Annales de la Fondation Louis de Broglie,
Vol. 10, n° 2, 1985

L'atome d'hydrogène et l'électrodynamique stochastique

par M. SURDIN

Centre de Faibles Radioactivités,
Laboratoire Mixte CNRS-CEA
91190 GIF-SUR-YVETTE

(manuscrit reçu le 26 Mars 1985)

Résumé : On utilise le concept qui attribue une nature électromagnétique à l'onde de de Broglie pour établir une équation de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène.

L'énergie de rayonnement perdue par l'électron tournant sur son orbite est compensée par l'énergie électromagnétique fournie par le champ de zéro de l'Electrodynamique Stochastique. Cette notion conduit au calcul de la durée de vie d'un état excité d'ordre n.

Introduction

L'étude de l'atome d'hydrogène dans le cadre de l'Electrodynamique Stochastique (EDS) n'a pas encore reçu une conclusion satisfaisante. Claverie et Soto dans une étude[1], que l'on pourrait qualifier de représentative, ont considéré l'équation de Fokker-Planck relative à l'atome d'hydrogène. Ils ont conclu que des modifications drastiques de l'EDS doivent être envisagées si on désire obtenir des résultats en accord avec ceux de la Mécanique Quantique (MQ).

L'étude de l'atome d'hydrogène rentre, tout naturellement, dans le programme général du développement de l'EDS. Toutefois, le présent auteur ne l'a pas considérée comme une tâche urgente. Ceci est dû, essentiellement, au fait que l'on disposait d'une équation (modifiée) de Schrödinger, obtenue dans le cadre de l'EDS [2]. Ainsi, si nécessaire, on pouvait moyennant des approximations raisonnables, appliquer cette équation au problème de l'atome d'hydrogène. Cependant, comme récemment, utilisant le concept du Champ de Zéro, Surdin [3] a suggéré que l'onde de de Broglie serait de nature électromagnétique, on pouvait alors envisager une nouvelle approche de ce problème.

Au cours des deux dernières décennies plusieurs publications sur l'EDS ont paru, où divers problèmes de microphysique ont été étudiés. Il est bien connu, maintenant, que l'EDS est une théorie classique à laquelle s'ajoute un postulat fondamental, à savoir : l'existence au zéro absolu de température d'un champ électromagnétique fluctuant universelle Champ de Zéro (CDZ). On peut trouver des revues générales récentes sur l'EDS dans [4,5].

L'application des considérations thermodynamiques comme celles utilisées par Wien pour établir sa fameuse loi, permet d'obtenir l'expression de la densité spectrale énergétique du CDZ.

On a

$$\varepsilon(\omega) = \frac{K.\omega^3}{\pi.c^3} \tag{1}$$

où ω est la pulsation, c la vitesse de la lumière et K une constante ayant les dimensions d'une action. L'application de l'invariance Lorentzienne au spectre du CDZ conduit au même résultat.

Comme énoncé plus haut, l'étude de divers problèmes de microphysique dans le cadre de l'EDS a conduit à des résultats intéressants. La plupart de ces résultats ont leurs équivalences en M.Q. si l'on pose $K \equiv \hbar$.

Tenant compte des résultats déjà obtenus on peut considérer que les phénomènes physiques, d'une façon ou d'une

autre, sont liés au CDZ. Il apparaît raisonnable d'attribuer l'origine de toutes les lois de la physique au Champ de Zéro.

Dans ce qui suit on se propose, tout d'abord, de montrer comment l'utilisation de la notion du CDZ et celle de l'onde de de Broglie (électromagnétique) peut mener à l'équation de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène. On pourrait considérer cette première partie comme triviale ; la seconde partie, où on étudie la durée de vie d'un état excité, serait moins triviale.

L'équation des ondes électromagnétiques et l'équation de Schrödinger

Etant donné que l'onde de de Broglie est une onde électromagnétique, sa propagation est régie par une équation appropriée, à savoir :

$$\nabla^2\psi + k^2\psi = 0 \tag{2}$$

où k est le nombre d'ondes et ψ est l'onde de de Broglie, correspondant soit à une fonction scalaire ou à un vecteur, tel le vecteur complexe de Hertz.

