⁹ en 1911, parce qu'on tenait pour évident que même dans le cadre des phénomènes de dégénérescence, on a bien affaire à des situations d'équilibre. Ce qui, en tout cas, n'est pas si sûr qu'on le pense d'habitude ; on reviendra sur ce point plus loin, en discutant des vérifications expérimentales de la loi de Planck.

En tout cas, on a ainsi obtenu une interprétation où une déduction classique de la formule de Planck en utilisant un raisonnement qui fait intervenir la "population" n_1 des oscillateurs instables et le "gap" $E_1 - E_0$. L'équivalence mathématique avec la formule de Nernst (14), qui ne fait pas intervenir explicitement les populations n_0 et n_1 , repose sur l'identité

$$kT - E_0 = n_1 (E_1 - E_0) \quad (19)$$

qui est une conséquence immédiate des relations évidentes

$$n_0 + n_1 = 1, \quad n_0 E_0 + n_1 E_1 = kT. \quad (20)$$

4. Application à la loi du rayonnement noir

Considérons maintenant un corps noir²⁰⁻²¹ à l'équilibre à la température absolue T . On sait très bien²² que le champ électromagnétique peut être considéré comme constitué par des oscillateurs harmoniques, et que, si on a une cavité d'une forme raisonnable, le nombre d'oscillateurs par unité de volume avec des fréquences comprises entre v et $v+dv$ est donné par $N(\lambda)dv$, où

$$N(v) = \frac{8\pi}{c^3} v^2, \quad (21)$$

c étant la vitesse de la lumière. Si on désigne maintenant

par $u(\nu, T) d\nu$ l'énergie thermodynamique par unité de volume avec des fréquences entre ν et $\nu + d\nu$, on obtient pour $u(\nu, T)$, avec l'identification (17) pour l'énergie interne thermodynamique, l'expression

$$u_p(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{\epsilon(\nu)}{e^{\epsilon(\nu)/kT} - 1} \quad (22)$$

On sait d'autre part qu'à l'équilibre on a la loi générale de Wien²³ (1893), selon laquelle

$$u(\nu, T) = \frac{1}{c^3} \nu^2 f(\nu/T), \quad (23)$$

où f est une fonction a priori arbitraire. Or, on voit tout de suite que la formule (22) est compatible avec la loi de Wien (23) seulement si l'on admet que l'énergie critique $\epsilon(\nu)$ est proportionnelle à la fréquence ν , c'est-à-dire que l'on ait

$$\epsilon(\nu) = h\nu, \quad (24)$$

où h est une constante avec les dimensions d'une action, qui pourra être identifiée à la constante de Planck. La densité d'énergie $u_p(\nu, T)$ s'écrit alors selon la forme habituelle de Planck

$$u_p(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (25)$$

soit, à l'aide de la quantité adimensionnelle

$$X = \frac{h\nu}{kT}, \quad (26)$$

sous la forme

$$u_p(X, T) = \frac{8\pi}{h^2 c^3} (kT)^3 \frac{X^3}{e^X - 1} \quad (27)$$

Avec une identification du type de Boltzmann (16) on obtiendrait d'autre part la formule

$$u_B(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu + kT}{e^{h\nu/kT}}, \quad \left[\text{ou } u_B(X, T) = \frac{8\pi}{h^2 c^3} (kT)^3 \frac{X^3 + X^2}{e^X} \right] \quad (28)$$

tandis que l'identification (18) amènerait à la formule dite de Rayleigh

$$u_R(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{kT}{e^{h\nu/kT}}, \quad \left[\text{ou } u_R(X, T) = \frac{8\pi}{h^2 c^3} (kT)^3 \frac{X^2}{e^X} \right] \quad (29)$$

Un fait curieux à propos de la loi du type de Boltzmann (28) est peut-être le suivant : si l'on connaît un peu l'histoire des expériences sur la loi du rayonnement, alors on est immédiatement frappé par sa forme fonctionnelle et on reconnaît tout de suite que la formule (28) est très proche d'une bonne représentation des données d'expérience, probablement la plus proche de la loi de Planck que l'on ait jamais écrite.

En effet, on peut rappeler que la première formule théorique pour la loi du rayonnement est celle qui fut donnée par Wien²⁴ en 1896, c'est-à-dire(*)

$$u_W(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}}, \quad \left[\text{ou } u_W(X, T) = \frac{8\pi}{h^2 c^3} (kT)^3 \frac{X^3}{e^X} \right] \quad (30)$$

qui reproduisait assez bien les résultats²⁵ dans des conditions de forte dégénérescence ($X = h\nu/kT \gg 1$). Mais évidemment cette loi ne devait pas se montrer bonne dans des conditions classiques (ou de faible dégénérescence, c'est-à-dire pour $X \ll 1$; hautes températures ou basses fréquences) parce que, pour $X \rightarrow 0$ à T fixée, u_W ne satis-

(*) Wien considèrerait la fonction $\tilde{u}_W(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} u_W(\nu(\lambda), T)$ en termes de deux constantes c_1, c_2 (première et deuxième constante du rayonnement) dans la forme $\tilde{u}_W(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-c_2/\lambda T}$. Le facteur c/λ^2 est dû à la relation $\lambda\nu = c$, d'où $d\nu = -c/\lambda^2 d\lambda$.

fait pas le principe de correspondance qui est de tendre vers la loi dite de Rayleigh-Jeans²²

$$u_{R-J}(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad (\text{ou } u_{R-J}(X, T) = \frac{8\pi}{h^2 c^3} (kT)^3 X^2), \quad (31)$$

qui fut étudiée par Rayleigh²² en 1900 et pour laquelle le facteur multiplicatif fut corrigé d'un facteur 8 par Jeans en 1905. En effet cette loi a été étudiée par Rayleigh seulement pour le cas limite $X \ll 1$; néanmoins, en considérant du fait que la loi de Wien "viewed from the theoretical side ... appears to be little more than a conjecture" si bien qu'elle était "supported upon general thermodynamic grounds by Planck"²⁶, Rayleigh proposa²² plutôt (1900) sa loi (29), peu avant que Planck proposa sa loi (25).

En considération de cela, on peut maintenant comprendre ce qu'on disait. En effet, on peut rappeler que dans un des premiers travaux expérimentaux classiques sur la loi du rayonnement, c'est-à-dire le travail de Lummer et Pringsheim²⁸ de 1900, lorsque la loi de Planck n'avait pas encore été introduite, on reportait une isotherme (c'est-à-dire la quantité $u(\nu, T)$ en fonction de ν à température fixée, ou plus précisément la fonction

$$\tilde{u}(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} u(\nu(\lambda), T) \text{ en fonction de } \lambda \text{ à } T \text{ fixée) et la}$$

figure était (page 177) comme la Fig. 4, où on reporte $\tilde{u}$, $\tilde{u}_R$ et $\tilde{u}_W$ en fonction de λ , en ayant chaque fois adapté les deux constantes sur le maximum de la courbe. Comme on voit, les lois de Rayleigh et de Wien ne se distinguent pas des données expérimentales aux petites longueurs d'onde λ , tandis qu'elles s'en écartent de façons opposées pour des grands λ ($X \ll 1$). D'autre part, la loi du type de Boltzmann (28), en étant une moyenne arithmétique* des lois de Wien et de Rayleigh, sera clairement beaucoup plus proche de la loi expérimentale.

* avec $h/2$ et $k/2$ à la place de h et k , si h et k sont les paramètres pour les lois de Rayleigh et de Wien.

