

Annales de la Fondation Louis de Broglie,  
Vol. 10, n° 2, 1985

## Irréversibilité microscopique et rayonnement lors d'un choc entre particules chargées

par G. FERRARO\*, D. FARGUE\*\* et F. FER\*\*

\*Dipartimento di Chimica  
Centro di Studio per la Chimica dei Plasmi  
Università di Bari  
Italie

\*\*Centre de Physique de l'Irréversibilité  
Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris  
France

(manuscrit reçu le 3 Novembre 1984)

*Résumé* : Il s'agit d'une étude détaillée du choc de deux électrons en tenant compte du retard de propagation des champs électromagnétiques. La méthode employée consiste à faire un développement en  $v/c$  dans les équations relativistes complètes du mouvement (équation de Lorentz-Abraham-Dirac). On insiste sur l'incidence que la perte d'énergie mécanique due au caractère non hamiltonien d'un tel mouvement pourrait avoir dans l'explication microscopique de l'irréversibilité thermodynamique.

### 1. INTRODUCTION

Un des problèmes non résolus de la physique contemporaine est l'explication de l'irréversibilité des processus macroscopiques. Jusqu'à maintenant, on en a cherché l'explication dans la dynamique hamiltonienne. Il est étonnant que, bien que le problème ait résisté jusqu'ici à toute ten-

tative de solution (1-3), la tendance générale soit de persévérer dans cette direction.

Considérant que le choix d'une mécanique microscopique hamiltonienne n'est pas inéluctable mais plutôt le résultat d'un processus historique, on a montré<sup>(1)</sup> que : a) la mécanique hamiltonienne, en particulier pour de grands ensembles de corpuscules, est une mécanique de phénomènes stationnaires, c'est-à-dire une mécanique adaptée à la description des équilibres macroscopiques et, par suite, incompatible avec l'irréversibilité ; b) que l'explication de l'irréversibilité pourrait être cherchée dans l'interaction entre la matière et le rayonnement, plus précisément dans le phénomène de propagation du champ électromagnétique.

Ceci conduit à une mécanique héréditaire, ce qui pourrait en outre clarifier un autre aspect du même problème. Chaque fois que l'on étudie l'équilibre entre la matière et le rayonnement, on suppose d'abord que cet équilibre existe (distribution de Maxwell des vitesses et distribution de Planck du rayonnement) ; ensuite, on examine quelles sont les conditions pour que le système préserve cet équilibre, en se plaçant au point de vue de la dynamique. Cette démarche néglige souvent (parce qu'elle s'en désintéresse) les mécanismes qui pourraient faire évoluer le système vers son équilibre thermodynamique.

L'interaction entre le rayonnement électromagnétique et un gaz de molécules a été considéré, comme on le sait, par Einstein dans son fameux article de 1917<sup>(4)</sup>. C'est là que pour la première fois, les probabilités de transition spontanées et induites ont été introduites au moyen d'un schéma à 2 niveaux. Einstein y obtient la loi du rayonnement du corps noir de Planck et montre que le rayonnement en équilibre avec le gaz de molécules ne détruit pas la distribution de Maxwell des vitesses moléculaires.

La démonstration d'Einstein apparaît à première vue tout à fait générale, mais, dans le cas que nous considérons ici d'un gaz d'électrons, il est extrêmement artificiel d'appliquer le même formalisme pour obtenir le rayonnement

émis par le gaz étudié.

Pauli, dans un article de 1923<sup>(5)</sup>, avait déjà remarqué que dans le cas d'un gaz d'électrons, l'hypothèse fondamentale du calcul d'Einstein - que les forces intramoléculaires soient beaucoup plus grandes que les forces intermoléculaires - n'est plus valable puisque les forces intramoléculaires sont absentes. Dans ce cas quel est le mécanisme élémentaire responsable de l'énergie rayonnée ? Pour tenter de répondre à cette question, nous considérons ici un système de deux électrons et allons évaluer le rayonnement émis pendant le choc.

On sait que la conservation de l'énergie du champ électromagnétique s'écrit (V, volume inclus dans la surface S) :

$$(1) \quad - \int_V \rho \vec{E} \cdot \vec{v} d^3x = \int_S (\vec{E} \wedge \vec{H}) d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{\epsilon_0 E^2 + \mu_0 H^2}{2} d^3x$$

La puissance dissipée par la matière est décomposée en deux termes : l'intégrale de surface, flux du vecteur de Poynting, et l'intégrale de volume liée à l'énergie électromagnétique emmagasinée par le champ.

Le calcul habituel de la dissipation par rayonnement n'utilise que le comportement à l'infini du flux du vecteur de Poynting. Ceci nous paraît insuffisant pour les raisons suivantes :

- a) Le bilan d'énergie ainsi calculé n'est immédiatement utilisable que dans le cas de mouvements périodiques, puisque le champ électromagnétique se retrouve identique de période en période. Déjà pour des régimes stationnaires plus généraux l'état initial et l'état final ne doivent pas être trop différents l'un de l'autre. Pour tout autre mouvement il est absolument nécessaire d'examiner le terme provenant de l'intégrale de volume.
- b) Le calcul s'effectuant à la limite  $t \rightarrow \infty$ , masque les mécanismes instantanés de perte et de récupération d'énergie qui ont lieu, par exemple pendant le choc.

