Probabilités conditionnelles, amplitudes conditionnelles et causalité

O. Costa de Beauregard

Institut Henri Poincaré
Laboratoire de Physique Théorique
11, rue P. et M. Curie
75231 Paris Cedex O5

1. Brève introduction : réversibilité de droit, irréversibilité de fait

Ce problème, qui déborde le cadre des probabilités (il existe par exemple en théorie classique des ondes) a été soulevé en mécanique statistique par Loschmidt [1] en 1876 et résolu, après un temps d'hésitation, par Boltzmann

[2] en 1898, dans une brève section de ses fameuses Leçons sur la Théorie des Gaz ; j'en recommande la lecture, incluant les dernières lignes pleines de pénétration et d'humour. Essentiellement, le problème et sa solution se ramènent à ceci : l'expression d'une *probabilité de transition* est symétrique en les deux *états* considérés, et donc temporellement réversible si ces deux états se succèdent, l'un étant une *préparation* et l'autre une *mesure* (comme on dit aujourd'hui). Cependant, les *probabilités a priori* de ces deux états, considérés isolément, ne sont pas nécessairement égales ; et il y a en physique des raisons de considérer que les probabilités a priori des états finaux sont égales entre elles alors que celles des états initiaux ne le sont pas. Il existe en ce sens une longue et solennelle phrase de Willard Gibbs [3], souvent citée. On peut mentionner aussi le bref article où van der Waals [4] explique que la déduction statistique du "théorème H" implique un recours temporellement asymétrique en la formule des probabilités composées de Bayes.

Ce qu'on ne sait généralement pas est que le problème avait été parfaitement posé et résolu plus d'un siècle avant Loschmidt et Boltzmann par Laplace, dans la fameuse série de ses travaux consacrés au calcul des probabilités, inaugurée par son *Mémoire sur les probabilités des causes* [5] de 1774 ; et cela, dans un contexte incomparablement plus général, puisque c'est celui du calcul des probabilités lui-même.

Je vais expliquer de quoi il s'agit sur l'exemple des molécules sphériques en collision de Maxwell et de Boltzmann. Ensuite, j'élargirai le débat.

2. Probabilités de collision, mutuelle section efficace, nombres d'occupation

La *probabilité de collision* $|A)(C| = |C)(A|$ de deux molécules A et C est égale au produit de leur *mutuelle section efficace* $(A|C) = (C|A)$ par les *nombres d'occupation* $|A) = (A|$ et $|C) = (C|$ des états initiaux :

$$|A)(C| = |A)(A|C)(C| = |C)(C|A)(A| = |C)(A|. \qquad (1)$$

Ceci vaut en prédiction, mais tout aussi bien en rétrodiction, $|A)$ et $(C|$ étant alors les nombres d'occupation des états finaux. Désignant par B (sans autre précision pour le moment) le choc, nous voyons que l'expression de la probabilité de collision est invariante vis-à-vis des formes V ou Λ du zigzag

ABC dans l'espace-temps (ou dans l'espace des impulsions-énergies). C'est la *réversibilité à la Loschmidt.*

Quid alors si A note l'état initial et C l'état final d'une molécule subissant en B une collision ? La formule (1) s'applique encore, $|A)$ notant alors le *nombre d'occupation initial de l'état initial* et $(C|$ le *nombre d'occupation final de l'état final.* Pourtant, ni Boltzmann, ni Laplace dans des cas analogues, ne multipliaient par $(C|$, alors qu'ils multipliaient par $|A)$. C'est de cette manière qu'ils rendaient compte de l' *irréversibilité de fait* (ainsi qu'on l'a plus haut laissé entendre). Je reviendrai sur leurs motivations respectives, qui n'étaient pas identiques, parce que l'approche de Laplace est subjectiviste, ou informatique, alors que celle de Boltzmann est objectiviste, ou fréquentielle. Or, ces deux décisions identiques (quoique fondées différemment) sont *intrinsèquement illogiques* pour la raison que voici : la multiplication par $|A)$ postule l' *indiscernabilité statistique* et, alors, il y a, pour la molécule transitante, $(C|$ manières d'aboutir dans l'état C. Donc la multiplication par $(C|$ est impérative si celle par $|A)$ est effectuée.