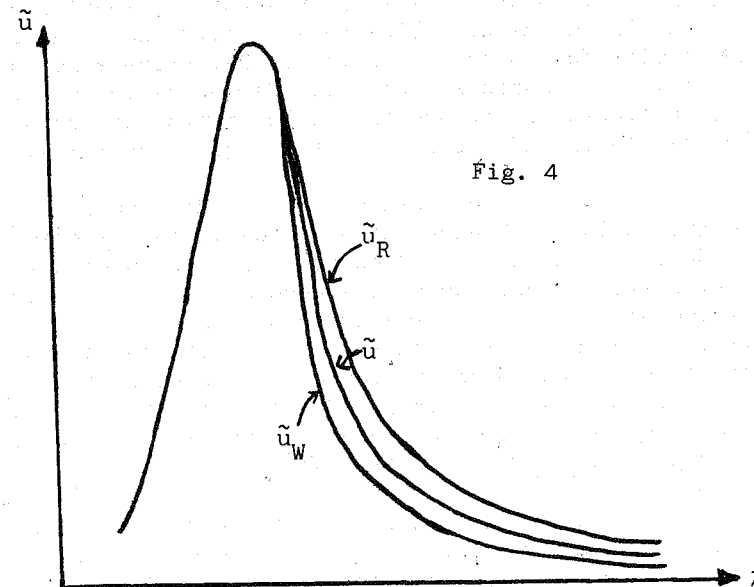


Fig. 4

Et, en effet, la même année, déjà Thiesen (qui avait le premier reconnu que pour la loi du rayonnement il fallait introduire une nouvelle constante avec les dimensions d'une action, comme h) avait pensé à introduire une moyenne des lois de Wien et de Rayleigh, précisément la moyenne géométrique²⁹ $u_T = u_W^{1/2} u_R^{1/2}$, soit (1900) :

$$u_T(\nu, T) = \frac{8\pi h^{1/2} k^{1/2}}{c^3} \frac{\sqrt{\nu T}}{e^{h\nu/kT}}, \quad \left[\text{ou } u_T(X, T) = \frac{8\pi}{h^2 c^3} (kT)^3 \frac{X^{5/2}}{e^X} \right] \quad (32)$$

et cette loi reproduit très bien les données expérimentales de Lummer et Pringsheim, comme on le voit sur leur figure originale. A ce propos, rappelons ici que les lois de Wien et de Rayleigh avaient quelques possibilités très vagues de justification théorique, tandis que d'autres formules considérées par Lummer et Pringsheim et d'autres étaient purement des formules d'interpolation des données

expérimentales. Encore est-il intéressant de rappeler que tandis que la loi de Wien (30) ne satisfait pas à la condition limite de rapprocher la loi de Rayleigh-Jeans pour $X \ll 1$ (limite classique ; principe de correspondance), la loi du type de Boltzmann (28) a les mêmes limites que la loi de Planck (27), soit pour $X \rightarrow 0$ que pour $X \rightarrow \infty$.

Aussi, ayant refusé les lois de Wien et de Rayleigh, la loi de Planck fut proposée la même année²⁷, et la décision en sa faveur contre la loi de Thiesen (à vrai dire avec encore quelques soupçons) fut obtenu par trois isochromates* (c'est-à-dire des courbes $\tilde{u}(\lambda, T)$ avec λ fixé) de Rubens et Kurlbaum³⁰. Or il n'est pas étonnant, après ce qu'on a dit, de trouver qu'avec ces trois isochromates, il serait impossible de choisir entre la loi de Planck et la loi du type de Boltzmann (28), comme on le voit par les "fits" reportés dans le Tableau 1.

Mais quand même la loi de Planck et la loi du type de Boltzmann (28) sont bien différentes. La meilleure manière de les comparer est de reporter, en fonction de $X = h\nu/kT$, la différence relative

$$\delta(X) = \frac{u_B(X, T) - u_p(X, T)}{u_p(X, T)} \quad (33)$$

On voit alors que δ ne dépend pas en effet de T et qu'on a

$$\delta(X) = \left(1 + \frac{1}{X}\right) \frac{e^X - 1}{e^X} \quad (34)$$

il s'agit ici d'une fonction toujours positive, avec un maximum $\approx 0,3$ (écart relatif $\approx 30\%$) correspondant à $X \approx 2,5$ comme on le voit sur la Fig. 5.

* où $\lambda = 24$ ou 36 , $51,2$, $2,85$ microns. Selon Nernst et Wulf (voir plus loin) $\lambda = 51,2$ doit être remplacé par $\lambda = 52$.

TABLEAU 1

$\lambda = 24\mu$ and $\lambda = 31.6\mu$

T	observé	Planck	Boltzmann
85	-15.5	-12.8	-14.4
193	-9.4	-8.8	-10.0
293	0	0	0
523	30.3	27.6	30.2
773	64.3	61.5	64.7
1023	98.3	96.4	98.6
1273	132	132	132
1523	167	167.8	164.9
1773	201.5	203.7	197.5

$\lambda = 51.2 \mu$

T	observé	Planck	Boltzmann
85	-20.6	-22.5	-26.5
193	-11.8	-12.2	-14.1
293	0	0	0
523	31.0	30.2	32.1
773	64.5	63.9	65.6
1023	98.1	97.9	99.1
1273	132	132	132
1523	164.5	166.1	164.6
1773	196.8	200.3	197.2

$\lambda = 8.85 \mu$

T	observé	Planck	Boltzmann
100	-1.6	-1.3	-1.2
200	-1.5	-1.2	-1.1
373	3.4	3.1	3.0
500	13.5	12.5	12.3
800	53.5	50.7	51.2
1100	102	100.1	101.2
1273	132	132	132
1400	154	155.8	154.9
1700	212.5	213.9	209.4

N.B. Les intensités sont définies à une constante multiplicative près et à une constante additive près, afin d'avoir 0 pour $T = 293$ et 132 pour $T = 1273$.

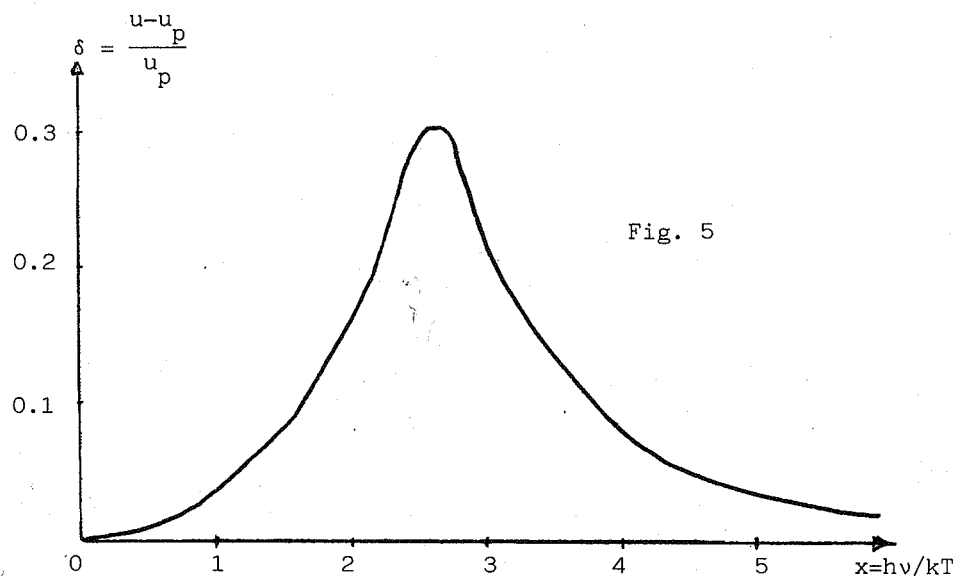


Fig. 5

Une autre quantité intéressante pour la comparaison c'est l'intégrale par rapport à la fréquence, qui donne la quantité totale d'énergie rayonnée ; en accord avec la loi générale de Wien on trouve dans les deux cas une proportionnalité à la quatrième puissance de la température (loi de Stefan-Boltzmann)

$$\int_0^{\infty} u_B dv = \sigma_B T^4, \quad \int_0^{\infty} u_p dv = \sigma_p T^4, \quad (35)$$

avec une différence relative

$$\frac{\sigma_B - \sigma_p}{\sigma_p} = 0,23 \quad (36)$$

ou 23 % (l'intégrale est banale dans le cas de la formule (28) et bien connue dans le cas de Planck).