Pour illustrer le point a) on peut considérer les distributions de charges non rayonnantes, par exemple la sphère de Schott<sup>(6)</sup>. Le calcul par le vecteur de Poynting montre bien l'absence de rayonnement dans certains types de mouvements périodiques mais il faut une analyse plus fine<sup>(7)</sup> pour voir qu'en fait le champ électromagnétique est nul en dehors du domaine balayé par les charges. D'autre part le calcul par le flux du vecteur de Poynting devient impraticable pour des distributions de charges pouvant s'étendre jusqu'à l'infini<sup>(7)</sup>.

Nous éviterons donc de parler d'annulation par interférence du champ de rayonnement et préférons les termes de perte et de récupération d'énergie par les particules matérielles dans le choc, étant entendu qu'il faut retrouver les mêmes résultats que par l'analyse à l'infini, dans les cas où celle-ci est valable.

Enfin une analyse locale nous paraît souhaitable ne serait-ce qu'à cause de la vitesse de propagation du champ électromagnétique qui fait qu'en dehors du cas des mouvements périodiques il est paradoxal d'attendre que le champ soit parti à l'infini pour décider de l'énergie échangée ou perdue par le système.

Le but de ce travail est donc de donner des indications sur les mécanismes responsables de la production de rayonnement dans le cas des systèmes sans structure interne que sont les électrons, et d'essayer de comprendre dans quelle mesure les processus élémentaires sont réversibles ou non.

Pour cela, nous avons calculé analytiquement la loi du mouvement et le rayonnement dans le cas du choc de deux électrons, à l'ordre  $\beta^5$  ( $\beta = v/c$ ) pour un choc frontal et à l'ordre  $\beta^3$  dans le cas général, en partant de l'équation de Lorentz-Abraham (appelée aussi de Lorentz-Dirac) pour chacun des électrons, dans le champ retardé produit par l'autre. L'énergie rayonnée a été comparée au travail de la force exercée sur chacun des électrons. Dans le cas du choc frontal, la connaissance du mouvement jusqu'à l'ordre  $\beta^5$  permet de déterminer l'énergie perdue avec assez de précision pour voir dans

quelle mesure elle correspond au "rayonnement quadripolaire" calculé par la méthode du vecteur de Poynting (puisque le terme dipolaire est nul dans le cas de particules identiques).

## 2. FORMULATION GENERALE DU PROBLEME

Nous partons de l'équation de Lorentz-Abraham, qui pour chacun des électrons a la forme<sup>(8-10)</sup> ( $\alpha = 1, 2, 3, 4$ )

$$(2) \quad m \frac{du_\alpha}{d\tau} = F_\alpha + \frac{2}{3} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{c^3} \left[ \frac{d^2 u_\alpha}{d\tau^2} - \frac{u_\alpha}{c^2} \left( \frac{du_\beta}{d\tau} \right)^2 \right]$$

où  $u_\alpha$  et  $F_\alpha$  sont respectivement la quadrivitesse et la quadriforce s'exerçant sur l'électron considéré.

La force  $\vec{F}_1$ , exercée par l'électron 2 sur l'électron 1, est donnée par l'expression

$$\vec{F}_1 = q\vec{E}_2 + q\vec{v}_1 \wedge \vec{B}_2$$

$\vec{v}_1$ , vitesse de l'électron 1 dans le référentiel considéré,  $\vec{E}_2$  et  $\vec{B}_2$  étant les champs créés par l'électron 2, et qui valent ( $K = q^2/(4\pi\epsilon_0)$ )

$$(3) \quad \vec{E}_2 = \frac{K}{q} \frac{1}{r'^2 [1 - \frac{\vec{r}' \cdot \vec{\beta}_2}{r'}]} \left\{ (1 - \beta_2^2) \left( \frac{\vec{r}'}{r'} - \vec{\beta}_2 \right) + \frac{1}{c^2} \left[ \vec{\gamma}_2 \wedge \left( \frac{\vec{r}'}{r'} - \vec{\beta}_2 \right) \right] \wedge \vec{r}' \right\}$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 K}{q} \frac{1}{r'^3 \left( 1 - \frac{\vec{r}' \cdot \vec{\beta}_2}{r'} \right)^3} \left\{ (1 - \beta_2^2) (\vec{v}_2 \wedge \vec{r}') - \frac{\vec{r}'}{c} \wedge \left[ r' \left( 1 - \frac{\vec{r}' \cdot \vec{\beta}_2}{r'} \right) \cdot \vec{\gamma}_2 + (\vec{r}' \cdot \vec{\gamma}_2) \cdot \vec{\beta}_2 \right] \right\}$$

Ici  $\vec{v}_2$ ,  $\vec{\beta}_2$  et  $\vec{\gamma}_2$  sont pris à l'instant retardé  $\tau$ , défini implicitement par (voir figure 1) :

$$(4) \quad \vec{r}' = \vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(\tau) \quad ; \quad r' = |\vec{r}'|$$

$$\tau = t - \frac{r'}{c}$$

Contrairement au problème du choc coulombien, où le délai de propagation n'est pas pris en compte, l'ensemble des équations (2) pour chacun des électrons dans le champ (3) n'est pas soluble analytiquement. Nous allons ici en donner une solution approchée à l'ordre  $\beta^3$  dans le cas général et à l'ordre  $\beta^5$  dans le cas du choc frontal. De telles approximations sont d'ailleurs excellentes, comme on peut le voir dans le cas du choc frontal, d'après un calcul numérique publié récemment<sup>(9)</sup>.

