Annales de la Fondation Louis de Broglie,
Vol. 11, n° 1, 1986

Propriétés cinématiques des particules matérielles et des ondes stationnaires du champ

par Claude ELBAZ

17 rue des Jokos
92330 SCEAUX

Travail exposé le 16 Décembre 1985
devant le Séminaire de la Fondation

Résumé : Les propriétés cinématiques des ondes stationnaires du champ de célérité c, vitesse de la lumière, sont formellement identiques aux propriétés cinématiques des particules matérielles. Les équations de la mécanique relativiste pour une particule correspondent à l'approximation de l'optique géométrique pour l'onde stationnaire, et les équations de la mécanique quantique correspondent à celle de la diffraction.

La transformation de Lorentz est spécifique des ondes stationnaires du champ.

La longueur d'onde Compton d'une particule est associée à une fonction d'amplitude u, exactement comme sa longueur d'onde de de Broglie est associée à la fonction d'onde ψ*. Les conditions de quantification des atomes expriment que les fréquences de la fonction d'amplitude sont les harmoniques ou les sous-harmoniques d'une fréquence fondamentale de base.*

I - INTRODUCTION

II - ONDE PLANE

1 - Onde stationnaire plane au repos

2 - Onde stationnaire plane en translation uniforme

a - Groupe de Lorentz

b - Propriétés cinématiques des ondes stationnaires

c - Onde stationnaire et groupe de Lorentz

3 - Ondes progressives et groupes retardé ou avancé

4 - Applications

III - DOMAINE DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

1 - Onde stationnaire en translation presque uniforme

2 - Onde de phase

3 - Onde d'amplitude

4 - Applications

a - Atome d'hydrogène

b - Atomes hydrogènoides

IV - DOMAINE DE LA DIFFRACTION

1 - Approximation de la diffraction

2 - Ondes stationnaires du champ

3 - Propriétés cinématiques des particules matérielles

V - CONCLUSION

I - INTRODUCTION

L'onde progressive plane du champ se présente comme une entité physique douée de propriétés caractéristiques bien définies. Elle se déplace sans se déformer (invariance par translation de célérité c), et possède une périodicité dans l'espace à un instant donné (longueur d'onde) et dans le temps en un point donné (période).

L'onde stationnaire du champ, obtenue par superposition de deux ondes progressives de sens inverse, se comporte comme une nouvelle entité physique, douée de propriétés spécifiques distinctes des ondes progressives composantes. Du point de vue mathématique, il est bien connu que les propriétés d'un ensemble sont distinctes, et de nature différente, des propriétés des éléments qui le constituent. Du point de vue physique, on sait que le phénomène d'interférences obtenu par superposition des rayonnements en provenance de deux sources, est distinct des propriétés de chacun des rayonnements considéré séparément.

Nous proposons d'étudier les propriétés cinématiques des ondes stationnaires du champ en relation avec celles, bien connues, des particules matérielles. Nous montrerons que les équations sont formellement identiques, aussi bien dans le domaine de la mécanique classique relativiste, que dans celui de la mécanique quantique relativiste.

Une telle correspondance n'est pas surprenante si on rappelle que les ondes stationnaires ont joué un rôle central dans la thèse de L. De Broglie [1] où il avait associé un "phénomène périodique ... répandu dans une portion étendue de l'espace" à toute particule matérielle au repos. Mais, avec la phase, il n'avait utilisé qu'une partie des propriétés des ondes stationnaires du champ [2]. On sait que ses travaux avaient été à l'origine de ceux de Schrodinger, comme celui-ci l'avait lui-même mentionné [3].

L. De Broglie et Schrodinger avaient explicitement utilisé l'analogie entre les équations de la mécanique analytique et celles de l'optique. En conséquence, l'onde stationnaire du champ a eu un rôle important dans la construction de

la mécanique quantique.

D'un autre côté, nous avons montré dans un travail récent, que l'expérience de Michelson-Morley est basée sur la vérification du comportement des ondes stationnaires du champ quand elles sont en translation [4]. Il n'est donc pas surprenant non plus de trouver une analogie avec certaines propriétés relativistes des particules matérielles [5].