Selon l'éq.(11) du [3b] on a

$$k^2 = p^2/K^2 \tag{3}$$

où p est l'impulsion totale de l'électron. L'éq.(3) peut s'écrire

$$k^2 = \frac{2m}{K^2} \cdot \frac{p^2}{2m} = \frac{2m}{K^2}(E - V) \tag{4}$$

où E est l'énergie totale de l'électron et V son énergie potentielle, m est la masse de l'électron.

Pour l'atome d'hydrogène on a

$$k^2 = \frac{2m}{K^2}\left(E + \frac{e^2}{r}\right) \tag{5}$$

où e est la charge électrique élémentaire.

Finalement, l'éq.(2) devient

(6) $$\nabla^2\psi + \frac{2m}{K^2}(E + \frac{e^2}{r})\psi = 0$$

c'est l'équation de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène.

Utilisant des coordonnées appropriées, il vient

(7) $$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{r^2}(r\psi) + \frac{1}{r^2\sin\theta}(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{2m}{K^2}(E + \frac{e^2}{r})\psi=0$$

On sait qu'il n'est pas nécessaire de spécifier la nature de ψ pour connaître les niveaux d'énergie permis, qui sont donnés par

(8) $$E_n = -\frac{me^4}{2K^2.n^2} \quad ; \quad n = 1,2,3,...$$

Le rayon moyen r_n de l'orbite d'ordre n est donné par

(9) $$r_n = n^2K^2/(e^2m)$$

Cette relation a déjà été obtenue dans le cadre de l'EDS[6] pour un atome d'hydrogène à symétrie sphérique, où l'énergie de l'atome est fournie par le CDZ. On montre aussi que la pulsation moyenne de l'électron sur une orbite d'ordre n est donnée par

(10) $$\omega_n = \frac{e^2}{nKr_n} .$$

<u>Durée de vie d'un état excité d'ordre n</u>

Puisque l'EDS est une théorie classique on doit tenir compte de la puissance rayonnée par l'électron tournant sur son orbite. La stabilité de l'orbite ne sera assurée que si la puissance rayonnée est exactement compensée par celle fournie à l'atome par le CDZ.

En mécanique classique l'orbite d'un corps soumis à une force centrale est plane. Ici, toutefois, en plus de la force centrale de l'électron subit aussi l'action du

CDZ. Ainsi, l'électron ne se meut pas dans le plan défini par les conditions initiales mais plutôt sur une sphère de rayon moyen donné par l'éq.(9). On peut, cependant, considérer qu'une orbite parcourue une seule fois, est plane et que dans ce plan sa pulsation est donnée par l'éq.(10).

Dans ce qui suit on admet que l'énergie rayonnée par l'électron à la fréquence ω_n est compensée par l'énergie fournie par le CDZ à la même fréquence et contenue dans la sphère de rayon r_n. Soit

(11) $$\Delta W_z = \frac{4\pi}{3}.r_n^3.\frac{K\omega_n^3}{\pi c^3}.\Delta\omega_n = \frac{4}{3}(\frac{r_n.\omega_n}{c})^3 K\Delta\omega_n .$$

Combinant les éq.(10) et (11), on obtient

(12) $$\Delta W_z = \frac{4}{3n^3}(\frac{e^2}{Kc})^3 K\Delta\omega_n .$$

Le nombre d'ondes relatif à l'orbite n est donné en combinant les éqs.(5), (8) et (9), il vient

(13) $$k = \frac{e^2m}{nK^2} = m\omega_n r_n/K = mv_n/K$$

Ainsi, la vitesse de groupe de l'onde électromagnétique de fréquence ω_n est $v_n = \omega_n r_n$ et le temps T_n nécessaire pour remplir, ou vider, une sphère de rayon $2r_n$ de son rayonnement électromagnétique est

(14) $$T_n = 2r_n/v_n = \frac{2}{\omega_n} .$$

La puissance instantanée rayonnée par un électron non relativiste est donnée par

(15) $$P = \frac{2}{3}.\frac{e^2}{c^3}.\dot{v}_n^2 = \frac{2}{3}.\frac{e^2}{c^3}.r_n^2.\omega_n^4$$

où $\dot{v}_n$ est l'accélération de l'électron sur l'orbite d'ordre n. Portant l'éq.(10) dans l'éq.(15), on obtient