5. Sur la vérification expérimentale de la loi de Planck

Nous donnerons maintenant un bref aperçu sur la vérification expérimentale de la loi de Planck ; comme

on verra, la situation est un peu plus compliquée qu'on ne l'imagine d'habitude. Comme on sait très bien que la vérification expérimentale d'une loi est une question relative, on pourra par exemple lire les expériences en cherchant de voir comment elles permettent de distinguer entre la loi de Planck et la loi du type de Boltzmann (28). Pour commodité d'exposition, il semble convenable de partager cet aperçu en quatre périodes.

a) Période 1 : de 1896 à 1901. On a déjà rappelé comment les expériences ont montré que la loi de Wien n'était pas correcte pas plus que ne l'était pas la loi de Rayleigh. Les expériences de Rubens et Kurlbaum³⁰ étaient en faveur de la loi de Planck par rapport à celle de Thiesen, mais, comme on le voit dans le Tableau 1, ne permettent pas encore de choisir entre la loi de Planck et la loi du type de Boltzmann³¹.

b) Période 2 : de 1901 à 1911 (conférence Solvay). Le premier point de la situation fut fait à la conférence Solvay¹⁹ de 1911, où deux relations furent données par Warburg³² (relativement à la situation des grandes dégénérescences, $X \gg 1$) et par Rubens³³ (pour les petites dégénérescences $X \ll 1$). Le rapport de Rubens n'ajouta essentiellement aucune information en plus de ce qu'on a déjà dit ici. Par contre des nouvelles informations très intéressantes sont contenues dans le rapport de Warburg. En effet, il remarqua d'abord que les résultats, spécialement pour les isochromates et pour la constante σ , dépendent fortement de l'échelle de température employée. En faisant un bref résumé (page 81), il montrait qu'en peu d'années on avait changé de 48°C la température, autour de 1600°C, (c'est-à-dire avec $\delta T/T \sim 3\%$). D'autre part il dit plus loin (page 83) "Les recherches sont en ce moment troublées par une circonstance imprévue. En désaccord avec Lummer et Pringsheim, nous trouvons une température plus élevée par la loi de Stefan-Boltzmann que par la loi de Wien. Nous nous occupons en ce moment de trouver la cause

de cette différence, mais nous ne sommes pas encore arrivés à des résultats certains".

Il s'agit ici du fait que pour avoir une échelle de température aux hautes températures, on peut utiliser la loi générale de Wien (23) (qui ne dépend pas d'une formule analytique précise pour la loi du rayonnement $u(\nu, T)$ mais devrait être vraie si l'on est à l'équilibre). Si on désigne par I l'intensité totale $I = \int_0^\infty u \, d\nu$ et par $u_{\max}$

la valeur maximale de u à la température T , et par I' , $u'_{\max}$ les quantités correspondantes à la température T' , on déduit de la loi générale de Wien que

$$I'/I = (T'/T)^4, \quad u'_{\max}/u_{\max} = (T'/T)^3 \quad (37)$$

(où $\tilde{u}'_{\max}/\tilde{u}_{\max} = (T'/T)^5$ si on utilise $\tilde{u}(\lambda, T)$). On voit alors qu'on a deux méthodes différentes pour estimer T' si T est connue, et Warburg dit que, dans les expériences faites, les deux méthodes donnent un désaccord systématique ; d'où on déduit que : ou bien la loi générale de Wien n'est pas valable (par exemple, on n'est pas à l'équilibre), ou bien les méthodes utilisées pour déterminer I et $u_{\max}$ ne sont pas assez précises. Ce qui donne une situation très gênante pour une expérimentation. Ces difficultés furent confirmées plus tard et signalées jusqu'à 1929, après quoi on cessa de les mentionner.

c) Période 3 : de 1911 à 1933 (Nernst et Wulf 1919, Rubens et Michel 1921, Müller 1929, Müller 1933).

A part des nouvelles mesures de Warburg et Müller en 1913-1915 du côté allemand et de Coblentz en 1913-1924 du côté américain³⁵, cette période est dominée par la critique systématique des mesures obtenues, faite par Nernst et Wulf³⁶ en 1919, et par la réponse par des nouvelles mesures, donnée par Rubens et Michel³⁷. Un

compte-rendu de tout cela se trouve dans le très long article de Müller³⁸, sous le titre "Die experimentelle Prüfung der Strahlungsgesetze und die Bestimmung der Konstanten", publié en 1929 dans le volume du Handbuch der Experimentalphysik consacré au rayonnement. Une nouvelle détermination de σ fut ensuite donnée par Müller lui-même³⁹ en 1933.

L'article de Nernst et Wulf a un titre très frappant : "Über eine Modifikation der Planckschen Strahlungsformel auf experimenteller Grundlage", c'est-à-dire sur une modification de la formule du rayonnement de Planck sur des bases expérimentales. Avant tout, Nernst fait des considérations théoriques très intéressantes : en effet, très impressionné par la déduction de la loi de Planck donnée par Einstein⁴⁰ en 1917, qui est basée sur le raisonnement bien connu qui entraîne les coefficients A et B de probabilité d'émission spontanée et induite, il s'aperçoit qu'un point central de la déduction consiste à admettre que ces coefficients ne dépendent pas de la température, ce qui n'est exigé ni par la loi générale de Wien ni par le principe de correspondance. Et alors, bien qu'on puisse penser que ces coefficients ne dépendent pas de la température, justement à cause du fait qu'ils sont une propriété "du vide", ils devraient au contraire en dépendre si on voulait admettre que le vide lui-même possède une température.

En partant de cette idée, il commence alors à passer en revue toutes les données expérimentales connues, avec l'acuité critique qu'un expérimentateur comme lui pouvait avoir. Pour commencer, comme il y a trop de paramètres à considérer, il commence à passer en revue les expériences qui permettent de définir la "deuxième constante du rayonnement"

$$c_2 = \frac{hc}{k} \quad (38)$$

(qui entre dans le nombre pur $X = \frac{h\nu}{kT} = \frac{c_2}{\lambda T}$), et la fixe,

à quelques millièmes près, à la valeur $c_2 = 14300^*$. Rappelons qu'il s'agit ici d'un point assez délicat, parce qu'en changeant c_2 de 14320 à 14380 le maximum de la courbe u_p en fonction de v augmente de 7 % !

