

Annales de la Fondation Louis de Broglie,  
Vol. 9, n° 2, 1984

VIOLATION DES INÉGALITÉS DE BELL PAR LES THÉORIES  
DÉTERMINISTES À VARIABLES CACHÉES

par C. CORMIER-DELANOUE  
3 Place du Palais-Bourbon  
75007 Paris

(manuscrit reçu le 26 Avril 1983)

*Résumé : Dans les expériences de type EPR, effectuées sur des paires de photons corrélés, une théorie rigoureusement causale déduite de faits empiriques simples, viole les inégalités de Bell tout comme la mécanique quantique. La localité se trouve ainsi réhabilitée, et on montre en outre que c'est la nature même des radiations qui est cause de la violation des inégalités.*

Dans leur célèbre article, Einstein, Podolsky, et Rosen (EPR) [1] pour démontrer le caractère incomplet de la mécanique quantique (MQ), ont fait appel à titre d'illustration de leur argumentation, à une expérience en pensée.

La discussion théorique repose sur deux importantes présuppositions :

Réalité - Il existe une Nature physique objective, indépendante des observateurs, de leur présence ou de leur absence.

Localité - Si deux systèmes sont séparés par un intervalle du genre espace, rien de ce qu'il advient à l'un ne peut avoir une influence simultanée sur l'autre

système.

Ces notions a priori très naturelles, sont cependant démenties par une interprétation de la MQ qui ressort notamment de la réponse de Bohr [2] à l'article de EPR. Dans les vues de l'école de Copenhague, on en vient à nier l'existence d'une Nature réelle bien définie en l'absence de mesures. Qui plus est, deux systèmes ayant interagi dans le passé, ne peuvent plus être considérés comme complètement séparés dans leurs propriétés, même si ultérieurement ils se trouvent très éloignés l'un de l'autre, ce qui va à l'encontre du principe de localité, et s'oppose même au postulat fondamental de la relativité sur la vitesse limite de transmission d'un signal. Dès lors, l'argument originel de EPR devient un paradoxe.

Dans la MQ orthodoxe, l'indétermination est liée fondamentalement à l'absence de causalité dans l'ensemble des phénomènes microphysiques, l'inexistence de variables cachées susceptibles de lever l'incertitude ayant même été démontrée mathématiquement par von Neumann [3]. Bien que cette preuve ait été réfutée, les variables cachées sont toujours absentes du formalisme orthodoxe de la MQ.

C'est dans ce contexte que furent logiquement établies les inégalités de Bell [4] à partir d'une condition très générale de localité, et d'une partielle compatibilité avec la MQ.

Or dans certaines dispositions pratiquement réalisables, auxquelles ces inégalités sont adaptables, la MQ prédit leur violation. La plupart des expériences réelles effectuées à ce jour [5] ont confirmé la justesse des prévisions de la MQ, ce qui a aussitôt été considéré comme une preuve très générale contre les théories à variables cachées, qui seules permettent de revenir à la causalité locale.

Les implications conceptuelles extrêmement importantes de cette situation, sur le plan philosophique comme sur le plan physique, appellent un examen approfondi.

Les résultats expérimentaux ont-ils vraiment démenti les théories locales à variables cachées ? Telle est

une question que l'on peut se poser et à laquelle une réponse sera ci-après proposée, en termes de simple logique et de résultats expérimentaux indiscutables, sans faire appel en aucune façon au formalisme de la MQ.

On considèrera ici celles des expériences réelles dérivées de la "gedankenexperiment" de EPR qui, selon la suggestion de Bohm, consistent à mesurer la corrélation de détection de deux quanta de radiation appariés au travers d'analyseurs de polarisation. Ce principe a d'ailleurs été à la base de la majorité des réalisations expérimentales. L'interaction d'un photon avec un polariseur joue un rôle majeur dans ce processus opératoire et doit être préalablement réexaminé.

Les radiations nous apparaissent complémentairement comme des ondes électromagnétiques, et comme des entités quasi-corpusculaires porteuses exclusives de l'énergie quantifiée et de l'impulsion. Cette apparence dualiste et paradoxale se révèle notamment dans les phénomènes d'interférence et de diffraction, d'une part, et dans l'absorption photoélectrique ou la diffusion Compton, ponctuelles dans l'espace et le temps, d'autre part.

Si sur le trajet de la lumière on interpose un dispositif optique tel qu'un dioptre plan à l'incidence de Brewster, un cristal dichroïque, ou un cristal biréfringent, il y a séparation de la radiation incidente selon deux modes distincts. Une partie de la radiation passe à travers le polariseur tandis que l'autre est réfléchi, déviée, ou absorbée.

Il existe une explication classique en termes d'intensité des ondes dans les faisceaux transmis ou modifiés. Il existe parallèlement une explication probabiliste à la présence éventuelle de photons selon l'un ou l'autre des deux modes distincts.

Les faisceaux séparés par un polariseur se distinguent géométriquement par rapport à un plan propre du dispositif optique dit plan de polarisation. Dans la théorie Maxwellienne, c'est un plan privilégié de vibration électrique. Les plans homologues de vibration dans les deux faisceaux sont

perpendiculaires entre eux.