(16) $$P = \frac{2}{3n^2}\left(\frac{e^2}{Kc}\right)^3 K\omega_n^2$$

L'énergie rayonnée, émise pendant le temps T_n est alors

(17) $$W_r = PT_n = \frac{4}{3n^2}\left(\frac{e^2}{Kc}\right)^3 K.\omega_n \ .$$

Pour une largeur de bande $\Delta\omega_n$, l'éq.(17) devient

(18) $$\Delta W_r = \frac{4}{3n^2}\left(\frac{e^2}{Kc}\right)^3 K\Delta\omega_n .$$

Si on tient compte du fait que la fluctuation du rayon r_n est donnée par $\Delta r_n = \pm r_n$, le temps T_n de l'éq.(14) est relatif à la propagation de l'onde é.m. le long de $r_n + |\Delta r_n| = 2r_n$. A cette distance du centre ($2r_n$) le rayonnement é.m., parti du centre, a cessé d'agir sur l'électron.

La différence entre les éqs.(18) et (12) est

(19) $$\delta W_n = \Delta W_r - \Delta W_z = \frac{4}{3}\cdot\frac{n-1}{n^3}\left(\frac{e^2}{Kc}\right)^3 K\Delta\omega_n \ .$$

Ainsi, c'est seulement pour l'état fondamental $n = 1$ que l'énergie rayonnée est exactement compensée par l'énergie fournie par le CDZ. Pour toutes les autres orbites, avec $n \neq 1$, δW_n est positif c'est-à-dire l'électron perd de l'énergie et doit, éventuellement, tomber sur une orbite d'ordre n plus petit.

Il est maintenant possible d'estimer la durée de vie τ_n d'un état excité d'ordre n. L'électron restera sur l'orbite d'ordre n aussi longtemps que l'énergie totale qu'il aura perdue sera inférieure à la largeur de la raie relative à l'orbite ($\simeq K.\Delta\omega_n$). Comme les largeurs des raies correspondantes à l'orbite d'ordre n et à celle du rayonnement émis par l'électron tournant sont identiques, la durée de vie est donnée par

(20) $$\tau_n \cong T_n \frac{K\Delta\omega_n}{\delta W_n} = \frac{3}{4}\cdot\frac{n^3}{n-1}\left(\frac{Kc}{e^2}\right)^3\cdot\frac{2}{\omega_n}$$

Combinant les éqs.(9), (10) et (20) on obtient

(21) $$\tau_n \cong \frac{3}{2}\cdot\frac{n^6}{n-1}\left(\frac{Kc}{e^2}\right)^5 K/(mc^2)$$

Si on considère, à titre d'exemple, une orbite d'ordre $n = 3$, on a $\tau_3 \cong 3\times10^{-8}$ sec.

L'éq.(21) montre que la durée de vie de l'état fondamental $\tau_1(n = 1)$ est infinie. Pour les orbites dont $n \gg 1$ la durée de vie augmente comme n^5.

Le rayonnement é.m. émis par l'électron tournant sur l'orbite est restitué au CDZ. Si le mouvement de l'électron était contenu dans un plan unique, ce rayonnement serait polarisé dans ce plan. Cependant, du fait que la position du plan de l'orbite change aléatoirement dans l'espace, le rayonnement é.m. émis par l'électron et restitué au CDZ a un plan de polarisation aléatoire, comme c'est le cas du CDZ.

REFERENCES

[1] P. Claverie et E. Soto, J. Math Phys. 23 (1980) p. 753

[2] M. Surdin, I^{al} J. Theoret. Phys. 4 (1971) p. 117

[3] M. Surdin, (a) Ann. Fond. Louis de Broglie, 4 (1979) p. 139

(b) Found. Phys. 12 (1982) p. 873

[4] T.H. Boyer, dans : Foundations of Radiation Theory and Quantum Mechanics, O.A. Barut Ed (Plenum Press, New York, 1981)

[5] M. Surdin, dans : Old and New Questions in Physics, Cosmology, Philosophy and Theoretical Biology, A. van der Merwe Ed (Plenum Press, New York, 1983)

[6] M. Surdin, I^{al} J. Theoret. Phys. 14 (1975) p. 207.