Il passe alors en revue toutes les isochromates et les isothermes publiées, et, en faisant des interpolations, il vient à affirmer qu'il y a des différences systématiques entre la vraie loi $u(v,T)$ -si elle existe- et la loi de Planck $u_p(v,T)$. Précisément, en considérant l'écart relatif α_p ,

$$\alpha = \frac{u - u_p}{u_p} \quad (39)$$

où u est donnée par le "best fit", il trouve que α est une fonction de x donnée par le tableau suivant (page 305):

Tableau

α 0	0.005	0.015	0.035	0.060	0.072	0.070	0.066	0.061
x 0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
α 0.056	0.050	0.045	0.041	0.004	0.003	0		
x 4.5	5	5.5	6	8	10	20		

Comme on voit, l'écart relatif $\alpha(x)$ est une fonction toujours positive qui a un maximum de 0.072 (écart de 7 %) pour $x = 2.5$. Un fait vraiment curieux est que $\alpha(x)$ est très semblable à la fonction $\delta(x)$ définie par (28),

$$\delta = \frac{u_B - u_p}{u_p}, \text{ comme on le voit sur la fig. 5, la seule dif-}$$

férence étant un facteur de proportionalité, pour passer de 7,2 % à 30 %. Or, le fait vraiment curieux est que dans les discussions, dans la conclusion de son article (paragraphe 11, page 332) Nernst ajoute au point 5 : "Toutes les conclusions données plus haut dépendent

*Rappelons que la valeur acceptée aujourd'hui est 14388, dans les mêmes unités.

essentiellement de l'exactitude de la valeur $c_2 = 14300$; si cette valeur était plus grande (par exemple $c_2 = 14350$), alors les corrections α s'accroîtraient jusqu'à 25 % (et la valeur correspondante de σ serait 5,9)". S'il s'agit là d'une coïncidence fortuite, comme il est fort probable, on devrait au moins admettre à propos de la formule du type de Boltzmann u_B , discutée plus haut, que les mots italiens "Senon è vera, è ben trovata" s'y adaptent bien. D'autre part, Nernst disait aussi page 305 à propos de sa fonction $\alpha(x)$ que "il est en général plus probable que les vraies corrections α soient plus grandes que celles que nous avons données, plutôt que plus petites".

Evidemment on ne peut pas entrer ici dans plus de détails, mais il semble au moins intéressant de citer l'impétueuse critique que Nernst fait (à la page 303) de la façon dont les Etats-Unis commencent à s'introduire dans le sujet, par Coblentz, au National Bureau of Standards. Critique⁴¹ dont la conclusion est la suivante : "Il se trouve alors que, bien que Coblentz semble avoir fait plus de mesures que tous les autres expérimentateurs pris ensemble, dans les remarques qui suivent on ne trouve pas même une seule de ces séries de mesures". Le fait est que Coblentz ne mesure pas directement la quantité en question (dans ce cas λ_m , la valeur de λ où $\tilde{u}(\lambda,T)$ est maximal), mais il la calcule en utilisant la formule de Planck, dont Nernst veut contrôler la validité.

Encore, à propos des résultats de Lummer et Pringsheim²⁸, Nernst remarque pour le premier qu'il est possible de les disposer dans un tableau pour déterminer la fonction inconnue $f(X)$, $X = c_2/\lambda T$, dans la formule générale de Wien (23). Et alors il s'aperçoit que les données s'accordent avec la loi générale de Wien seulement

*c'est-à-dire une valeur plus proche à la valeur moderne 14388.

à 7 % près, en ce sens que deux données différentes correspondant à la même valeur de X ont un écart allant jusqu'à 7 %.

Un article de ce type ne pouvait pas rester sans réponse, et en effet la réponse fut donnée en 1921 par Rubens et Michel ; il est très beau ici de noter comme des questions affectives entrent dans la physique, parce que Rubens est celui-là même auquel Planck avait envoyé sa fameuse carte postale³¹ en 1900, et qui avait décidé en faveur de Planck³⁰ en 1901.

L'article de Rubens et Michel³⁷ consiste en la détermination de huit isochromates⁴², pour des températures de $\sim 150^\circ\text{C}$ à $\sim 1600^\circ\text{C}$ à plusieurs longueurs d'onde λ de 4 à 51,8 microns (précisément : 4 ; 4,99 ; 6,99 ; 8,94 ; 12,04 ; 16,05 ; 22,3 ; 51,8). En prenant encore pour c_2 la valeur 14300 comme Nernst et Wulf, ils comparent alors les données expérimentales avec la loi de Planck et avec la courbe de Nernst et Wulf, et affirment (page 576) que "la loi de Planck est vérifiée à ± 1 % près".

A vrai dire, leur conclusion est évidemment trop forte, parce que, par exemple dans leur Tableau 5 on voit tout de suite qu'il y a des écarts de 3 %. D'autre part, une analyse critique peut être faite en prenant pour c_2 la valeur d'aujourd'hui et on trouve alors sur le Tableau 5 des différences de 4,25 %. Plus intéressant est le Tableau 4 où on trouve des écarts plus petits (2,8% avec la nouvelle valeur de c_2 , et 1,3 % avec 14300) mais ayant la forme systématique de Nernst et Wulf. Encore, on notera que les mesures de Rubens et Michel "sont basées sur la nouvelle échelle de température de l'année 1915" qui est bien la première qui commença à être adaptée aux mesures du rayonnement^{*}. Précisément, comme on lit dans

* On peut voir à ce propos la discussion entre Wien et Rubens reportée à la fin de l'article de Rubens et Michel.

la description de l'échelle de 1915 publiée par Warburg,⁴³ "les points fixes au dessus de 1100° sont déterminés radiométriquement et diffèrent des valeurs qui seraient obtenues par le thermomètre à gaz. De cette façon la valeur 1557° donnée au point de fusion du palladium ... est de 8° plus grande que le nombre que Day et Sosman ont trouvé par le thermomètre à gaz" ($\delta T/T = 0,6$ %). A vrai dire, la loi du rayonnement utilisée ici est la loi de Wien, u_W , avec $c_2 = 14300$ pour $\lambda = 0,6563$ microns et pas encore la loi de Planck, u_P , qui sera utilisée seulement après 1948 ; mais en tout cas il est bien sûr que pour vérifier une loi du rayonnement avec une isochromate (intensité en fonction de la température) il serait plus correct en principe d'utiliser une échelle de température tout à fait indépendante de chaque hypothèse sur le rayonnement même, par exemple en se limitant à des valeurs plus petites de la température où on peut faire confiance à l'échelle donnée par le thermomètre à gaz. Enfin, on devrait aussi discuter un autre point très délicat, à savoir le fait que les réponses des instruments n'étaient pas linéaires par rapport aux intensités du rayonnement (page 370 de Rubens et Michel³⁷, et aussi page 471 du travail de Müller³⁹ de 1925).

En tout cas, un des auteurs démontra lui-même, sans le savoir, que ces isochromates ne sont pas si sûres qu'ils ne le croyaient. En effet en 1922 Michel⁴⁴ lui-même pensa à utiliser ces données pour déterminer la constante c_2 par "fits" avec la loi de Planck, en prenant c_2 comme paramètre. On a dit que Rubens et Michel avaient pris pour c_2 la valeur 14300 tandis que la valeur 14388 est acceptée aujourd'hui (ce qui correspond à une variation supérieure à 7 % pour le maximum des courbes isothermes) ; donc on s'attendrait à ce que le "best fit" de Michel sur les isochromatiques de 1921 donnerait une valeur plus grande que 14300, afin qu'il se déplace au moins dans la bonne direction. Au contraire, la valeur que Michel trouva est

14251, ou peut être 14270 (pages 291-292).