Du point de vue historique, l'optique s'est développée avec d'abord la propagation en ligne droite (onde plane), puis la propagation par rayons (optique géométrique), et enfin l'optique ondulatoire avec en particulier la diffraction.

C'est l'ordre de présentation que nous avons adopté.

II - ONDE PLANE

1 - Onde stationnaire plane au repos

Lorsqu'on superpose deux ondes progressives planes de célérité c, de même fréquence et se propageant en sens inverse le long d'un axe Ox, l'une retardée

(1) $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$ avec $\omega_0 = k_0 c$

et l'autre avancée, $\cos(\omega_0 t + k_0 x)$, on obtient une onde stationnaire

(2) $\varepsilon(x,t) = 2\cos k_0 x . \cos\omega_0 t = 2u(x).\psi(t)$

Mathématiquement, la solution stationnaire de l'équation d'onde

(3) $\Box\varepsilon = 0$

s'exprime par le produit de deux fonctions, dont l'une, $u(x)$ ne dépend que des coordonnées, est la fonction d'amplitude, et l'autre, ne dépend que du temps, et est la fonction de phase.

L'onde stationnaire (2) est au repos en ce sens que les points caractéristiques, comme les noeuds $u(x) = 0$, restent immobiles dans l'espace et ne se déplacent pas le long de l'axe Ox au cours du temps.

2 - Onde stationnaire plane en translation uniforme

Lorsque les fréquences $\omega_1 = k_1 c$, $\omega_2 = k_2 c$ de l'onde retardée et de l'onde avancée sont différentes, on obtient

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t + k_2 x)$$

(4) $$\varepsilon = 2\cos(\omega t - \beta k x)\cos(kx - \beta\omega t)$$

$$\varepsilon = 2u(x,t).\psi(x,t)$$

en posant

(5) $$\begin{cases} \omega = \dfrac{\omega_1+\omega_2}{2} = \dfrac{k_1+k_2}{2}\, c = kc \\ \beta = \dfrac{\omega_1-\omega_2}{\omega_1+\omega_2} \end{cases}$$

On peut alors, à partir de (5), écrire ω_1 et ω_2 sous la forme

(6) $\omega_1 = \omega(1 + \beta)$ $\qquad$ $\omega_2 = \omega(1 - \beta)$

On remarque que, en tenant compte de (5) on peut écrire

(7) $kx - \beta\omega t = k(x - vt)$

en posant

(8) $v = \beta c$

et

(9) $\omega t - \beta k x = \omega(t - \frac{vx}{c^2})$

Il est donc possible d'écrire ε, donné par (4), sous la forme d'une onde stationnaire dans un repère en translation de vitesse v en posant simultanément

(10) $$kx - \beta\omega t = k_0 x'$$

(11) $$\omega t - \beta k x = \omega_0 t'$$

soit encore

(12) $$\begin{cases} x' = \frac{1}{\gamma}(x - vt) \\ t' = \frac{1}{\gamma}(t - \frac{vx}{c^2}) \end{cases}$$

avec, d'après (1) et (5)

(13) $$\frac{k}{k_0} = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\gamma}$$

Le coefficient γ, directement lié à la valeur de ω_0, peut être choisi arbitrairement, alors que d'après (5), ω est défini par la moyenne arithmétique des fréquences ω_1 et ω_2 des ondes planes progressives composantes.

ε, qui d'après (4), (10) et (11) peut s'écrire

$$\varepsilon = 2\cos k_0 x' . \cos\omega_0 t'$$

représente alors une onde stationnaire dans le repère (x',t') en translation uniforme de vitesse v par rapport au repère (x,t).

Alors que dans le repère (x,t) les noeuds de la fonction d'amplitude sont, d'après (7) et (8) en translation de vitesse v, ils sont au repos dans le repère (x',t'), lui-même en translation de vitesse v par rapport à (x,t). La phase $\psi(t')$ est la même en tous points x' du repère (x',t') alors que, d'après (9), elle se propage à la vitesse $V = c^2/v$ par rapport au repère (x,t).

a - Groupe de Lorentz

Pour déterminer la valeur numérique du coefficient γ, nous écrirons, outre l'égalité entre les fonctions $\varepsilon(\omega_0)$ et $\varepsilon(\omega)$ données par (2) et (4), l'égalité entre les fonctions d'iconale

(14) $$I = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right)^2 - (\nabla\varepsilon)^2$$

qui font intervenir les dérivées partielles par rapport à x et à t.