Nous serons alors à même de calculer l'énergie "rayonnée" au sens habituel par chacun des électrons et qui est donnée par

$$(5) \quad \frac{2}{3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - \beta^2)^{-2} \left\{ \gamma^2 + \frac{(\vec{v} \cdot \dot{\gamma})^2}{c^2(1 - \beta^2)} \right\} dt$$

l'énergie "récupérée" par chaque électron,

$$(6) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} q \vec{E} \cdot \vec{v} dt$$

et enfin l'énergie perdue par l'ensemble des deux électrons dans le choc, et cédée au champ électro-magnétique, ce qu'on peut à juste titre appeler l'énergie rayonnée par le système dans le choc :

$$(7) \quad m \frac{v_1^2(t=-\infty)}{2} + m \frac{v_2^2(t=-\infty)}{2} - \left( m \frac{v_1^2(t=+\infty)}{2} + m \frac{v_2^2(t=+\infty)}{2} \right)$$

en négligeant les termes en  $\beta^2$ , dans cette expression (qui, on le verra, est déjà en  $\beta^5$ ).

### 3. RESOLUTION A L'ORDRE $\beta^3$

#### 3.1. Rayonnement de Lorentz de chaque électron

Considérons un des électrons, 1 par exemple ; le terme prépondérant de l'énergie du rayonnement qu'il émettrait s'il était tout seul mais suivait la trajectoire correspondant

au choc est, à des termes d'ordre supérieur en  $\beta$  près,

$$(8) \quad \Omega_R = - \frac{2}{3} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^2 dt$$

où  $\gamma$  est l'accélération, qu'il suffit alors de calculer à l'approximation d'ordre 0 en  $\beta$  (en fait elle est à l'ordre 1 puisque les termes suivants sont en  $\beta^2$ ), c'est-à-dire pour la trajectoire képlérienne correspondant à la seule force répulsive coulombienne.

Si on prend, dans le référentiel du centre de masse des coordonnées polaires (la trajectoire est plane)  $r, \phi$  (voir figure 2), on a en posant

$$K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2} m v_\infty^2$$

$$\phi_0 = \lim_{r \rightarrow \infty} \phi = - \lim_{t \rightarrow -\infty} \phi > 0$$

$$v_\infty = \lim_{t \rightarrow -\infty} |v|,$$

$$(9) \quad \frac{1}{r} = \frac{4m v_\infty^2}{K \operatorname{tg}^2 \phi_0} \left( \frac{\cos \phi}{\cos \phi_0} - 1 \right)$$

L'énergie  $\Omega_R$  vaut alors :

$$\Omega_R = - \frac{8m v_\infty^5}{3c^3} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \phi_0} \int_{-\phi_0}^{\phi_0} \left( \frac{\cos \phi}{\cos \phi_0} - 1 \right)^2 d\phi$$

soit

$$(10) \quad \Omega_R = - \frac{8m v_\infty^5}{3c^3} \frac{1}{\operatorname{tg}^3 \phi_0} [\phi_0 (3 + \operatorname{tg}^2 \phi_0) - 3 \operatorname{tg} \phi_0]$$

Dans le cas d'un choc frontal,  $\phi_0 \rightarrow 0$  et on a

$$(11) \quad \Omega_R(\text{frontal}) = -\frac{32}{45} m \frac{v_\infty^5}{c^3}$$

C'est une énergie considérable, comme on peut le voir sur l'exemple d'un gaz d'électrons à 1 torr et 300 K. On trouve en effet, si  $b$  est le paramètre d'impact,

$$(12) \quad b = \frac{Ktg\phi_0}{4mv_\infty^2}$$

que la puissance perdue par un électron dans les chocs est ( $n_e$  = densité électronique)

$$P_e = 2\sqrt{2} \pi n_e v \int_0^\infty \Omega_R(b) b db$$

soit, tous calculs faits

$$(13) \quad P_e = -\frac{\sqrt{2} \pi n_e v^2}{3c^3} \cdot \frac{1}{m} K^2$$

Si la distribution des vitesses est maxwellienne, on a donc pour tout le gaz d'électrons,

$$P_{\text{tot}} = -\frac{\sqrt{2} \pi K^2}{mc^3} n_e \frac{1}{2} \int_0^\infty v^2 n_e f(v) 4\pi v^2 dv$$

$$f(v) = \frac{m^{3/2}}{(2\pi kT)^{3/2}} e^{-mv^2/2kT}$$

soit

$$(14) \quad P_{\text{tot}} = -K^2 \frac{\pi\sqrt{2} kT}{c^3 m^2} n_e^2$$

La valeur numérique, à 1 torr et 300 K, est :

$$P_{\text{tot}} = -45 \text{ kW/m}^3$$

très élevée mais comparable, par exemple, à celle d'un plasma d'hydrogène dans des conditions similaires. La loi de Stefan-Boltzmann quant à elle donne la puissance maximale émise par un corps noir sphérique de  $1 \text{ m}^3$  à 300 K :

$$P_{\text{bb}} = \sigma T^4 S = 2.2 \text{ kW} < |P_{\text{tot}}|$$

Il est donc nécessaire, et c'est ce que nous allons voir, qu'il y ait une très importante récupération (ou autoabsorption).

### 3.2. Récupération de l'énergie émise

Une première approche consiste à calculer le travail de la force exercée, par exemple par l'électron 2 sur l'électron 1, à un ordre d'approximation suffisant pour pouvoir le comparer à l'énergie rayonnée calculée au paragraphe précédent.