Néanmoins, le travail de Rubens et Michel fut unanimement considéré comme celui qui avait mis un point final à ce problème, et la communauté scientifique accepta la loi de Planck comme décidément en accord avec l'expérience. En témoigne le compte rendu fait par Müller³⁹ en 1929 pour le Handbuch der Physik, où toute l'histoire est racontée et toutes les isochromatiques de Rubens et Michel sont reportées. Néanmoins, la difficulté de l'écart systématique entre les températures déterminées par la loi de Stefan-Boltzmann et par la loi de Wien est encore citée (page 468) ; précisément, si on admet qu'il n'y a pas de différences de températures, on obtient deux estimations différentes de la constante c_2 par les deux méthodes et les valeurs obtenues sont par exemple,

Wien	14261	14282	14283	14275
Stefan-Boltzmann	14210	14236	14237	14228

qui donnent des différences systématiques tout à fait non négligeables. Un autre témoignage de cette confiance définitive en la loi de Planck est donné aussi par l'article de Henning⁴⁵ en 1922 pour les Ergebnisse der exacten Naturwissenschaften.

Seulement Nernst devait avoir encore quelques doutes, puisqu'il pria Müller de faire une nouvelle détermination de la constante de Stefan-Boltzmann σ . En effet, les valeurs de σ non plus n'étaient pas assez cohérentes, comme on le voit du Tableau suivant, pris de Nernst et Wulf³⁶ (page 327) -valeur calculée aujourd'hui 5,67-

Kurlbaum	Bauer	Valentiner	Ferg	Shakespear	Gerlach	Puccianti
an 1898	1909	1910	1912	1912	1912	1912
σ 5,45	5,7	5,68	6,2	5,67	5,85	6,05
			(6,5)			(6,30)
Westphal	Keene					
an 1913	1913					
σ 5,57	5,89					

La détermination de Müller³⁹ en 1933, à la température de fusion de l'or, donna $\sigma = 5,774 \pm 0,03$ qui était contre la courbe de Nernst et Wulf (si on accepte la valeur de la température de l'or utilisée par Müller).

d) Période 4 : de 1933 à 1941

Comme les expériences sur le rayonnement étaient considérées comme trop peu précises, la Conférence internationale des poids et mesures décida⁴⁶ en 1948 de définir la température au dessus du point de l'or (1063°C) par la loi de Planck à une certaine longueur d'onde, en prenant pour c_2 la valeur 14380, qui était calculée théoriquement à partir des valeurs pour h , K , c déterminées par d'autres expériences, tandis que la valeur de 1927 était 14320. Cette petite différence sur c_2 conduit déjà, par exemple, à une différence de 25°C pour la température à 3500°K, comme on le voit sur l'article de revue de Rutgers⁴⁶ sur le Handbuch der Physik (fig.4). Mais cette différence sur c_2 n'était pas sans conséquence. Dans un article de Rutgers⁴⁷ de 1949 où on donne l'intensité absolue à trois longueurs d'onde (entre 0,54 et 0,59 microns), on voit que les données interpolent bien 14320 et non 14390 (pour cette dernière valeur ils s'interpolent mieux avec la loi du type de Boltzmann !). Dans un article du même auteur⁴⁷ de 1951 on dit au contraire que la bonne valeur est 14360 tandis que Van Dusen et Dahl obtiennent⁴⁸ 14380. Plusieurs difficultés furent aussi soulevées par Hoffmann⁴⁹ en 1950, qui montra qu'en utilisant l'échelle de température de Day et Sosman la bonne valeur pour c_2 serait 14440 (mais sur les mêmes données on trouve $c_2 \approx 14380$ pour la loi du type de Boltzmann). Une brève note de Groot⁵⁰ de 1950 est aussi intéressante.

Deux travaux sur des isochromates furent publiés par Hall⁵¹ en 1965 (entre 175°C et 1063°C) et par Hensinkveld⁵² en 1966 (entre 630°C et 1063°C) ; mais on ne trouve pas ici directement les intensités en fonction de la température, parce que les données expérimentales

sont élaborées en quelque sorte pour contrôler la valeur de l'échelle radiométrique des températures et ça serait très compliqué que de réobtenir les informations nécessaires pour faire un ajustage par exemple avec une loi différente de celle de Planck. Selon les auteurs, les différences avec l'échelle du thermomètre à gaz ne sont pas trop grandes. En tout cas on trouve dans un autre article de Hall⁵³ en 1966 une très intéressante discussion d'un écart systématique qui avait été observé par Hensinkveld⁵² : he "draws attention to an unexplained systematic error in his measurements. He used three wavelengths, 960,0, 1000,2 and 1030,5 μm and found that the values for the gold point tend to decrease with increasing wavelength. This effect appears likewise, to a less extent, at the silver point and at 660°C... The source of this systematic effect could not be detected... To account for the effect, any error which remained constant for all the wavelengths, such as an error in the value of c_2 or in the wavelength measurement, would have to be so large as to be unconceivable". L'auteur conclut alors qu'il fallait d'autres expériences sur l'échelle radiométrique au dessous du point de l'or, ce qu'il allait faire avec Bonhoure au Bureau International des poids et mesures. Pour cela, Hall prépara un nouveau corps noir⁵⁴. Un article fut ensuite publié par Bonhoure⁵⁵ en 1975, où on trouve écrit : "J.A. Hall -décédé le 4 Janvier 1968- fut à l'origine de cette étude pour laquelle il avait déjà réalisé les fours-corps noirs" ; mais on ne trouve aucune mention de la différence tant discutée par Hall et on ne cite même pas l'article de Hall⁵³ consacré à cette discussion (et aussi en ce qui concerne le travail de Hensinkveld, seule la thèse est citée, et pas l'article sur Metrologia).

Le problème fut au contraire considéré, au moins indirectement, par Blévin⁵⁶, qui attira l'attention sur le problème que pour les expériences dans l'air il faut tenir compte de l'indice de réfraction de l'air ; mais dans un article postérieur de Quinn⁵⁷, où on discute

directement le problème en tenant compte de la remarque de Blevin, on trouve écrit : "The disparity in Hensinkveld's results at the gold point obtained from measurements at 0,96 μm and 1,03 μm , amounting to 0,4°C, is not changed by the refractive index corrections since the refractive index of air does not change, between these two wavelengths, to any significant extent".

En considération de cela, la situation semblerait n'être pas trop bonne. Néanmoins, des meilleures conclusions peuvent être tirées en comparant les résultats de Bonhoure⁵⁸, de Quinn, Chandler et Chattle⁵⁹, et de Coslovi, Rosso et Ruffino⁶⁰. Ces derniers auteurs, en travaillant à la longueur d'onde effective de 0,9980 microns, trouvent, pour le rapport des flux aux températures des points de fusion de l'or et de l'argent, le nombre 2.4426, ce qui correspond à un intervalle de température de 0,17°K plus court que celui donné par l'échelle de 1968 (ITS-68), tandis que le même intervalle serait de 0,15°K plus court pour Bonhoure et 0,13°K plus court pour Quinn et al. Et alors les auteurs concluent : "Three laboratories have measured the temperature interval between the silver and the gold freezing points through radiation pyrometry with different procedures, wavelengths and measurements. The maximum deviation of their results from the average is 0,02°K, well within the measuring error". Sur ce sujet on peut voir encore l'article de Ricolfi et Lanza⁶¹ de 1977 (pour la détermination de la température de l'or) et les articles de Crovini et Actis et de Crovini⁶² (sur la détermination de la température par le thermomètre à bruit).