Si philosophiquement plus qu'empiriquement, on nie le caractère irréductible du hasard comme explication des phénomènes observés, on est conduit à formuler, contrairement à l'interprétation usuelle de la MQ, le postulat suivant :

Postulat - Chaque quantum est doué d'une propriété intrinsèque qui détermine de façon univoque son comportement vis-à-vis d'un polariseur plan. On appelle  $\lambda$  de manière très générale ce paramètre caché propre à chaque photon, qui de plus est conservé dans tous ses effets en l'absence de mesure ou perturbation.

Dans cet esprit, le terme "probabilité" ne peut signifier que l'ignorance partielle d'une propriété par ailleurs parfaitement définie, ou le degré d'information actuelle sur un évènement futur parfaitement déterminé.

Pour simplifier l'exposé, et sauf mention expresse, on entendra dans ce qui suit par polariseur, un dispositif dans lequel un seul des faisceaux polarisés est conservé, l'autre étant absorbé ou complètement dévié. Ce serait, par exemple, un cristal dichroïque idéal ou un prisme de Nicol. L'interaction entre un photon et un tel polariseur  $|x|$  se réduit donc à "passe" noté (+) ou  $(x)^+$  et "ne passe pas" noté (-) ou  $(x)^-$ .

Si on met deux polariseurs  $P_1$  et  $P_2$  à la suite l'un de l'autre en travers d'un faisceau lumineux, de façon que leurs plans privilégiés forment un angle  $a$ , le deuxième polariseur  $P_2$  réduit l'intensité sortant de l'ensemble par un facteur  $\cos^2 a$ . C'est la très classique loi empirique de Malus, qui trouve une explication simple en théorie ondulatoire. On peut dire que la lumière issue du premier polariseur  $P_1$  ne comporte strictement qu'une vibration dans le plan privilégié. L'intensité de la vibration est égale au carré de la valeur moyenne du champ électrique, et celui-ci se projetant de ce plan de polarisation sur le plan privilégié du deuxième polariseur  $P_2$ , on obtient bien la loi de Malus.

Si on considère la radiation de polarisation unique préparée par passage à travers le premier polariseur  $P_1$ , sous son aspect corpusculaire, on doit bien admettre qu'il y a des quanta qui peuvent traverser le second dispositif, et d'autres pas.

On peut dire que chaque photon montre là sa caractéristique propre  $\lambda$ , qui fait qu'il se comporte vis-à-vis d'un polariseur donné d'une façon bien définie à l'avance, selon le postulat déjà formulé. Du cas expérimental ci-dessus, on est en droit de déduire que le facteur  $\lambda$  se manifeste comme une anisotropie du photon dans un plan perpendiculaire à son axe de propagation.

Dans une théorie strictement déterministe excluant le hasard, deux entités présumées identiques, qui face à une situation donnée réagissent de façons différentes, ne sont en réalité pas tout à fait identiques. Et de même, deux entités anisotropes rigoureusement identiques, qui dans une interaction donnée se comportent de différentes manières, ne se sont pas présentées dans la même position préalablement à l'interaction.

Si les deux polariseurs consécutifs  $P_1$  et  $P_2$  sont disposés avec leurs plans privilégiés à angle droit, ils forment un ensemble complètement opaque à la lumière incidente, puisque l'intensité après passage devient nulle pour  $a = \pi/2$ , d'après la loi de Malus.

Sans modifier en quoi que ce soit ces deux polariseurs croisés, on peut toutefois introduire entre eux un troisième polariseur  $P_3$  identique, dont le plan privilégié forme avec le plan homologue du polariseur primitif  $P_1$  un angle  $b$  tel que  $0 < b < \pi/2$ . L'ensemble des trois polariseurs n'est plus opaque mais laisse passer un faisceau d'intensité réduite  $I$  telle que si  $I_0$  est l'intensité incidente :

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cdot \cos^2 b \cdot \sin^2 b \quad I \neq 0 \quad \text{si} \quad 0 < b < \pi/2$$

Ces résultats expérimentaux assez surprenants de prime abord reçoivent une explication simple en théorie ondu-

latoire. En termes des quanta qui se propagent complémentai-  
 rement avec les ondes, les choses sont moins nettes. Parmi  
 tous les photons incidents sur le premier polariseur  $P_1$ , pho-  
 tons qui doivent statistiquement présenter tous les états de  
 polarisation possibles, certains, la moitié en moyenne, tra-  
 verseront ce dispositif optique. Dans une vue déterministe  
 des phénomènes, ces photons sont doués d'un facteur propre  
 conservatif qui leur ferait traverser à coup sûr tout polari-  
 seur orienté comme  $P_1$ . Autrement dit, le facteur  $\lambda$  des photons  
 qui ont traversé  $P_1$  est tel qu'ils traverseront à coup sûr un  
 second polariseur  $P_2$  si l'angle  $a$  est tel que  $a = n\pi$ ,  
 ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ). Si par contre  $a = (2n + 1)\pi/2$ , ils ne traver-  
 seront sûrement pas ce deuxième obstacle. L'introduction du  
 polariseur intermédiaire  $P_3$  modifie donc le paramètre  $\lambda$  des  
 photons issus de  $P_1$  puisque parmi les photons issus de  $P_3$ ,  
 certains pourront traverser  $P_2$  perpendiculaire à  $P_1$  bien  
 qu'ayant traversé  $P_1$  auparavant.