On peut voir qu'un calcul des champs à l'ordre  $\beta^3$  est suffisant. On développe donc la trajectoire de l'électron 2 :

$$(15) \quad \begin{cases} \vec{r}_2(\tau) = \vec{r}_2(t) - \vec{v}_2(t)(t-\tau) + \frac{1}{2} \dot{\vec{v}}_2(t)(t-\tau)^2 - \frac{1}{6} \ddot{\vec{v}}_2(t)(t-\tau)^3 \\ \vec{v}_2(\tau) = \vec{v}_2(t) - \dot{\vec{v}}_2(t)(t-\tau) + \frac{1}{2} \ddot{\vec{v}}_2(t)(t-\tau)^2 \\ \dot{\vec{v}}_2(\tau) = \dot{\vec{v}}_2(t) - \ddot{\vec{v}}_2(t)(t-\tau) \end{cases}$$

qu'il suffit de reporter dans le système (4) pour avoir ( $t-\tau$ ) à l'ordre voulu :

$$(16) \quad t-\tau = \frac{r}{c} + \vec{\beta} \cdot \frac{\vec{r}}{c} + \frac{1}{2} \frac{r}{c} [\beta^2 - \frac{\dot{\vec{v}} \cdot \vec{r}}{c^2} + \frac{(\ddot{\vec{v}} \cdot \vec{r})^2}{r^2}] + \frac{\ddot{\vec{v}}}{c} \cdot \vec{\beta} [\beta^2 - \frac{\dot{\vec{v}} \cdot \vec{r}}{c^2}] + \frac{1}{2} \frac{r^2}{c^2} [\frac{1}{3} \frac{\ddot{\vec{v}} \cdot \dot{\vec{v}}}{c^2} - \frac{\dot{\vec{v}} \cdot \ddot{\vec{v}}}{c^2}]$$

On peut alors évaluer  $\vec{E}_2$ ,  $\vec{B}_2$  d'après (3) ; en posant  $\vec{r} = \vec{r}_1(t) - \vec{r}_2(t)$ , on a

$$\vec{E}_2 = \frac{K}{q} \frac{1}{r^3} \left[ \vec{r} - \frac{1}{2c^2} [r^2 \dot{\gamma}_2 + \vec{r}(\vec{r} \cdot \dot{\gamma}_2 - v_2^2 + 3\left(\frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{r}}{r}\right)^2)] + \frac{2}{3} \frac{r^3}{c^3} \dot{\gamma}_2 \right] \quad (17)$$

$$\vec{B}_2 = \frac{K}{qc^2} \frac{1}{r^3} (\vec{v}_2 \wedge \vec{r})$$

Ces expressions sont valables quelle que soit la trajectoire suivie par l'électron 2, à l'ordre  $\beta^3$  inclus (termes en  $\beta^4$  négligés).

Le travail exercé par 2 sur 1 a donc comme valeur

$$(18) \quad L = q \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}_2 \cdot \vec{v}_1 dt$$

On peut le calculer dans le cas des trajectoires coulombiennes (9), ce qui donne :

$$(19) \quad L = -\frac{mv_{\infty}}{tg\phi_0} \int_{-\phi_0}^{\phi_0} \left( \frac{v_{\infty}}{tg\phi_0} \frac{\sin\phi}{\cos\phi_0} + \frac{1}{c^2} \frac{v_{\infty}^3}{tg^3\phi_0} \frac{\sin\phi}{\cos\phi_0} \right) \times$$

$$\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\cos\phi}{\cos\phi_0} - 1 \right) \left( 7 - \frac{3\cos\phi}{\cos\phi_0} \right) - \frac{\sin^2\phi}{\cos\phi_0} \right] + \frac{8}{3c^3} \frac{v_{\infty}^4}{tg^4\phi_0} \times$$

$$\left\{ \frac{\sin^2\phi}{\cos\phi_0} \left( \frac{\cos\phi}{\cos\phi_0} - 1 \right) \left( 1 - \frac{3\cos\phi}{\cos\phi_0} \right) - \left( \frac{\cos\phi}{\cos\phi_0} - 1 \right)^3 \left( \frac{\cos\phi}{\cos\phi_0} + 1 \right) \right\} d\phi$$

Les deux premiers termes disparaissent par symétrie (ce qui est échangé dans la demi-trajectoire avant le choc est exactement compensé par ce qui est échangé dans la demi-trajectoire après le choc), et l'intégration du terme en  $1/c^3$  fournit

$$(20) \quad L = \frac{8mv_{\infty}^5}{3c^3} \frac{1}{tg^5\phi_0} [\phi_0(3 + tg^2\phi_0) - 3tg\phi_0]$$

C'est exactement l'opposé de  $\Omega_R$  donné par (10). On voit que, à cet ordre d'approximation, l'énergie rayonnée par l'un des électrons dans le choc est exactement compensée par le travail fourni par le champ *retardé* émis par l'autre électron. Autrement dit, à l'ordre  $\beta^3$ , toute l'énergie rayonnée par un électron est absorbée par l'autre.