A propos de l'échelle radiométrique on ne peut pas se passer de citer les difficultés relatives à l'affaire Ginnings et Reilly, du National Bureau of Standards. Comme les déterminations de température par les isochromates dépendent fortement de la valeur (a priori inconnue) de c_2 , ces auteurs prirent en considération la possibilité

d'utiliser la loi de Stefan-Boltzmann $I = \sigma T^4$, d'où $T'/T = (I'/I)^{1/4}$, qui permet de déterminer la température T' à partir d'une température connue T sans même utiliser la valeur d'aucune constante fondamentale. Dans ce but ils mirent au point un appareil pour mesurer le rayonnement total⁶³. Après une description longue et détaillée ils disent : "Measurements at 0 and 100°C are now being made using the radiator described in the text. A careful investigation of all known potential sources of experimental error is in program. To test for errors due to diffraction, measurements will be made using a different size upper aperture. When we are satisfied that the present measurements yield the thermodynamic temperature of the steam point to $\pm 0,01$ K, a radiator will be constructed for similar measurements at the gold point". Après quelque temps, un des auteurs mourut dans un accident, et l'autre fut attaché à un autre travail au National Bureau of Standards. Mais, en effet comme le disent Quinn et Martin, dans l'article cité plus loin, bien que ces auteurs "had demonstrated the feasibility of making measurements, with a sensitivity, of a few parts in 10^5 , of the ratio of the total energies emitted by blackbodies at the steam and ice points..., unfortunately their work was already well advanced before the work of Blevin and Brown (voir plus loin) had highlighted the problems of diffraction and it was subsequently found impracticable to modify their design".

Mais des confirmations à la loi de Planck, enfin, vinrent, au moins en ce qui concerne le rayonnement total, par la détermination de la constante σ de Stefan-Boltzmann. Après la valeur 5.77 trouvée par Eppley and Karoli⁶⁴ en 1957 et les valeurs 5.73 et 5.77 obtenues en 1965 respectivement; et non publiées, par Faure⁶⁵ (Thèse, Université de Marseille) et par Gillham⁶⁶ (cité dans Stair et al. en 1967), en 1970 Kendall et Berdahl⁶⁷ publièrent un travail en affirmant trouver la valeur de σ à 0,3 % près. Une critique assez sévère de ce travail fut

faite l'année suivante par Blevin et Brown⁶⁸ (1971). Encore, ces auteurs remarquèrent que la plupart des expériences précédentes étaient gênées par des sérieux problèmes de diffraction qui pouvaient aussi être de l'ordre de grandeur de 4 % ou 7 % (page 19, sous la formule (10)). En tenant compte de cet effet, avec un certain ajustement ils obtinrent pour σ la valeur $5,6644 \pm 0,0075$ tandis que la valeur théorique est $5,6696 \pm 0,0025$ (ils travaillaient à la température de l'or $T_{Au} = 1337,58 \pm 0,20$ K). Enfin, dans un preprint non encore publié, Quinn et Martin⁶⁹ obtiennent la valeur de σ à 3 sur 10^4 près, en travaillant à la température du point fixe de l'eau, c'est-à-dire "by definition, 273°, 16 K exactly" ; ainsi, ils éliminaient une sérieuse cause d'incertitude présente dans le travail de Blevin et Brown, c'est-à-dire la température de l'or. En effet, il s'agit ici d'une mesure extrêmement délicate, parce qu'ils ajoutent (page 5) : "Although in this way we eliminated many of the problems related to the temperature of the source, it was at the expense of generating others. These were related mainly to diffraction, scattering..." On doit comprendre qu'il s'agit ici d'une radiation qui sort d'une ouverture L et entre dans une autre ouverture U et que (page 7) "problems of scattering arise in the space between the two apertures. The requirement here is that all of the radiation emitted by L , with the exception of that within the geometrical beam passing through U , must be absorbed. Since only 1,6% of the radiation emitted by L passes directly to U , the design of the radiation trap between L and U (qui doit capturer 98,4 % du rayonnement !) poses no mean problem and is crucial to the success of the experiment". Une autre détermination radiométrique de σ est en train d'être faite par Ono⁷⁰ à la température du zinc (≈ 693 K).

Pour terminer, il est intéressant de mentionner qu'une nouvelle technique pour la détermination de la constante de Stefan-Boltzmann σ est en train d'être mise au point par Giulietti et Lucchesi⁷¹ en utilisant un appareil qui avait été utilisé par les mêmes auteurs en

collaboration avec Gozzini et Stampacchia⁷² pour mesurer l'émissivité des métaux aux basses températures. De même, une technique très intéressante et de conception nouvelle pour "tester" les courbes isothermes a été mise au point par Dusek, Kearney et Baldini⁷³, mais malheureusement jusqu'à maintenant elle a été utilisée seulement pour l'émission de radiation par un matériel de tungstène, et pas encore pour un corps noir ; dans ces conditions on doit alors faire référence à d'autres mesures de l'émissivité du tungstène sur lesquelles il n'y a pas concordance entre différents expérimentateurs. Le fait même qu'une technique si belle ait été publiée sur un journal "de deuxième catégorie" et qu'elle n'ait pas encore été appliquée à un corps noir est un très fort témoignage de la presque complète indifférence de la communauté scientifique sur ce sujet.

Les seuls résultats publiés sur des isothermes ou des isochromates pour le corps noir sont des brèves communications sur des expériences de laboratoire pour des étudiants, pour lesquelles on pense être autorisé à donner des valeurs qui ont au moins le bon ordre de grandeur. Ce fait est assez paradoxal, si on considère d'autre part que des mesures très subtiles ont été récemment faites sur le rayonnement de fond de l'univers⁷⁵, et que les instruments de détection du rayonnement sont en ces cas calibrés en admettant la loi de Planck. Précisément, si en travaillant sur un corps noir à $T = 20^\circ\text{K}$, on voit une réponse $v(v, T)$ sur l'instrument, alors on définit la réponse $R(v)$ de l'instrument en posant $v(v, T) = R(v)u_p(v, T)$, où $u_p(v, T)$ est la formule de Planck ; alors, si $v'(v)$ est la réponse sur le rayonnement de fond, on admet que la correspondante intensité absolue $u'(v)$ soit définie par $u'(v) = v'(v)/R(v)$. On peut alors espérer que ces récentes recherches en astrophysique stimulent des nouvelles recherches sur la loi du corps noir en laboratoire, afin que l'on puisse être sûr des calibrations faites en utilisant la loi de Planck ; à ce propos, des différences comme celles remarquées par

Hensinkveld ne devraient pas être tolérables.

Pour des "reviews" récentes, on peut aussi voir deux articles de Quinn⁷⁶, des articles de Hall⁷⁷ and Stimson⁷⁸ sur l'évolution des échelles de températures, et aussi plusieurs articles dans les volumes "Temperature" ⁷⁹. L'attention sur le fait que les mesures dans le champ du corps noir devraient être plus précises aujourd'hui a aussi été attirée par Schlitt⁸⁰ et Gebbie et al.⁸¹ C'est un fait que, malgré le fait que les constantes universelles h et k ont été pour la première fois déterminées par Planck en 1901 en utilisant les expériences sur le rayonnement, d'autre part après 1939 "the relatively inaccurate radiation measurements" ne sont plus même considérés parmi les données à mettre comme "input" pour la détermination des constantes atomiques⁸².

6. Conclusion

Dans le présent article on a illustré comment, en suivant les idées de Boltzmann, qui semblent avoir un certain fondement dans la dynamique classique moderne des systèmes d'oscillateurs couplés, on peut concevoir que l'on ait à faire avec des situations typiquement de non équilibre caractérisées par des temps de relaxation croissants avec la fréquence v des oscillateurs. En accord avec une conception de Nernst, basée sur une pure intuition thermodynamique, ces temps de relaxation seraient liés à l'existence de seuils de stochasticité $\epsilon(v)$ caractéristiques pour chaque fréquence v , selon la description illustrée par la figure 1. Précisément, en considérant un oscillateur de fréquence v , avec une grande probabilité son mouvement serait une rotation avec des petites fluctuations d'énergie, si son énergie E est plus petite que $\epsilon(v)$, tandis que avec une grande probabilité son mouvement donnerait des grandes fluctuations d'énergie sans ressembler à une rotation si l'énergie E est plus grande que $\epsilon(v)$.