\*\*\*\*\*

Dans toute expérience de mesure de corrélation  
 entre les polarisations observables respectives de deux pho-  
 tons appariés, on observe ceux-ci de chaque côté de la source,  
 selon deux voies coaxiales (1) et (2). Sur chaque voie se  
 trouve un polariseur  $P$  suivi d'un photomultiplicateur, chacun  
 des polariseurs  $P_1$  et  $P_2$  pouvant tourner autour de l'axe com-  
 mun, et dans une configuration donnée, les plans privilégiés  
 homologues des deux dispositifs forment l'angle  $a$  (Fig. 1).

Différents processus radiatifs peuvent donner des  
 paires de photons corrélés. On ne considèrera ici que l'émis-  
 sion par paires dans une cascade de transitions radiatives  
 d'un même atome de type :

$$J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$$

La corrélation stricte est déduite de la conserva-  
 tion de la parité et du moment angulaire, ainsi que du fait  
 que les photons sont observés symétriquement, la source et les  
 détecteurs étant colinéaires. On observe en effet uniquement  
 les couples de photons émis dans ces conditions particulières,  
 alors que rien n'oblige un atome à émettre les deux photons en

cascade selon deux directions opposées. Les fréquences res-  
 pectives de ces deux photons ne sont pas identiques, mais à  
 cette différence près, on est certain du fait de la symétrie  
 d'observation et des lois de conservation imposées à l'atome  
 émetteur unique, de la parfaite symétrie des deux photons, et  
 tout particulièrement en ce qui concerne leur comportement  
 vis-à-vis de polariseurs, c'est-à-dire leur paramètre caché  $\lambda$ .  
 On identifie les couples de photons corrélés par coïncidence  
 temporelle entre les impulsions électriques fournies par cha-  
 cun des photomultiplicateurs  $PM_1$  et  $PM_2$ . Les impulsions coïn-  
 cidentes forment un groupe particulier très restreint parmi  
 toutes les impulsions observées résultant aussi de photons  
 émis sporadiquement, ou en cascade mais selon des directions  
 non opposées.

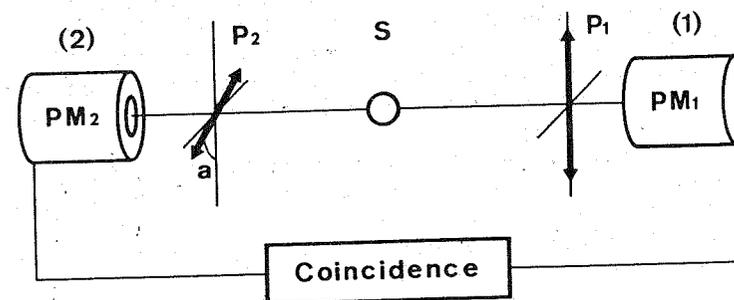


FIGURE 1

Le paramètre variable du dispositif expérimental  
 est l'angle relatif  $a$  formé par les deux polariseurs. La mé-  
 canique quantique prédit, et l'expérience confirme en général,  
 que si  $N_0$  coïncidences sont observées par seconde en moyenne,  
 sans que les polariseurs soient en place, ce nombre est réduit  
 par l'introduction des deux polariseurs formant entre eux l'an-  
 gle  $a$  selon la relation :

$$N(a) = \frac{1}{2} N_0 \cdot \cos^2 a$$

On peut essayer de raisonner de façon simpliste,  
 en appliquant la règle de Malus. On imaginera par exemple, que  
 le couple de photons  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  que l'on va observer a une pola-  
 risation plane commune mais inconnue, ce qui détermine la pro-

babilité que chacun d'eux puisse traverser le polariseur qu'il rencontrera. On obtiendra ainsi un résultat erroné.

Un cas particulier très typique est celui où les deux polariseurs de la Fig. 1 sont croisés ( $a = \pi/2$ ). En appliquant le raisonnement ci-dessus, on obtiendra une probabilité non-nulle de coïncidences de détection, contrairement à l'expérience.

Ce cas est mentionné par de nombreux auteurs, pour le présent dispositif expérimental [6], et aussi dans l'étude des photons d'annihilation électron-positron, selon un argument très connu [7].

On en déduit que les deux photons n'ont pas de polarisation "en vol", entre la source et les polariseurs, mais que néanmoins les interactions de ces photons avec les polariseurs sont corrélées, ce qui va radicalement à l'encontre des notions de séparabilité et de localité.

Le problème est ici : a-t-on le droit d'appliquer la loi de Malus dans ce cas ? En toute rigueur la réponse semble négative. En effet, la loi de Malus ne devrait s'appliquer qu'à une expérience bien déterminée, le passage de la lumière consécutivement à travers deux polariseurs.

Einstein avait d'ailleurs soulevé ce problème au sujet du formalisme de la MQ en remarquant qu'un photon qui aurait traversé un polariseur, traverserait à coup sûr un deuxième polariseur parallèle au premier. D'où la notion de préparation d'état développée par Margenau [8].

Le processus opératoire dans l'expérience de mesure de polarisation sur les deux photons séparés, est en quelque sorte l'interaction avec l'un des polariseurs d'un photon donné, et l'interaction simultanée d'un photon rigoureusement identique avec un autre polariseur incliné par rapport au premier. On doit noter que la corrélation stricte et la symétrie absolue des deux photons font de ce procédé le seul moyen de connaître la réaction d'un même photon vis-à-vis de deux polariseurs distincts. Il n'y a pas d'autre réalisation expérimentale

possible, puisque le paramètre caché  $\lambda$  n'est pas préparable de façon définie, et qu'il est modifié par toute mesure.