### 3.3. Equations du mouvement dans le référentiel du centre de masse

La question qui se pose alors est de savoir si cette récupération est uniquement globale, c'est-à-dire valable seulement sur l'ensemble de la trajectoire, ou instantanée. Pour le voir il faut écrire les équations du mouvement des 2 électrons (à l'ordre  $\beta^3$  inclus). Partant de (2) et (17) on trouve :

$$(21) \quad m\dot{\gamma}_1 \left( 1 + \frac{3}{2} \beta^2 \right) = \frac{K}{r^3} \vec{r} + \frac{K}{2c^2} \frac{1}{r^3} [-r^2 \dot{\gamma}_2 + \vec{r}(-\vec{r} \cdot \dot{\gamma}_2 + v_2^2 - 3\left(\frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{r}}{r}\right)^2)] + \frac{2}{3c^3} K \dot{\gamma}_2 + \frac{2}{3c^3} K \dot{\gamma}_1 + \frac{K}{c^2} \frac{1}{r^3} \vec{v}_1 \wedge (\vec{v}_2 \wedge \vec{r}) + \mathcal{O}(\beta^4)$$

et une équation similaire pour l'électron 2.

Si le calcul est fait dans le référentiel du centre de masse, on a pour  $t \rightarrow -\infty$ ,  $\vec{v}_1(-\infty) = -\vec{v}_2(-\infty)$  et on voit que, la solution, unique, des équations (21) ne peut être que celle qui conserve cette symétrie, c'est-à-dire que, à tout instant  $\vec{r}_1 = -\vec{r}_2$ ,  $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$ ,  $\dot{\gamma}_1 = -\dot{\gamma}_2$  etc. L'ensemble des deux équations (21) se ramène alors à l'équation unique :

$$(22) \quad m\dot{\gamma} \left( 1 + \frac{3}{2} \beta^2 \right) = \frac{K\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2c^2} \frac{K}{r^3} [r^2 \dot{\gamma} + \vec{r}(3v^2 - 3\left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{r}\right)^2 + \vec{r} \cdot \dot{\gamma}) - 2\vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{r})] + \mathcal{O}(\beta^4)$$

On voit que les termes en  $\dot{\gamma}$  s'annulent l'un l'autre puisque

$\dot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_2 = 0$ . La compensation est donc exacte à l'ordre  $\beta^3$  : à tout instant la force de freinage est exactement annulée par la partie retardée du champ venant de l'autre électron.

On retrouve donc, mais avec une analyse plus fine, le fait que l'ensemble des deux électrons n'émet pas de rayonnement "dipolaire" (terme en  $\beta^3$ ), résultat qu'on établit d'habitude par la méthode du vecteur de Poynting.

#### 4. CHOC FRONTAL A L'ORDRE $\beta^5$

##### 4.1. Détermination du mouvement

Poursuivre le développement en  $1/c$  dans le cas général donne des formules extrêmement compliquées. Un calcul dans le cas du choc frontal, à une dimension donc, paraît suffisant pour mettre en évidence les principales propriétés intéressantes.

Le principe du calcul est le même que précédemment, il suffit de faire un développement des trajectoires  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  de chaque électron ( $r_1$  et  $r_2$  scalaires désormais), et de reporter dans les équations du mouvement (2), compte tenu des champs (3) et du calcul du retard donné par (4).

Le champ magnétique étant nul sur l'axe, il reste le champ électrique :

$$(23) \quad \vec{E}_2 = \frac{K}{q} \frac{1}{r^2} \left[ 1 - \beta_2^2 - \frac{\dot{\gamma}_2 r}{c^2} + \frac{2}{3} \frac{\dot{\gamma}_2 r^2}{c^3} + \frac{3}{4} \left( \frac{\dot{\gamma}_2 r}{c^2} \right)^2 + \beta_2 \frac{\dot{\gamma}_2 r}{c^3} - \frac{1}{4} \frac{\ddot{\gamma}_2 r^3}{c^4} \right. \\ \left. + \frac{4}{3} \beta_2^2 \frac{\dot{\gamma}_2 r^2}{c^3} + 2\beta_2 \left( \frac{\dot{\gamma}_2 r}{c^2} \right)^2 - \frac{2}{3} \beta_2 \frac{\ddot{\gamma}_2 r^3}{c^4} - \frac{4}{3} \frac{\dot{\gamma}_2 r}{c^2} \frac{\dot{\gamma}_2 r^2}{c^3} + \frac{1}{15} \frac{\ddot{\gamma}_2 r^4}{c^5} \right] + \mathcal{O}(\beta^6)$$

et une expression similaire pour  $\vec{E}_1$ .

Si on conserve l'équation de Lorentz-Abraham (2), on trouve une force de freinage sur 1

$$(24) \quad F_R = \frac{K}{r^2} \left[ \frac{2}{3} \frac{\dot{\gamma}_1 r^2}{c^3} + 2\beta_1 \left( \frac{\dot{\gamma}_1 r}{c^2} \right)^2 + \frac{4}{3} \beta_1^2 \frac{\dot{\gamma}_1 r^2}{c^3} \right] + \mathcal{O}(\beta^6)$$

et l'équation du mouvement de 1 devient :

$$(25) \quad \frac{m\dot{\gamma}_1}{(1-\beta_1^2)^{3/2}} = qE_2 + F_R + \mathcal{O}(\beta^4)$$