Une telle fonction permet de discriminer, parmi l'ensemble des solutions de l'équation d'onde (3), les ondes stationnaires d'une part, et les ondes progressives d'autre part.

On vérifie aisément que, pour une onde progressive comme $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$ ou $\cos(\omega_2 t + k_2 x)$, l'iconale est nulle, alors que pour une onde stationnaire, obtenue par superposition de deux ondes progressives se propageant en sens inverse, donc avec des signes différents dans les arguments, l'iconale présente un deuxième membre non nul.

Lorsque les fréquences ω_0 sont identiques (repos), on trouve à partir de (2)

(15) $$I(\omega_0) = 4k_0^2 \sin(\omega_0 t - k_0 x).\sin(\omega_0 t + k_0 x)$$

Lorsque les fréquences ω_1 et ω_2 sont différentes (mouvement) on trouve, à partir de (4)

(16) $$I(\omega) = 4k_1 k_2 \sin(\omega_1 t - k_1 x)\ \sin(\omega_2 t + k_2 x)$$

Si, comme nous l'avons fait plus haut, nous admettons que $\varepsilon(\omega_0)$ et $\varepsilon(\omega)$ représentent la même onde stationnaire, selon qu'elle est au repos ou en mouvement, alors nous devons identifier (15) et (16) et écrire :

(17) $$k_1 k_2 = k_0^2$$

(18) $$\omega_0 t' - k_0 x' = \omega_1 t - k_1 x$$

(19) $$\omega_0 t' + k_0 x' = \omega_2 t + k_2 x$$

En tenant compte de (5), (6) et (8), ce système définit entièrement la transformation de Lorentz, en déterminant, en particulier, avec (17) et (6) le coefficient

(20) $$\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$$

Nous remarquons que nous avons établi la transformation de Lorentz en identifiant les deuxièmes membres non nuls de l'iconale pour une onde stationnaire au repos et pour une onde stationnaire en mouvement. La transformation de Lorentz est donc spécifique des ondes stationnaires et n'est pas valable pour les ondes progressives comme nous le vérifierons plus loin.

b - Propriétés cinématiques des ondes stationnaires

- Par superposition d'une onde retardée de fréquence $\omega_1 = k_1 c$ et d'une onde avancée de fréquence $\omega_2 = k_2 c$, on obtient une onde stationnaire de fréquence au repos ω_0, moyenne géométrique des fréquences composantes. Elle est en translation uniforme de vitesse $v = c(\omega_1-\omega_2)/(\omega_1+\omega_2)$. Sa fréquence en mouvement $\omega = (\omega_1+\omega_2)/2$ est la moyenne arithmétique des fréquences composantes.

- La fonction d'onde $\varepsilon(x,t)$ de l'onde stationnaire en mouvement est le produit d'une fonction d'amplitude $u(x,t)$

. de longueur d'onde λ

. de célérité $v = \beta c$

. de fréquence $\Omega = \beta\omega$

et d'une fonction de phase $\psi(x,t)$

. de longueur d'onde $\Lambda = \lambda/\beta$

. de célérité $V = c^2/v$

. de fréquence ω.

- La fréquence en mouvement ω est, d'après (13) et (20), liée à la fréquence au repos ω_0 par

(21) $$\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

- La longueur d'onde propre en mouvement $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{\omega}$ est liée

à la longueur d'onde au repos $\lambda_0 = \frac{2\pi}{k_0}$ par

(22) $$\lambda = \lambda_0\sqrt{1 - \beta^2}$$

- La période propre en mouvement $T = \frac{2\pi}{\omega}$ est liée à la période propre au repos par

(23) $$T = T_0\sqrt{1 - \beta^2}$$

- Le calcul de la vitesse de translation $v = \beta c$ de l'onde stationnaire à partir des fréquences composantes ω_1 et ω_2 montre que la célérité c est une vitesse limite de déplacement : elle est approchée quand l'une des fréquences devient très petite devant l'autre. Dans ces conditions, l'onde stationnaire se réduit pratiquement à l'onde progressive de fréquence la plus élevée.