La loi de Malus est applicable dans le cas où les photons sont polarisés par passage à travers un polariseur connu, et dans ce cas on est certain,  $P(+)=I$ , qu'ils traverseront un deuxième dispositif analogue s'il est parallèle au premier. On n'est non moins certain,  $P(+)=0$ , qu'ils ne traverseront pas le second polariseur s'il est perpendiculaire au premier.

Un autre cas similaire est constitué par les photons correspondant aux diverses raies de Zeeman émises par un atome orienté magnétiquement. Les photons des raies  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  que l'on peut distinguer par leur fréquence traverseront à coup sûr,  $P(+)=I$ , un polariseur perpendiculaire au champ directeur  $H$ , mais ne passeront sûrement pas,  $P(+)=0$ , un polariseur dont le plan privilégié est parallèle à  $H$ . Les photons des raies  $\pi$  ont le comportement inverse.

Dans tous ces cas, les certitudes sont acquises par la préparation d'état. Mais la propriété des photons individuels de ne pas avoir de possibilités simultanées de traverser l'un et l'autre de deux polariseurs croisés est très générale, et valable également sans préparation, comme on peut facilement le démontrer dans le cadre d'une théorie strictement causale découlant du postulat déjà énoncé.

Parmi un très grand nombre  $N$  de photons issus d'une source isotrope et incidents sur un polariseur d'orientation arbitraire  $\alpha$ , noté  $|\alpha|$ , on sait empiriquement que  $\frac{1}{2}N$  photons, en moyenne, le traverseront. La moyenne tend vers  $\frac{1}{2}N$  exactement si  $N$  est très grand, ce que nous supposons ici. Il en est de même pour une autre orientation du polariseur comme  $|\alpha \pm \pi/2|$ , cette invariance rotationnelle étant exclusivement numérique.

Lemme. - S'il existait des photons ayant la possibilité, de par un facteur  $\lambda$  convenable, de traverser indifféremment le polariseur  $|\alpha|$  et aussi le polariseur  $|\alpha \pm \pi/2|$ , il y aurait aussi des photons qui ne pour-

raient traverser ni  $|\alpha|$  ni  $|\alpha \pm \pi/2|$ .

En effet, soit  $\{n(\alpha)\}$  le sous-ensemble de  $\{N\}$ , formé des photons qui peuvent traverser  $|\alpha|$ , et qui traversent effectivement ce polariseur s'il est présent, et soit  $\{n(\alpha \pm \pi/2)\}$  le sous-ensemble correspondant pour un polariseur croisé  $|\alpha \pm \pi/2|$ .

$$\{n(\alpha)\} \in \{N\} \quad \{n(\alpha \pm \pi/2)\} \in \{N\}$$

S'il existait des photons pouvant traverser l'un et l'autre des deux polariseurs croisés avec des probabilités non nulles, ils formeraient un ensemble  $\{q(\alpha)\}$  tel que :

$$\{q(\alpha)\} = \{n(\alpha)\} \cap \{n(\alpha \pm \pi/2)\} \neq \emptyset$$

Donc bien que numériquement

$$n(\alpha) = n(\alpha \pm \pi/2) = N/2$$

et donc

$$n(\alpha) + n(\alpha \pm \pi/2) = N$$

on aurait néanmoins :

$$\{n(\alpha)\} \cup \{n(\alpha \pm \pi/2)\} < \{N\}$$

et il existerait donc un ensemble  $\{r(\alpha)\}$  tel que :

$$\{r(\alpha)\} = \{N\} - [\{n(\alpha)\} \cup \{n(\alpha \pm \pi/2)\}] \neq \emptyset$$

Les photons de l'ensemble  $\{r(\alpha)\}$  ne pourraient traverser ni  $|\alpha|$  ni  $|\alpha \pm \pi/2|$ . Or l'expérience de Clauser [9] montre indiscutablement que la somme des nombres moyens de photons issus d'un polariseur dioptrique dans les deux états orthogonaux de polarisation est égale au nombre moyen des photons incidents. Ce cas expérimental est en quelque sorte analogue à la mesure simultanée à travers deux polariseurs croisés. Il en est de même, si on étudie le passage de la lumière à travers un cristal biréfringent où les intensités des rayons ordinaire et extraordinaire sont égales à la moitié de celle

du rayon incident, à la réflexion et l'absorption parasites près. S'il existait des photons ne pouvant passer dans aucune des deux voies de polarisations orthogonales, ils devraient soit être absorbés, soit être réfléchis vers la source comme, par exemple, les photons incidents sur un interféromètre de Michelson quand la différence de marche entre les deux branches est égale à  $\lambda/2$ . Expérimentalement on ne constate rien de la sorte, et on peut écrire :

$$\{q(\alpha)\} = \emptyset \quad \{r(\alpha)\} = \emptyset$$

$$\{n(\alpha)\} \cup \{n(\alpha \pm \pi/2)\} \equiv N$$

ce qui permet d'énoncer les théorèmes suivants :

**Théorème I** - Dans un ensemble  $\{N\}$  de photons quelconques, tous les photons peuvent traverser soit un polariseur  $|\alpha|$ , soit un polariseur  $|\alpha \pm \pi/2|$ . La réunion des deux sous-ensembles disjoints  $\{n(\alpha)\}$  et  $\{n(\alpha \pm \pi/2)\}$  est toujours égale à  $\{N\}$ .