Là encore, dans le référentiel du centre de masse, le mouvement reste symétrique et peut être décrit par l'équation unique :

$$(26) \quad m\dot{\gamma} = \frac{K}{r^2} \left[ 1 - \frac{5}{2} \beta^2 + \frac{\dot{\gamma} r}{c^2} + \frac{15}{8} \beta^4 - \frac{3}{2} \beta^2 \frac{\dot{\gamma} r}{c^2} + \frac{3}{4} \left( \frac{\dot{\gamma} r}{c^2} \right)^2 + \beta \frac{\dot{\gamma} r^2}{c^3} \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{\ddot{\gamma} r^3}{c^4} - \frac{2}{3} \beta \frac{\ddot{\gamma} r^3}{c^4} - \frac{4}{3} \frac{\dot{\gamma} r}{c^2} \frac{\dot{\gamma} r^2}{c^3} - \frac{1}{15} \frac{\ddot{\gamma} r^4}{c^5} \right] + \mathcal{O}(\beta^6)$$

En posant  $x = r_1 = r/2$ , l'équation (26) se ramène par approximations successives à

$$(27) \quad \dot{\gamma} = \frac{K}{4mx^2} \left( 1 - \frac{5}{2} \beta^2 + \frac{15}{8} \beta^4 \right) + \frac{K^2}{8m^2 c^2 x^3} \left( 1 - 2\beta^2 - \frac{16}{5} \beta^3 \right) \\ + \frac{K^3}{64m^3 c^4 x^4} \left( 3 + \frac{128}{15} \beta \right) + \mathcal{O}(\beta^6)$$

avec  $\beta = \dot{x}/c$ ,  $\dot{\gamma} = \ddot{x}$ . On peut ensuite calculer la variation d'énergie cinétique dans le choc, de  $t = -\infty$  à  $t = +\infty$  qu'on trouve être <sup>(11)</sup>, pour chaque électron

$$(28) \quad \frac{1}{2} m v^2(t = -\infty) - \frac{1}{2} m v^2(t = +\infty) = \frac{64}{1575} m \frac{v^7(t = -\infty)}{c^5}$$

d'où l'énergie "rayonnée", avec  $v_\infty = v(t = -\infty)$

$$(29) \quad W_R = \frac{128}{1575} m \frac{v_\infty^7}{c^5},$$

c'est-à-dire enlevée à l'énergie cinétique des électrons après le choc, quand ceux-ci sont de nouveau assez éloignés pour que leur énergie d'interaction soit nulle. Il faut noter que cette formule (29) est également celle qu'on aurait trouvée en uti-

lisant l'expression du rayonnement quadripolaire<sup>(13)</sup> calculée par la méthode du vecteur de Poynting, nous reviendrons plus loin sur ce point.

Nous avons porté sur les figures jointes en appendice quelques grandeurs caractéristiques des trajectoires, distance minimale d'approche, accélération maximale, perte d'énergie mécanique, en fonction de la vitesse initiale

$\beta_{\infty} = \frac{v(t = -\infty)}{c}$  avant le choc. Elles sont déduites du calcul présenté ici et nous donnons, pour comparaison, les mêmes courbes déduites d'une intégration purement numérique<sup>(9)</sup>. On constate pour l'essentiel un bon accord, même pour des valeurs a priori assez élevées de  $\beta_{\infty}$ .

Une différence subsiste cependant dans le cas de l'énergie perdue où notre courbe s'écarte notablement, même pour  $\beta_{\infty} = 0,3$ , de celle résultant du calcul numérique. Or notre formule (28), est justement confirmée par la valeur de l'énergie rayonnée pendant toute la durée du choc, calculée à l'aide du flux du vecteur de Poynting à l'infini.

Nous donnons également, et c'est ce qui nous paraît le plus suggestif, la variation du module du champ émis dans le choc, en fonction du temps. On s'aperçoit que, malgré la faiblesse de l'énergie rayonnée, ce champ est émis en un temps très bref, de l'ordre de  $10^{-13}$  s à 300 K. Ce résultat est tout à fait du même ordre de grandeur que la période que l'on peut attribuer aux photons correspondant au maximum du rayonnement thermique d'équilibre à 300 K :  $3 \cdot 10^{-14}$  s. Au contraire, l'application de la formule  $W_R = hv$  donnerait le résultat inacceptable de  $7 \cdot 10^4$  s.

#### 4.2. Perte d'énergie et variation des vitesses

Numériquement, dans le cas vu au § 3, on trouve ainsi

$$W_R = 9 \cdot 10^{-39} \text{ J par choc.}$$

Ceci est d'un ordre de grandeur  $10^8$  fois faible que l'énergie

du rayonnement dipolaire (11) émis par un électron isolé, suivant la même trajectoire.

Cette énergie peut paraître faible par rapport à celle du rayonnement thermique d'équilibre, et encore plus vis-à-vis de l'énergie de translation du gaz. Néanmoins, elle permet de se faire une première idée d'un mécanisme pouvant amener le gaz d'électrons à son équilibre thermodynamique.

Plaçons-nous en effet dans le référentiel du laboratoire. Là, les vitesses des deux particules effectuant un choc frontal n'ont aucune raison d'être égales et opposées. Soient  $v_1(-\infty)$  et  $v_2(-\infty)$  leurs vitesses à  $t = -\infty$ , c'est-à-dire longtemps avant le choc. On voit facilement en se servant des calculs précédents que leurs vitesses longtemps après le choc,  $v_1(\infty)$  et  $v_2(\infty)$  pour  $t = \infty$  sont telles que

$$(30) \quad \begin{aligned} v_1(\infty) &= v_2(-\infty) + w \\ v_2(\infty) &= v_1(-\infty) - w \end{aligned}$$

où, d'après (29), à des termes d'ordre supérieur près,

$$(31) \quad w = \frac{1}{1575} \left| \frac{v_1(-\infty) - v_2(-\infty)}{c} \right|^5 [v_1(-\infty) - v_2(-\infty)]$$

On peut en tirer deux conséquences qui vont dans le même sens. Dans tous les cas on a

$$(32) \quad |v_1^2(\infty) - v_2^2(\infty)| = |v_2^2(-\infty) - v_1^2(-\infty)| \times \left( 1 - \frac{2}{1575} \left| \frac{v_1(-\infty) - v_2(-\infty)}{c} \right|^5 \right)$$

c'est-à-dire que la différence des carrés des vitesses tend à diminuer à chaque choc. Mais ceci ne veut pas nécessairement dire qu'il y a tendance à l'égalisation des vitesses. Il peut simplement y avoir diminution simultanée des modules des vitesses des deux électrons.