(24) $$\omega_1 \gg \omega_2 \rightarrow v \simeq c$$
$$\omega_1 \ll \omega_2 \rightarrow v \simeq -c$$

Les relations (6) montrent que les fréquences composantes ω_1 et ω_2 sont identiques aux fréquences Doppler émises le long de l'axe par une source de fréquence ω de vitesse v.

- Il revient au même de considérer qu'une source de fréquence ω en translation de vitesse v émet le long de l'axe, par effet Doppler, deux fréquences différentes $\omega_1 = \omega(1 + \beta)$ et $\omega_2 = \omega(1 - \beta)$ dans le sens du mouvement et en sens inverse, ou que, par superposition d'une onde retardée ω_1 et d'une onde avancée ω_2 on obtient une onde stationnaire de fréquence $\omega = (\omega_1+\omega_2)/2$ en translation de vitesse $v = c(\omega_1-\omega_2)/(\omega_1+\omega_2)$.

c - Onde stationnaire et groupe de Lorentz

Le groupe de Lorentz, établi à partir des propriétés spécifiques des ondes stationnaires du champ, implique nécessairement leur présence [4].

Ceci se traduit par la présence du coefficient $\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$ obtenu, comme nous l'avons montré, à partir du produit des fréquences composantes ω_1 et ω_2, et par le fait que

l'invariant $c^2t^2-x^2$ de la transformation est le produit des arguments x-ct et x+ct des fonctions f(x-ct) et g(x+ct) qui décrivent des ondes retardées et avancées, nécessaires pour constituer une onde stationnaire.

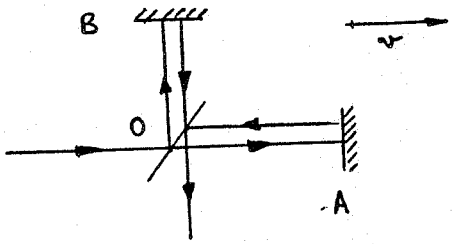
. On peut le vérifier expérimentalement en remarquant que l'interféromètre de Michelson, utilisé dans l'expérience de Michelson-Morley, réalise physiquement la comparaison de la phase de deux ondes stationnaires :

. l'une OA, entraînée parallèlement à la vitesse v de la Terre ; sa phase est donc, d'après (4)

(25) $$S(x,t) = \omega t - \beta kx$$

. l'autre OB, entraînée perpendiculairement à la vitesse v et donc inaffectée par le mouvement de la Terre. Le terme $\beta k.x$, ou $k\vec{l}x$, est nul. Sa phase est, d'après (2), celle d'une onde stationnaire au repos.

(26) $$S(t') = \omega_0 t'$$



Le résultat expérimental nul permet d'écrire l'égalité des phases (25), (26) et justifie l'égalité des équations (2) et (4). Le groupe de Lorentz est le groupe mathématique qui permet de traduire cette propriété physique. Il permet de passer, dans les deux sens, d'une onde stationnaire au repos à l'onde stationnaire en mouvement correspondante.

. On peut le vérifier mathématiquement en cherchant les groupes de transformation des ondes retardées d'une part, et des

ondes avancées d'autre part, et qui sont différents du groupe de Lorentz.

3 - Ondes progressives et groupes retardé ou avancé

Si, pour définir γ dans (13), on pose que la fréquence de l'onde stationnaire au repos est égale à celle de l'onde retardée correspondante, ce qui revient à privilégier le rôle de l'onde retardée en considérant que sa fréquence reste invariante,

(27) $$\omega_0 = \omega_1$$

on calcule à partir de (6)

(28) $$\gamma_r = 1 + \beta$$

Le système (12) définit alors le groupe retardé

(29) $$\begin{cases} x' = \dfrac{x-vt}{1+\frac{v}{c}} \\ t' = \dfrac{t-vx/c^2}{1+\frac{v}{c}} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{x'-v't'}{1+\frac{v'}{c}} \\ t = \dfrac{t'-v'x'/c^2}{1+\frac{v'}{c}} \end{cases}$$

avec v = -v'. Il admet pour invariant

(30) $$ct - x = ct' - x'$$

Si on privilégie le rôle de l'onde avancée en posant

(31) $$\omega_0 = \omega_2$$

on calcule à partir de (6)