Conformément au postulat déjà énoncé, les deux sous-ensembles  $\{n(\alpha)\}$  et  $\{n(\alpha \pm \pi/2)\}$  ne sont pas dispersifs, mais déterminés à l'avance quel que soit l'instant ou le lieu de leur mesure.

**Théorème II** - La probabilité jointe qu'un photon quelconque puisse traverser l'un et l'autre de deux polariseurs croisés est rigoureusement nulle.

$$[P(\alpha)^+, (\alpha \pm \pi/2)^+] = 0$$

Ceci prouve la non indépendance des deux épreuves élémentaires éventuelles puisque pour toute orientation  $\alpha$  on a :

$$P(\alpha)^+ = \frac{1}{2} \quad P(\alpha \pm \pi/2)^+ = \frac{1}{2}$$

$$P[(\alpha)^+, (\alpha \pm \pi/2)^+] \neq P(\alpha)^+ \cdot P(\alpha \pm \pi/2)^+$$

**Corollaire** - Dans une expérience de type EPR, les deux photons corrélés issus d'un même atome dans une cascade de transitions radiatives de type

$J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$  étant, à la fréquence près, rigoureusement symétriques si observés selon des directions opposées, leur détection simultanée dans les canaux homologues des deux polariseurs ne peut se produire si ces derniers sont orientés perpendiculairement l'un à l'autre.

Les prévisions d'une théorie à variables cachées et de la MQ sont donc identiques dans les cas particuliers où les deux polariseurs  $P_1$  et  $P_2$  forment un angle  $\alpha = n\pi/2$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), mais on peut montrer qu'il en est de même pour un angle relatif quelconque.

Reprenons le dispositif expérimental usuel, et supposons que la source étant bien stabilisée, on détecte  $2N_0 \cdot s^{-1}$  photons corrélés en moyenne, selon l'axe commun, c'est-à-dire que chacun des photomultiplicateurs détecte  $N_0 \cdot s^{-1}$  photons en l'absence de tout élément polariseur.  $N(\infty, \infty)$  étant par convention le nombre des coïncidences par unité de temps sans aucun polariseur en place :

$$N(\infty, \infty) = N_0$$

Si on interpose un polariseur  $P_1$  en (1) entre la source et  $PM_1$ , d'après ce qui a été dit des polariseurs, on ne reçoit plus en (1) que  $N_0/2$  photons, mais en (2) on en reçoit toujours  $N_0$  pendant le même temps sans aucune réduction. Comme la source est supposée isotrope, l'orientation de  $P_1$  n'influe pas sur le compte en (1) ni a fortiori sur celui en (2).

$$N(P_1, \infty) = N_0/2$$

Les  $N_0/2$  coïncidences comptées forment un sous-ensemble bien défini : c'est le sous-ensemble des photons qui traversent un polariseur orienté comme  $P_1$ . Pour une autre orientation de  $P_1$ , le sous-ensemble correspondant comporterait le même nombre de photons, mais ceux-ci ne seraient pas les mêmes photons que ceux qui auraient traversé  $P_1$  dans la première orientation, ou en tous cas pas tous les mêmes photons. Ceci découle de l'hypothèse strictement causale envisagée ici,

selon laquelle l'interaction d'un photon avec un polariseur est déterminée de façon univoque par le paramètre caché  $\lambda$  du photon.

Si en (2) on introduit un deuxième polariseur  $P_2$  parallèle à  $P_1$ , (Fig. 2) on ne détectera plus en  $PM_2$  que  $N_0/2$  photons, mais le compte des coïncidences ne sera pas modifié. Du fait de la symétrie absolue des photons corrélés d'un même couple, les photons coïncidents détectés en  $PM_1$  et  $PM_2$  sont exclusivement ceux ayant un facteur  $\lambda$  convenable pour traverser un polariseur orienté comme  $P_1$ , qu'il soit en (1) ou en (2) à n'importe quel endroit entre la source et les détecteurs  $PM_1$  et  $PM_2$ . Qu'il y ait  $P_1$  seul, ou  $P_2$  seul, ou  $P_1$  et  $P_2$  ensemble, les paires de photons détectés en coïncidence sont les mêmes.