Ceci est effectivement le cas dans un choc où les deux électrons vont en sens inverse l'un de l'autre ; comme on peut le voir d'après (30) et (31). Mais, lorsque l'une des deux particules, disons 1, rattrape l'autre, par exemple si  $0 < v_2(-\infty) < v_1(-\infty)$  on a  $w > 0$  et  $0 < v_1(\infty) < v_2(\infty)$  d'où

$$0 < v_2(\infty) - v_1(\infty) = v_1(-\infty) - v_2(-\infty) - 2w$$

c'est-à-dire que la différence des modules des vitesses a diminué après le choc.

Le rayonnement tend donc non seulement à "refroidir" globalement les électrons, mais aussi à uniformiser leurs vitesses, et ceci va dans le sens d'un retour à l'équilibre thermodynamique.

##### 5. QUELQUES REMARQUES POUR CONCLURE

Dans le cas du choc frontal, on retrouve l'expression usuelle du rayonnement quadripolaire en  $v^2/c^5$ . Ceci peut sembler en contradiction avec les critiques formulées dans l'introduction vis-à-vis de l'emploi du flux du vecteur de Poynting. L'explication se trouve dans le fait que, le mouvement des électrons devenant uniforme quand  $t \rightarrow \infty$ , la différence entre les deux modes de calcul ne peut apparaître dans le premier terme du développement de l'énergie rayonnée, mais seulement dans les termes suivants, comme un calcul plus détaillé le fait apparaître<sup>(15)</sup>.

Mais l'analyse locale faite ici souligne deux choses : d'une part l'importance du retard de propagation du champ (c'est lui qui permet la compensation à tout instant du terme de rayonnement dipolaire en  $v^5/c^3$ ), y compris dans le phénomène de récupération d'énergie, qui apparaît ainsi de nature irréversible ; d'autre part, l'importance énergétique du champ de rayonnement, ou plutôt d'accélération, même à courte distance.

En ce qui concerne les équations approchées du mouvement, on aura remarqué que, bien que partant de l'équa-

tion de Lorentz-Abraham, nous n'avons pas rencontré de difficultés liées aux solutions parasites ("divergentes") de cette équation. Cela tient à ce que nous avons développé les solutions autour de la solution physique du problème, unique solution d'ailleurs de l'équation intégrodifférentielle qui apparaît dans la méthode de développement en fonction du rayon de la particule<sup>(10,14)</sup>.

Enfin, dans le cas d'un tel système sans degrés de liberté internes, (gaz d'électrons, gaz noble à température telle que seule le fondamental est occupé) on voit qu'il paraît possible, et intéressant, d'aborder le problème du rayonnement et de l'équilibre thermodynamique par l'électromagnétisme classique, au moins pour les phénomènes dans lesquels les parois (qui, elles, accomplissent des transitions quantiques) jouent un rôle négligeable.

## REFERENCES

- 1) F. FER, *Dynamical Systems and Microphysics*, Academic Press, N.Y. 1982.
- 2) F. FER, *L'irréversibilité, fondement de la stabilité du monde physique*, Paris, Gauthier-Villars, 1977.
- 3) I. PROGOGINE, *Physique, temps et devenir*, Paris, Masson, 1980.
- 4) A. EINSTEIN, *Phys. Zeit.*, 18, 121 (1917).
- 5) W. PAULI, *Z. Physik*, 18, 272 (1923).
- 6) G.A. SCHOTT, *Phil. Mag. Suppl.*, 7, 752 (1933).
- 7) A.J. DEVANEY and E. WOLF, *Phys. Rev. D*, 8, 1044 (1973) ; D. FARGUE, *C.R.A. Sc.*, Paris 293, 337 (1981).
- 8) M. ABRAHAM, *Theorie der Elektrizität*, 1908.
- 9) J. HUSCHILT and W.E. BAYLIS, *Phys. Rev. D*, 13, 3256 (1976); *ibidem* 13, 3262 (1976) ; *ibidem* 17, 985 (1978).
- 10) H. ARZELIES, *Rayonnement et dynamique du corpuscule chargé fortement accéléré*, Paris, Gauthier-Villars, 1966.
- 11) Cfr. G. FERRARO, D. FARGUE and F. FER, *N. Cimento*, à paraître.
- 12) H. GOLDSTEIN, *Classical Mechanics*, Reading, Add. Wesley, 1965.
- 13) L. LANDAU and LIFSHITZ, *Théorie des champs*, ed. Mir, Moscou.
- 14) D. FARGUE, Thèse, 1974.
- 15) Proton-positron collision in classical electrodynamics : local dynamics and radiation.