A partir de cette description dynamique, il paraît alors très naturel de considérer que, pour ce qui concerne la mécanique statistique d'un très grand nombre N d'oscillateurs de fréquence ν , on puisse se comporter, pour des temps pas trop longs, comme si les oscillateurs au dessous du seuil étaient congelés (selon une ancienne terminologie, qui est ici très appropriée) et ne contribueraient pas à l'énergie interne thermodynamique. Avec des considérations de ce type on a alors montré en deux lignes comment on retrouve la loi de Planck (avec $\epsilon(\nu)$ au lieu de $h\nu$ en général, et $\epsilon(\nu) = h\nu$ pour le champ électromagnétique, en conséquence de la loi générale de Wien) si les oscillateurs sont distribués selon la loi de Maxwell Boltzmann. On retrouve de cette façon un résultat déjà connu de Nernst et de Planck, mais peut-être maintenant d'une façon un peu plus compréhensible.

Il est alors clair que la loi de Planck retrouvée par ces considérations devrait correspondre à des situations de non équilibre et de métastabilité et il serait donc très important d'avoir des estimations de l'ordre de grandeur des temps de relaxations qui devraient intervenir dans des situations typiques. En tout cas, on a aussi montré que la vérification expérimentale de la loi de Planck n'est pas aussi nette qu'on le pense souvent : il paraît en effet qu'il n'y a pas de vérifications directes par isochromates ou isothermes plus précises que $\pm 4\%$, et on a aussi mentionné plusieurs cas où de fameux expérimentateurs parlaient de certaines différences avec les résultats qu'on attendrait à l'équilibre. On peut alors espérer que des nouvelles recherches thermiques et expérimentales puissent apporter de la lumière à ce propos.

Pour ce qui concerne une infinité d'autres problèmes qui se posent très naturellement si on prend au sérieux le point de vue envisagé ici (signification de la constante de Planck, qui apparaît ici en relation

seulement avec des propriétés physiques caractérisant l'interaction entre les oscillateurs du champ électromagnétique ; énergie de point-zéro dépendante de la température et différente de $\frac{1}{2} h\nu$; ...), qu'il soit permis de ne pas parler ici.

REFERENCES

- ¹ H. Poincaré, Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste, Vol. 1, Chap. 5 (Paris, 1892)
- ² E. Fermi, Nuovo Cim. 26, 105 (1923).
- ³ G. Benettin, G. Ferrari, L. Galgani et A. Giorgilli, Nuovo Cim. B, 72, 137 (1982)
- ⁴ A.N. Kolmogorov, Dokl. Akad. Nauk 98 n4, 527 (1954) ; V.I. Arnol'd, Russ. Math. Surveys 18 n5, 9 (1963) ; 18 n6, 85 (1963) ; J.K. Moser, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math. phys. vol. 1 (1962). Pour une brève démonstration on peut aussi voir L. Galgani, A. Giorgilli et G. Benettin, Lezioni alla scuola di Fisica-Matematica (Ravello, 1981), manoscritto.
- ⁵ E. Fermi, J. Pasta et S. Ulam, Los Alamos Report (1954), in E. Fermi, Collected Works (Roma, 1965), p. 978
- ⁶ G. Contopoulos, Astron. J. 68, 1 (1963)
- ⁷ M. Hénon et C. Heiles, Astron. J. 69, 73 (1964)
- ⁸ E. Lorenz, J. Atmospheric Sciences 20, 130 (1963)
- ⁹ C. Froeschlé, Astron. and Astrophys. 16, 172 (1972) ; C. Froeschlé et J.P. Scheidecker, Astrophysics and Space Science 37, 87 (1975) ; J.L. Tenyson, M.A. Lieberman et A.J. Lichtenberg : dans Nonlinear dynamics and the beam-beam interaction, M. Month ed. (New York, 1980)
- ¹⁰ L. Galgani et G. LoVecchio, Nuovo Cim. B52, 1 (1979) ; B. Callegari et al., Nuovo Cim. B54, 463 (1979) ; P. Butera et al., Nuovo Cim. B59, 81 (1980) ; G. Benettin,

- G. Lo Vecchio et A. Tenenbaum, Phys.Rev.A22, 1709 (1980);
G. Benettin et L. Galgani, J.Stat.Phys.27, 153 (1982) ;
voir aussi L. Galgani et A. Scotti, Rivista del Nuovo
Cimento 2, 189 (1972), L. Galgani et A. Scotti, Phys;Rev.
Lett.28, 1173 (1972)
- ¹¹ L. Boltzmann, Nature 51, 413 (1895) ; voir aussi Vorlesun-
gen über Gastheorie (Leipzig, 1896-1898) , trad.angl.
Berkeley, 1964, spécialement par II sect 45
- ¹² W. Nernst, Verh.Dtsch, Phys.Ges.18, 83 (1916), spéciale-
ment pages 87 et 91
- ¹³ M. Planck, Ann.Phys.37, 642 (1912)
- ¹⁴ L. Galgani, Nuovo Cim.B62, 306 (1981) ; voir aussi
C. Cercignani, L. Galgani et A. Scotto , Phys.Lett.A38,
403 (1972)
- ¹⁵ M. Planck, Acta Math.38, 387 (1921)
- ¹⁶ L. Galgani, Lett.Nuovo Cim.31, 65 (1981) ; L. Galgani dans
V.Szebehely, Applications of modern dynamics to celestial
mechanics and astrodynamics, Reidel (1982)
- ¹⁷ L. Galgani et G. Benettin, Lett.Nuovo Cim.35, 93 (1982)
- ¹⁸ B. Carazza, comm.privée
- ¹⁹ P. Langevin et M. de Broglie, La théorie du rayonnement
et les quanta, rapports et discussions de la réunion tenue
à Bruxelles du 30 Octobre au 3 Novembre 1911 sous les
auspices de M.E. Solvay (Paris, 1912)
- ²⁰ W. Wien et C. Müller, Wärmestrahlung , in Handbuch der
experimentelle Physik, Band 9 , 1 Teil (Leipzig 1929)
- ²¹ M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrah-
lung (Leipzig 1923)
- ²² J.W. Rayleigh, Phil.Mag.49, 539 (1900) ; J.H. Jeans, Phil.
Mag.10, 91 (1905) ; voir aussi réf. 20, pages 366-368
- ²³ W. Wien, Berl.Ber. 55 (1893) ; réf. 20, pages 361-365
- ²⁴ W. Wien, Wiedem.Ann. 58, 662 (1896)