(32) $$\gamma_a = 1 - \beta$$

Le système (12) définit le groupe avancé

$$(33)\quad \begin{cases} x' = \dfrac{x-vt}{1-\dfrac{v}{c}} \\[2ex] t' = \dfrac{t-vx/c^2}{1-\dfrac{v}{c}} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{x'-v't'}{1-\dfrac{v'}{c}} \\[2ex] t = \dfrac{t'-v'x'/c^2}{1-\dfrac{v'}{c}} \end{cases}$$

qui admet pour invariant

$$(34)\qquad ct + x = ct' + x'$$

4 - Applications

Le groupe de Lorentz, utilisé pour l'étude du comportement des particules matérielles en translation uniforme, conduit à des propriétés typiquement relativistes, et par conséquent sans équivalent en mécanique classique : caractère particulier de la vitesse de la lumière c invariante dans tous les repères d'inertie, rôle de c comme vitesse limite pour la matière, définition d'un temps propre et d'une longueur propre, contraction des longueurs, etc. La vérification expérimentale de ces effets nécessite que l'on se rapproche de la vitesse de la lumière et est donc très difficile à réaliser.

Lorsque le groupe de Lorentz est lié à l'étude des ondes stationnaires de célérité c en translation uniforme, on obtient certes des propriétés inhabituelles comme une période en mouvement T ou une longueur d'onde en mouvement λ plus courtes que les grandeurs au repos correspondantes T_0 et λ_0 ou encore une vitesse limite de déplacement c, mais le cadre reste entièrement classique. Aucune hypothèse particulière n'a été faite. D'ailleurs les propriétés mentionnées sont valables pour des ondes scalaires classiques de nature quelconque comme des ondes acoustiques ou des ondes hydrodynamiques, à la seule condition que la célérité c soit indépendante de la longueur d'onde (milieu non dispersif).

Cette condition n'est pas trop restrictive. Il est possible de simuler, et de vérifier, en laboratoire, les propriétés cinématiques des ondes stationnaires planes en utilisant

les dispositifs usuels employés pour l'étude de la propagation des ondes, comme des cuves à eau, par exemple.

III - DOMAINE DE L'OPTIQUE GEOMETRIQUE

1 - Onde stationnaire en translation presque uniforme

On sait que l'onde plane est seulement un cas limite et que, en toute rigueur, les fréquences ω_1, et ω_2 que nous avons considérées, ne peuvent pas être, comme nous l'avons supposé, parfaitement constantes, et indépendantes des coordonnées et du temps.

L'approximation de l'optique géométrique consiste à supposer que les fréquences varient dans l'espace et le temps mais que leurs variations relatives sont petites

$$(35)\qquad \frac{d\omega_1}{\omega_1} \ll 1 \qquad\qquad \frac{d\omega_2}{\omega_2} \ll 1$$

de telle sorte que, localement, les ondes puissent être considérées comme planes.

En tenant compte de (5), on montre alors que

$$(36)\qquad \frac{d\beta}{\beta} = \frac{dv}{v} \ll 1$$

Le mouvement de translation est donc presque uniforme.

2 - Onde de phase

Toutes les équations écrites plus haut restent localement valables, et en particulier la phase,

$$(37)\qquad S(x,t) = \omega(x,t)t - \beta(x,t)k(x,t)x$$

En tenant compte de (35) on peut écrire au premier ordre

$$(38)\qquad \omega = \frac{\partial S}{\partial t} \qquad\qquad \beta k = \nabla S$$

A partir de (5), (17) et de la relation

$$(39)\qquad \left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\right)^2 = \omega_1\omega_2$$

on obtient

(40) $$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2 - (\nabla S)^2 - k_0^2 = 0$$

L'équation différentielle vérifiée par la phase d'une onde stationnaire du champ en translation presque uniforme, (dans les conditions d'approximation de l'optique géométrique) est formellement identique à l'équation de Hamilton-Jacobi pour une particule matérielle neutre relativiste.