$$N(P_1, \infty) \equiv N(\infty, P_2) \equiv N(P_1, P_2)$$

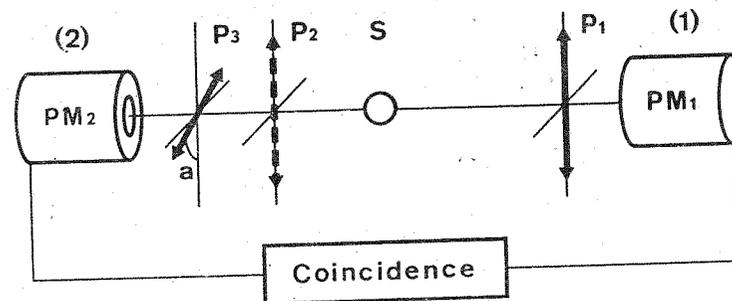


FIGURE 2

Supposons maintenant que  $P_1$  étant seul en place, on introduise un polariseur  $P_3$  en (2) de telle façon que son plan privilégié soit incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport au plan homologue de  $P_1$ . Les  $N_0/2$  photons détectés en  $PM_1$  sont toujours les mêmes, que  $P_3$  soit en place ou non, et quel que soit l'angle  $\alpha$ . De même en  $PM_2$  on détecte un sous-ensemble de  $N_0/2$  photons parmi les  $N_0$ , qui sont les photons ayant le facteur convenable pour traverser un polariseur tel que  $P_3$ . Les deux sous-ensembles de photons détectés respectivement en  $PM_1$  et  $PM_2$  sont absolument localement déterminés puisque ce qu'il se passe en (1) n'influe nullement sur ce qu'il se passe en (2)

et vice-versa. Les coïncidences comptées sont constituées par l'intersection des deux sous-ensembles.

$$N(P_1, P_2) = \{N P_1, \infty\} \cap \{N(\infty, P_2)\}$$

Cherchons à évaluer cette intersection, en notant ici que cette valeur statistique ne peut être mesurée que par juxtaposition temporelle des signaux issus de  $PM_1$  et  $PM_2$  dans un seul et même appareil.

Parmi tous les  $N_0$  photons incidents sur  $P_3$ , certains ont un facteur  $\lambda$  tel, qu'il leur aurait permis de traverser à coup sûr un polariseur d'une autre orientation, comme par exemple  $P_2$  qui est parallèle à  $P_1$ . Ces photons sont les symétriques de ceux détectés en  $PM_1$  après avoir traversé  $P_1$ .

En reprenant les hypothèses précédemment formulées après l'étude du passage de la lumière au travers de polariseurs, on peut dire que la distribution statistique du facteur  $\lambda$  des photons issus d'un polariseur est la même que celle de photons issus d'une source isotrope qui traverseraient à coup sûr ce même polariseur s'il était en place.

Soit en effet  $\{m(P)\}$  un ensemble de photons issus d'une source isotrope, qui de par un facteur  $\lambda$  convenable, traverseront à coup sûr,  $P(+)=1$ , un polariseur  $|P|$ , et soit  $\{n(P)\}$  un ensemble de photons qui ont effectivement traversé  $|P|$ . La répartition statistique de  $\lambda$  dans chacun des ensembles est celle que l'on peut mesurer face à un polariseur faisant un angle quelconque  $\phi$  avec  $|P|$ . Soit  $|\phi|$  ce polariseur d'essai.

Les photons de  $\{m(P)\}$  et  $\{n(P)\}$  ont le même comportement dans les cas  $\phi = n\pi/2$ , ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) ainsi qu'il a déjà été démontré.

Dans le cas général, on connaît par la loi de Malus le comportement des photons de l'ensemble  $\{n(P)\}$  :  $n(P) \cdot \cos^2 \phi$  photons passeront à travers  $|\phi|$  en moyenne.

Par définition, les photons de  $\{m(P)\}$  ont des polarisations parfaitement aléatoires dans une large gamme, leur état le plus général correspondant à la polarisation ellipti-

que de l'onde associée. Dans la définition préliminaire à la démonstration du lemme et des théorèmes I et II, il n'a pas été fait mention d'une polarisation spéciale pour les photons de l'ensemble  $\{N\}$ . Ils étaient quelconques puisqu'issus d'une source isotrope, et donc polarisés plans, elliptiques, ou circulaires, l'état le plus général étant la polarisation elliptique. Quel que soit l'état de polarisation, le théorème II reste toujours valable, et par rapport à un polariseur donné quelconque  $|x|$  on a :

$$[P(x)^+ = 1] \Leftrightarrow [P(x \pm \pi/2)^+ = 0]$$

$$[P(x)^- = 1] \Leftrightarrow [P(x \pm \pi/2)^- = 0]$$

Le comportement résultant, même pour un photon de polarisation circulaire, n'est pas isotrope vis-à-vis d'un polariseur plan, mais il est identique à celui d'un photon de polarisation plane bien défini mais inconnue. On peut donc dire que tous les photons de l'ensemble  $\{m(P)\}$  se comportent comme des photons polarisés plans, d'orientation aléatoire dans une large plage angulaire.

La probabilité pour qu'un photon quelconque ait un facteur  $\lambda$  lui permettant de traverser  $|P|$  si ce dispositif était en place serait :

$$P(1)^+ = \cos^2 \theta$$

en appelant  $\theta$  l'angle inconnu de sa polarisation plane équivalente par rapport à  $|P|$ . La probabilité correspondante pour le même photon vis-à-vis de  $|\phi|$  serait :

$$P(2)^+ = \cos^2(\theta \pm \phi)$$

$$P(2)^+ = \cos^2 \theta \cdot \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \cdot \sin^2 \phi \pm 2 \cos \theta \cdot \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi$$

$$P(2)^+ = P(1)^+ \cdot \cos^2 \phi + [1 - P(1)^+] \sin^2 \phi \pm \sin 2\phi \sqrt{P(1)^+ [1 - P(1)^+]}$$

Les deux épreuves  $|P|$  et  $|\phi|$  ne sont pas rigoureusement indépendantes puisque leur résultat est parfaitement déterminé à l'avance par le paramètre caché  $\lambda$  d'un même photon, et par la caractéristique de ce paramètre déjà révélée dans la démonstration des théorèmes I et II.