- ²⁵ F. Paschen, Sitzungsber,Akad.Wiss. Berlin, 405 (1899);959(1899)
H. Wanner, Ann.Phys.2, 141 (1900), F. Paschen et H.
Wanner, Sitzungsber.Akad.Wiss.Berlin, 5 (1899)
- ²⁶ M. Planck, Wied.Ann.1, 74 (1900) ; Ann.Phys.1, 69 (1900);
Ann.Phys.1,719 (1900)
- ²⁷ M. Planck, Verh.Dtsch.Phys.Ges.2,202 et.237 (1900) ;
Ann.Phys.4, 553 (1901)
- ²⁸ O. Lummer et E. Pringsheim, Verh.Dtsch.Phys.Ges.2, 163
(1900)
- ²⁹ M. Thiesen, Verh.Dtsch.Phys.Ges.2, 37 (1900)
- ³⁰ H. Rubens et F. Kurlbaum, Ann.Phys.4, 649 (1901)
- ³¹ Pour cette période voir aussi H. Kangro, Early history
of Planck's radiation law (London 1976)
- ³² Ref. 19, page 78
- ³³ Ref. 19, page 87
- ³⁴ E. Warburg, G. Leithäuser, E. Hupka et C. Müller, Ann.
Phys.40, 609 (1913) ; E. Warburg et C. Müller, Ann.
Phys.48, 410 (1915)
- ³⁵ W.W. Coblentz, B.S. Bull, 10, 1 (1913) ; 13, 459 (1916);
15, 529 (1920) ; J.Opt.Soc.Am .5, 131 (1921) ; 8, 11
(1924) ; in Dictionary of Appl.Phys.Vol.4, p.541 (McMillan
1923)
- ³⁶ W. Nernst et Th. Wulf, Verh.Dtsch.Phys.Ges 11, 294 (1919)
- ³⁷ H. Rubens et G. Michel, Phys.Zeitschr.22, 569 (1921)
- ³⁸ C. Müller, Réf.20, pages 423-475
- ³⁹ C. Müller, Z, Phys.82, 1 (1933)
- ⁴⁰ A. Einstein, Phys.Zeitschr.18, 121 (1917)
- ⁴¹ "...allein die Begründung der Genauigkeit der Messungen
beruht darauf, das in allen Tabellen Werte mit einem
erheblich höheren Werte ohne verständliche Motivierung

mit einem ? Versehen und unterdrückt werden ; das ferner Zweigrossen Tabellen, die 2969 und 2947 ergeben..., von Mittelwert ausgeschlossen werden. Coblenz hat λ nicht direkt bestimmt, sondern aus Energiekurven berechnet, deren Verlauf aber nicht angegeben ist ; so kommt es, das in den nachfolgenden Berechnungen, obwohl Coblenz mehr Messungen gemacht zu haben scheint, als alle übrigen Beobachter zusammengekommen, auch nicht eine einzige seiner Messungsreihen hier Verwendung finden konnte", Ref. 36, page 303

⁴² Reportées aussi par Müller, ref. 20, pages 472-473

⁴³ E. Warburg, Ann.Phys.48, 1034 (1915)

⁴⁴ G. Michel, Z. Phys.9, 285 (1922)

⁴⁵ F. Henning, Wärmestrahlung, in Ergebn.der Exacten Naturwiss. 1 (1922) page 163

⁴⁶ Voir par exemple G.A.W. Rutgers, Handbuch der Physik, Bd XXVI, 129 (Berlin, 1958)

⁴⁷ G.A.W. Rutgers, Physica 15, 985 (1949) ; 17, 137 (1951)

⁴⁸ M.S. Van Dusen et A.I. Dahl, J.Res.N.B.S. 39, 291 (1947)

⁴⁹ F. Hoffmann, Z. Angew. Phys.2, 88 (1950)

⁵⁰ W. de Groot, Physica 16, 419 (1950)

⁵¹ J.A. Hall, Metrologia 1, 140 (1965)

⁵² W.A. Heusinkveld, Metrologia 2, 61 (1966) ; voir aussi, thèse, Utrecht (1964)

⁵³ J.A. Hall, Metrologia 2, 166 (1966). Au tableau 1 on trouve que, si $T(\lambda)$ est la température de l'or mesurée par Heusinkveld à la longueur d'onde λ et T_{Au} la température (conventionnelle, dans l'échelle 1968, de l'or, $T_{Au} = (1063+273.15)^{\circ}K$), et l'on dénote $\Delta T(\lambda) = T(\lambda) - T_{Au}$, alors on a $\Delta T = 1.72, 1.52, 1.22$ respectivement pour $\lambda = 960, 1000.2$ et 1030.5 nm

⁵⁴ J.A. Hall, J. Sci.Instr.44, 257 (1965)

⁵⁵ J. Bonhoure, Metrologia 11, 141 (1975)

⁵⁶ W.R. Blevin, Metrologia 8, 146 (1972)

⁵⁷ T.J. Quinn, Metrologia 10, 115 (1974)

⁵⁸ J. Bonhoure, CCT/74-12 (Comité Consultatif pour la Thermométrie)(Sess.10,1974)

⁵⁹ T.J. Quinn, T.R. Chandler et M.V. Chattle, Metrologia 9, 44 (1973) ; la longueur d'onde était 0,662 microns

⁶⁰ L. Coslovi, A. Rosso et G. Ruffino, Metrologia 11, 85 (1975)

⁶¹ T. Ricolfi et F. Lanza, High temp.-High pressures 9, 483 (1977)

⁶² L. Crovini et A. Actis, Metrologia 14, 69 (1978) ; L. Crovini, High temp.-High pressures 12, 253 (1980)

⁶³ D.C. Ginnings et M.L. Reilly, Temperature, Its Measurement and Control in Science and Industry, Vol. 4, Part I, 339-348, Instrument Society of America (1972)

⁶⁴ M. Eppley et A.R. Karoli, J.Opt.Soc.Am. 47, 748 (1957)

⁶⁵ E. Faure, Thèse, Faculté de Sciences de Marseille (1967)

⁶⁶ R. Stair, W.E. Schneider et W.B.Fussel, Appl.Opt.6, 101 (1967)

⁶⁷ J.M. Kendal et C.M. Berdahl, Appl.Opt.9, 1082 (1970)

⁶⁸ W.R. Blevin et W.J. Brown, Metrologia 7, 15 (1971) ; W.R. Blevin, Metrologia 6, 39 (1970)

⁶⁹ T.J. Quinn et J.M. Martin, Proc.II Int.Conf. Precision Measurements and Fund. Constants, NBS (1982)

⁷⁰ Ono, in Conference in Precision Measurements and Fundamental Constants, N.B.S. (june 1981)

⁷¹ D. Giulietti, M. Lucchesi et L. Galgani, Nuovo Cim. B (1983)

⁷² D. Giulietti, A. Gozzini, M. Lucchesi et R. Stampacchia,

- J.Phys.D:Appl.Phys.12, 2027 (1979) ; D. Giulietti et M. Lucchesi, J.Phys.D:Appl.Phys.14, 877 (1981)
- ⁷³J. Dusek, R.J. Kearney et G. Baldini, Am.J.Phys.48, 232 (1980)
- ⁷⁴C.N.Manikopoulos et J.F. Aquirre, Am .J.Phys.45, 576 (1977)
- ⁷⁵D.P. Woody et P.L. Richards, Phys.Rev.Lett. 42, 925 (1979) ; Near-millimeter spectrum of the microwave background, submitted to Astrophys.J.
- ⁷⁶T.J. Quinn, Rep.Progr.Phys.38, 151 (1975) ; Proc.Int.School Enrico Fermi Vol.68, 464 (1980)
- ⁷⁷J.A. Hall, in Temperature, its measurement and control in Scie.and Ind. 2, 115 (1955) ; Metrologia 3, 25 (1967)
- ⁷⁸H.F. Stimson, in Temperature, its measurement and control in Scie.and Ind. 3, 59 (1962)
- ⁷⁹Temperature, its Measurement and Control in Scie.and Ind.
- ⁸⁰D.W. Schlitt, Questions about the experimental status of blackbody radiation (preprint) ; Trans.Nebraska Acad. Sci. 11, 225 (1973)
- ⁸¹H.A. Gebbie, R.A. Bohlander et R.P. Futrelle, Nature 240, 391 (1972)
- ⁸²F.G. Dunnington, Rev.Mod.Phys. 11, 65 (1939) ; E.R. Cohen et J.W. DuMond, Rev.Mod.Phys. 37, 537 (1965).