Le nombre d'onde $k_0 = \omega_0/c$ est proportionnel à la masse de particule multipliée par la vitesse de la lumière [6]

(41) $$m_0 c = A k_0$$

C'est en identifiant la constante A à la constante de Planck en posant

(42) $$E = m_0 c^2 = \hbar\omega_0$$

que Louis de Broglie [1] avait calculé la longueur d'onde associée.

3 - Onde d'amplitude

Avec les mêmes conditions (35), l'onde d'amplitude vérifie

(43) $$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2 - (\nabla T)^2 + k_0^2 = 0$$

Elle est caractérisée par

- une longueur d'onde égale à la longueur d'onde Compton de la particule

(44) $$\lambda = \frac{h}{mc}$$

- une célérité égale à la vitesse de la particule v
- une fréquence circulaire

(45) $$\Omega = \frac{mvc}{\hbar}$$

4 - Applications

A titre d'illustration, nous pouvons chercher à

préciser quelques caractéristiques de la fonction d'amplitude dans le cas simple de l'atome d'hydrogène ou des atomes hydrogénoides, qui, comme on le sait ne comportent plus qu'un seul électron.

a - Atome d'hydrogène

On sait que, à part la condition de quantification

(46) $$\oint mv\, ds = nh$$

qui, dans le cas d'une orbite circulaire de rayon r s'écrit

(47) $$mvr = n\hbar$$

le traitement du mouvement de l'électron de l'atome d'hydrogène dans l'atome de Bohr obéit à la mécanique classique. La loi de la dynamique $F = m\gamma$ donne alors

(48) $$m\frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{r^2}$$

A partir de (47) et (48) on calcule la vitesse $v = \beta c$ de l'électron sur l'orbite de rang n

(49) $$v = \frac{e^2}{n\hbar}$$

Le coefficient β est donc un sous-multiple de la constante de structure fine

(50) $$\beta = \frac{\alpha}{n} = \frac{e^2}{n\hbar c}$$

A partir de (45) on en déduit que

Les fréquences Ω de la fonction d'amplitude de l'électron dans l'atome d'hydrogène sont les sous-multiples d'une fréquence fondamentale correspondant au premier niveau, ou niveau fondamental de l'atome.

(51) $$\Omega = \frac{\Omega_1}{n} = \frac{1}{n}\frac{\alpha mc^2}{\hbar}$$

Ce résultat transpose, dans le domaine des fréquences, le résultat établi par L. de Broglie pour la longueur d'onde associée comparée au périmètre de l'orbite. Il est plus conforme à la condition classique d'existence de différents modes propres

de vibrations dans une cavité résonante à laquelle pourrait alors se comparer la condition de quantification (46).

b - Atomes hydrogénoides

Pour les atomes hydrogénoides de numéro atomique Z, la condition de quantification (47) reste inchangée alors que la loi de la dynamique donne, à la place de (48)

(52) $$\frac{mr^2}{r} = Z\,\frac{e^2}{r^2}$$

On en déduit que pour le niveau fondamental où n=1

(53) $$v = Z\,\frac{e^2}{\hbar}$$

et

(54) $$\beta = Z\alpha$$

Le coefficient β pour un électron du niveau fondamental d'un atome hydrogénoide est un multiple entier de la constante de structure fine.

Les fréquences Ω de la fonction d'amplitude de l'électron dans le niveau fondamental des atomes hydrogénoides sont les harmoniques de la fréquence du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène.

(55) $$\Omega = Z\,\Omega_1 = Z\,\frac{\alpha mc^2}{\hbar}$$

IV - DOMAINE DE LA DIFFRACTION

1 - Approximation de la diffraction

Le domaine de la diffraction est défini en optique, en imposant, aux solutions de l'équation d'onde (3) les conditions de Fourier

(56) $$\Delta x.\Delta k \simeq 2\pi \qquad \Delta\omega.\Delta t \simeq 2\pi$$

Elles expriment que, à la largeur de la tache centrale de diffraction près, d'extension

(57) $$\Delta x \simeq \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

obtenue pour la valeur maximum de $\Delta k = k$, la propagation de la lumière, définie par l'équation d'onde (3), peut être considérée comme s'effectuant suivant des rayons. Ou encore, que la tache centrale de difffraction, dans laquelle est concentrée plus de 95 pour cent de l'énergie, peut être considérée comme ponctuelle.