Pour un photon avec un état donné de  $\lambda$ , la plage angulaire continue de l'orientation d'un polariseur compatible avec le passage du photon est toujours inférieure à  $\pi/2$ .

Ici le paramètre  $\lambda$  n'est pas altéré par le passage à travers  $|P\rangle$ , cette épreuve n'étant pas réalisée contrairement au cas de l'expérience de Malus. Tout ceci explique la forme particulière de l'expression de  $P(2)^+$ , qui par elle-même indique déjà la non indépendance des deux épreuves hypothétiques.

Mais par la définition de  $\{m(P)\}$ , on ne considère ici que les photons pour lesquels  $P(1)^+ = 1$ , ce qui se produit pour la moitié des photons incidents en moyenne, d'où :

$$P(\phi)^{++} = \frac{1}{2} \cos^2 \phi$$

On retrouve donc le même comportement statistique des photons des deux ensembles  $\{m(P)\}$  et  $\{n(P)\}$  vis-à-vis d'un polariseur quelconque  $|\phi\rangle$ .

Revenant au dispositif expérimental de type EPR (Fig. 2), on peut dire que l'orientation de  $P_1$  n'influe absolument pas sur la détermination des photons qui traverseront  $P_3$ , qui ne dépend que de l'orientation de ce dispositif et du facteur  $\lambda$  des photons incidents, mais parmi les photons qui traverseront  $P_3$ , seuls seront coïncidents avec ceux détectés en  $PM_1$  ceux qui auraient traversé à coup sûr un polariseur tel que  $P_2$ . Donc que l'un ou l'autre des polariseurs  $P_1$  ou  $P_2$  soit en place, ou les deux simultanément, ne change rien aux coïncidences observables, d'où :

$$N(P_1, \infty) \equiv N(\infty, P_2) \equiv N(P_1, P_2)$$

$$N(\infty, P_2 + P_3) \equiv N(P_1, P_2 + P_3) \equiv N(P_1, P_3)$$

Mais selon la loi de Malus, on a :

$$N(\infty, P_2 + P_3) = \frac{1}{2} N_0 \cdot \cos^2 a$$

ce qui donne en définitive :

$$N(P_1, P_3) = \frac{1}{2} N_0 \cdot \cos^2 a$$

Passant de la fréquence relative à la probabilité, on retrouve ainsi le résultat calculé par la MQ, qui viole les inégalités de Bell.

Si une expérience était pratiquée comme celle décrite ci-dessus, mais avec les détecteurs déplacés de telle façon que les directions d'observation forment entre elles un angle quelconque au lieu d'être opposées, on pourrait toujours observer des couples de photons coïncidents, mais la symétrie géométrique n'existant plus, la corrélation ne serait plus du tout la même.

Le paramètre caché  $\lambda$  est conservé en l'absence de mesures, car si les distances entre la source et les polariseurs sont inégales, la compensation temporelle étant faite dans le détecteur de coïncidences, la corrélation demeure inchangée.

*La parfaite symétrie (à la fréquence près) des photons  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  de l'expérience décrite, permet une mesure, autrement contrafactuelle, des probabilités simultanées de passage à travers deux polariseurs distincts, d'un seul et même photon. Il s'agit d'une caractéristique de la variable cachée  $\lambda$  de chaque photon, qui se traduit aussi par la loi de Malus et la violation des inégalités de Bell.*

Considérons une des formes très connue de celles-ci [10].

$$P(A^+, B^+) \leq P(A^+, C^+) + P(B^+, C^-)$$

A, B et C étant trois épreuves dichotomiques pouvant donner les résultats  $X^+$  ou  $X^-$ , et pouvant être en principe, trois orientations distinctes prises deux à deux, des polariseurs de l'expérience décrite plus haut. Selon ce qui vient d'être énoncé,  $P(X^+, Y^+)$  indique également dans ce cas expérimental précis, la probabilité qu'un même photon puisse traverser et un polariseur  $|X\rangle$  et un polariseur  $|Y\rangle$ . Comme on l'a vu précédemment, les deux épreuves  $|X\rangle$  et  $|Y\rangle$  ne sont pas rigoureusement indépendantes, ce qui fausse les conditions d'application de l'inégalité, qui pour des épreuves dichotomiques indépendantes serait toujours satisfaite.

On peut facilement vérifier que si l'angle AC est égal à  $\pi/2$ , l'égalité de la relation de Bell est toujours respectée.

$$[AC = \pi/2] \Rightarrow [P(A^+, C^+) = 0] \Rightarrow [P(A^+, B^+) = P(B^+, C^-)]$$

Posons  $AB = \alpha$ ,  $BC = \beta$ ,  $AC = \alpha + \beta$ , et considérons le cas où ces trois angles sont compris entre 0 et  $\pi/2$ .

$$0 \leq \alpha \leq \pi/2 \quad 0 \leq \beta \leq \pi/2 \quad 0 \leq (\alpha + \beta) \leq \pi/2$$