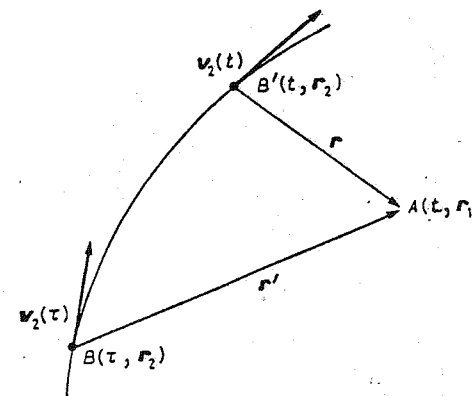


Fig. 1

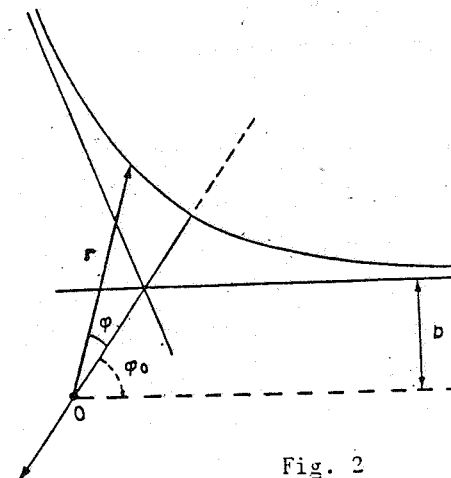


Fig. 2

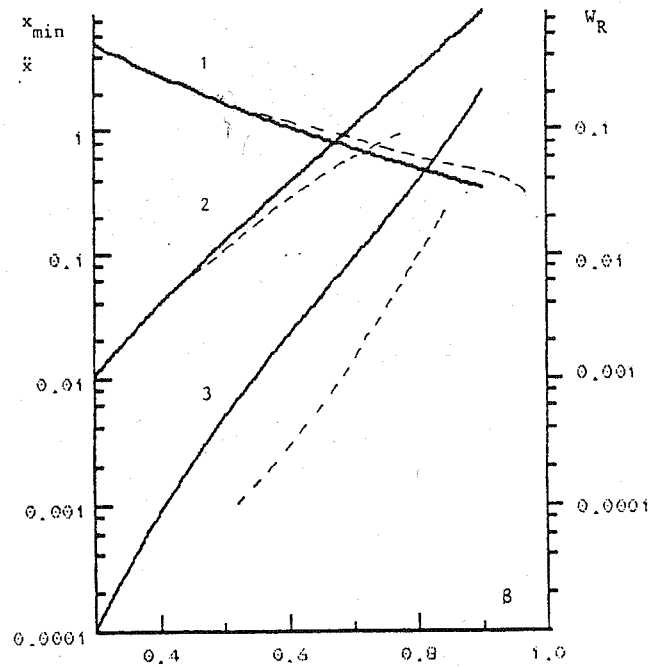


Fig. 3 : Quelques caractéristiques des trajectoires en fonction de  $\beta$ . En trait plein nos résultats par développement en  $\beta$ , en tirets, ceux résultant d'une intégration numérique<sup>(1)</sup>.

- 1 : distance minimale d'approche (échelle de gauche)
- 2 : accélération  $\ddot{x}$  maximale (échelle de gauche)
- 3 : énergie rayonnée par électron (échelle de droite)

Unités réduites, c'est-à-dire ici

$$\lambda_0 = q^2 / (4\pi\epsilon_0 mc^2) = 2,81 \cdot 10^{15} \text{ m}, \quad \tau_0 = \lambda_0 / c = 0,938 \cdot 10^{-23} \text{ s},$$

$$W_0 = mc^2 = 0,519 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

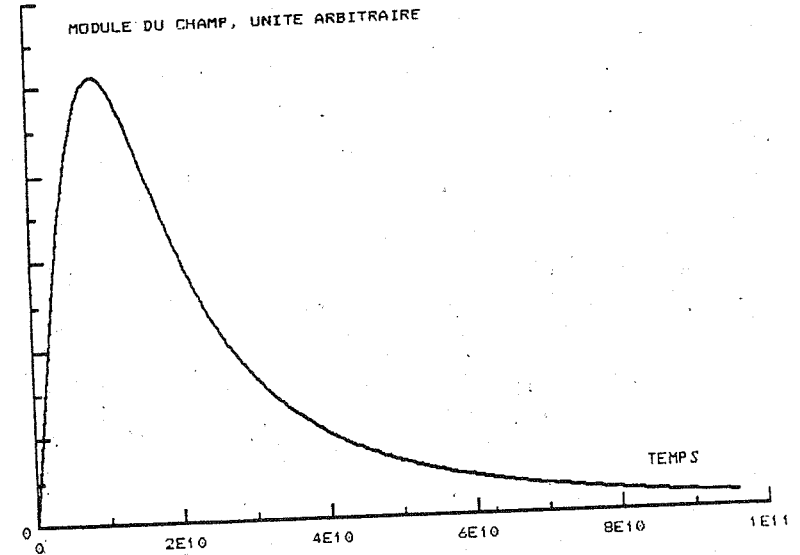


Fig. 4

Evolution du module du champ rayonné en fonction du temps écoulé à partir du choc. L'unité de champ est arbitraire (il dépend en outre du point d'observation), unité de temps  $\tau_0 = 0,938 \cdot 10^{-23} \text{ s}$ .

Vitesse initiale égale à la vitesse moyenne à 300 K.