On sait que les conditions de Fourier (56) sont utilisées pour définir, avec la diffraction, les conditions limites de validité des lois de l'optique géométrique [6], et qu'elles servent à définir le pouvoir séparateur des instruments d'optique.

2 - Ondes stationnaires du champ

En cherchant pour l'équation d'onde (3) les solutions de la forme

(58) $$\varepsilon(x,t) = u(x,t)\psi(x,t)$$

qui généralisent, mais se raccordent avec, les solutions planes et presque planes précédentes correspondant aux approximations de l'onde plane et de l'optique géométrique, on trouve les équations cinématiques de l'onde stationnaire du champ dans l'approximation de la diffraction.

(59) $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \nabla^2\psi + k_0^2\psi = 0$$

(60) $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \nabla^2 u - k_0^2 u = 0$$

(61) $$\frac{1}{c^2}\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial\psi}{\partial t} - \nabla u.\nabla\psi = 0$$

L'équation (59) est formellement identique à l'équation de Klein-Gordon d'une particule matérielle de masse m_0 proportionnelle à k_0.

3 - Propriétés cinématiques des particules matérielles

La relation (42) utilisée dans (59) et dans (60) permet de retrouver l'équation de Klein-Gordon et les relations d'indétermination de Heisenberg.

Les propriétés cinématiques d'une onde stationnaire du champ, dans les conditions d'approximation de la diffraction, sont formellement identiques aux propriétés cinématiques d'une particule matérielle en mécanique quantique relativiste.

On sait que les relations de Fourier (56), qui avaient été établies un siècle avant la mécanique quantique, ont été explicitement utilisées par Heisenberg [7] comme définissant avec la diffraction, les limites de validité de l'optique géométrique, pour écrire les relations d'indétermination.

La relation (42) utilisée dans (60) permet de définir la fonction d'amplitude d'une particule matérielle de masse au repos m_0. Son équation diffère de l'équation de K-G (59) seulement par le signe du troisième terme. Mais, comme nous l'avons vu dans le cas de l'approximation de l'optique géométrique, elle possède des propriétés physiques entièrement différentes. Aucune confusion n'est donc possible entre la fonction d'amplitude u(x,t) et la fonction d'onde (x,t) d'une particule matérielle.

L'équation (61) établit une relation entre la fonction d'amplitude et la fonction d'onde. ELle conduit à la relation

$$\omega^2 = k^2c^2$$

pour l'onde plane, et à la relation

$$vV = c^2$$

dans l'approximation de l'optique géométrique.

V - CONCLUSION

En mettant en correspondance une onde stationnaire du champ de célérité c avec une particule matérielle, nous avons pu appréhender de manière simple, les propriétés relativistes et quantiques des particules.

Cela nous a permis, en outre, de mettre en évidence des propriétés nouvelles comme les groupes de transformation avancé et retardé, différents du groupe de Lorentz, ou encore de définir une fonction d'amplitude différente de la fonction d'onde, pour chaque particule matérielle.

Il est très probable que la dualité onde-corpuscule et l'analogie entre les équations de l'optique et celles de la mécanique, qui ont servi de cadres à ce travail, sont encore loin d'avoir épuisé leur fécondité.

REFERENCES

[1] L. DE BROGLIE, Thèse 1924 - Réed. Recherches sur la Théorie des Quanta - Masson 1963

[2] C. ELBAZ, Phys. Lett. 109 A, 1,2 - 1985, p. 7

[3] E. SCHRODINGER, Ann.d.Phys. 79, 1926, p. 361 Trad. Fr. Mémoires sur la Mécanique Ondulatoire. Alcan 1933

[4] C. ELBAZ, C.R.Ac. Paris 297, II, 1983, p. 455

[5] C. ELBAZ, C.R.Ac. Paris 298, II, 1984, p. 543

[6] LANDAU & LIFCHITZ, Théorie du Champ, Ed Mir

[7] W. HEISENBERG, Z.S.f. Phys. 24, 1927, p. 172 Trad. Fr. Les Principes physiques de la Théorie des Quanta, Gauthier-Villars, 1957.