Dans l'ignorance des résultats précédemment acquis, on pourrait imaginer que  $P(X^+, Y^+)$  soit une fonction linéaire de l'angle  $x$  formé par  $|X|$  et  $|Y|$ , satisfaisant les conditions extrêmes  $P(\pi/2)^{++} = 0$  et  $P(0)^{++} = \frac{1}{2}$ , comme par exemple :

$$P(X^+, Y^+) = P(X^-, Y^-) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{\pi/2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{x}{\pi}$$

$$P(X^+, Y^-) = P(X^-, Y^+) = \frac{x}{\pi}$$

En utilisant les conventions d'écriture précédentes, on vérifie facilement que dans ce cas particulier, on obtient :

$$\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\pi} = \frac{1}{2} - \frac{\alpha + \beta}{\pi} + \frac{\beta}{\pi}$$

qui traduit l'égalité

$$P(A^+, B^+) = P(A^+, C^+) + P(B^+, C^-)$$

quels que soient les angles  $\alpha$ ,  $\beta$ , et  $\alpha + \beta$  compris entre 0 et  $\pi/2$ .

Avec la même hypothèse de probabilité linéaire, on peut poser selon Bell, Clauser, Horn, Holt, et Shimony (BCHHS) les relations les plus générales :

$$E(XY) = P(XY)^{++} - P(XY)^{+-} - P(XY)^{-+} + P(XY)^{--}$$

avec pour les quatre angles  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha + \beta + \gamma$  la même condition :

$$0 < \alpha < \pi/2, \quad 0 < \beta < \pi/2, \quad 0 < \gamma < \pi/2, \quad 0 < \alpha + \beta + \gamma < \pi/2$$

on obtient toujours

$$S = E(\alpha) + E(\beta) + E(\gamma) - E(\alpha + \beta + \gamma) = 2$$

Mais on a bien établi que  $P(x)^{++} = \frac{1}{2} \cos^2 x$  et n'est donc pas une fonction linéaire de l'angle XY, c'est-à-dire que :

$$P(X^+, Y^+) > \frac{1}{2} - \frac{x}{\pi} \quad \text{pour } 0 < x < \pi/4$$

$$P(X^+, Y^+) < \frac{1}{2} - \frac{x}{\pi} \quad \text{pour } \pi/4 < x < \pi/2$$

$$P(X^+, Y^+) = \frac{1}{2} - \frac{x}{\pi} \quad \text{pour } \begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pi/4 \\ x = \pi/2 \end{array}$$

Là est la cause de la violation des inégalités de Bell et de BCHHS, et c'est une propriété intrinsèque de chaque photon, donc locale.

-----

Une hypothèse causale avec paramètres cachés permettant de faire les mêmes prévisions que la MQ, il ne semble pas y avoir de conflit entre les deux points de vue dans l'interprétation des expériences de type EPR avec des photons, si ce n'est sur la complétude de la MQ.

La parfaite localité des phénomènes distants peut être ainsi réhabilitée mais la séparabilité quant à elle demeure plus restreinte. En effet, que veut exactement dire la séparabilité de deux systèmes qui conservent une même quantité dans une rigoureuse symétrie, impulsion ou moment angulaire, par exemple ? La parfaite communauté de la propriété mesurée sur chacun des systèmes après séparation, communauté qui demeurera jusqu'à la première perturbation ou mesure, est en un sens une limitation à la séparabilité. Cette limitation par passé commun est cependant très classique et ne heurte pas la logique usuelle.

Une théorie à variables cachées, parfaitement locale, ne demeure-t-elle pas plausible comme élément de description de l'Univers objectif ... si celui-ci existe ?

REFERENCES

- [1] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, Phys. Rev. 46 (1935) 777-780
- [2] N. Bohr, Phys. Rev. 48 (1935), 696-702
- [3] J. von Neumann, Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik, Springer ed. Berlin (1932)
- [4] J.S. Bell, Physics I (1964), 195
- [5] C.A. Kocher, E.D. Commins, Phys. Rev. Let. 18 (1967), 575-577  
S.J. Freedman, J.F. Clauser, Phys. Rev. Let. 28 (1972), 938  
J.F. Clauser, A. Shimony, Rep. Prog. Phys. 41 (1978), 1881-1927  
A. Aspect, P. Grangier, G. Roger, Phys. Rev. Let. 47 (1981) 460-463  
G. Bertolini, E. Diana, A. Scotti, Nuovo Cimento B 63 (1981), 651-665  
A. Aspect, P. Grangier, G. Roger, Phys. Rev. Let. 49 (1982) 91-94
- [6] O. Costa de Beauregard, Colloque du centenaire d'Einstein, C.N.R.S. ed. (1980), 243-247  
J.P. Vigièr, *ibid.* 273-274  
E. Miloni, Foundations of radiation theory and quantum-electrodynamics, A.O. Barut ed. Plenum (1980), 19
- [7] O.R. Frisch, Critical approach to science and philosophy, The free press of Glencoe Collier Macmillan London (1964), 309-315
- [8] H. Margenau, Philosophy of science 25 (1958), 23-33
- [9] J.F. Clauser, Phys. Rev. D 9 (1974), 853
- [10] E.P. Wigner, Am. J. Phys. 38 (1970), 1005  
B. d'Espagnat, Scientific American (Nov. 1978), 128-140  
B. d'Espagnat, A la recherche du réel, Gauthier-Villars (1979), 27.