L' *expérience* justifie la formule (1), révélant d'ailleurs qu'il y a deux types de particules : les *bosons* , tels que $|A),|C) = O,1,2,3,\ldots$ et les *fermions* , tels que $|A),|C) = O,1$.

Nous dirons que, dans le dernier cas considéré, le zigzag ABC a la forme $<$ ou C dans l'espace-temps (ou l'espace des impulsions-énergies), et nous voyons que l'expression (1) de la probabilité de collision est invariante vis-à-vis des formes V, Λ ou C du zigzag ABC ; " *topologiquement invariante* ", dirons-nous aussi.

Les précédentes remarques suffisent à montrer que tout le schème du calcul des probabilités basé sur *cette approche laplacienne se laissera formaliser sans aucune difficulté dans le paradigme de la géométrie quadridimensionnelle* proposé par Poincaré et par Minkowski comme cadre de la *théorie de la relativité restreinte.* Ceci n'est pas la moindre des surprises rencontrées dans cette étude. A peu près tous les exposés de la relativité restreinte contiennent la phrase rituelle qu'une théorie exprimée en termes de géométrie quadridimensionnelle est une théorie du "tout écrit" postulant un déterminisme absolu. Hé bien, il faut remettre en question cette affirmation jugée à tort "évidente", parce que le fait est que *tout* le schème des probabilités conditionnelles de Laplace, ainsi que *tout* le schème (strictement parallèle, mais radicalement différent) des amplitudes conditionnelles de Jordan [6], se laisse développer, sans *aucune* difficulté, dans le paradigme de la géométrie quadridimensionnelle.

Alors, suivant une antique tradition qui remonte à Aristote, "faisons *d'abord* de la physique, *ensuite* de la métaphysique".

3. Elargissons le débat: probabilité jointe, probabilité conditionnelle, probabilités a priori

En calcul des probabilités *per se*, la grandeur que nous avons notée $|A)(C|$ est la *probabilité jointe* de deux *occurrences* A et C, $(A|C)$ leur *probabilité conditionnelle intrinsèque*, réversible, dotée de la *symétrie laplacienne*

$$(A|C) = (C|A), \tag{2}$$

enfin $|A) = (A|$ et $|C) = (C|$ les *probabilités a priori* de A ou C considérées isolément. La loi de symétrie (2) a été postulée par Laplace [5] dans son Mémoire de 1774, puis, dans ses mémoires ultérieurs, "nuancée" de la manière qui sera expliquée quand le moment sera venu.

Ce qu'il faut noter ici est que *ces divers concepts sont fondamentalement définis de manière intemporelle*; qu'une connotation temporelle (ou spatio-temporelle, lorsque l'exige la covariance relativiste) soit attachée aux *occurences* A ou C est seulement facultatif (quoique fréquent).

Par exemple, si les probabilités a priori ne sont pas prises en considération, la *probabilité jointe* ou la *probabilité conditionnelle intrinsèque* qu'une Parisienne ait une taille (hauteur) H et un poids P est un nombre $(H|P) = (P|H)$ dans la définition duquel le temps n'a rien à voir. Si cette probabilité jointe est évaluée dans, par exemple, les sous-classes des ballerines ou des cordons-bleus, alors les probabilités a priori $|H)$ et $|P)$ doivent entrer en ligne de compte.

Il se trouve que Laplace et ses successeurs usent généralement d'une définition des *probabilités conditionnelles réciproques* différente du précédent $(A|C) = (C|A)$, soit :

$$|A|C) = |A)(A|C) et |C|A) = |C)(C|A) \tag{3}$$

de telle sorte que

$$|A)(C| = |A|C)(C| = |C)(C|A| \tag{4}$$

Il est alors clair que

$$|A|C) = |C|A) \quad ssi \quad |A) = |C), \tag{5}$$

ce qui constitue précisément la clé de la théorie de l' *irréversibilité de fait* aussi bien chez Laplace que chez Boltzmann. Notant A l'état initial et C l'état final d'une évolution statistique, Laplace et Boltzmann postulent l'un et l'autre l'égalité entre eux de tous les $|C)$, ce qui dispense de les écrire, et aboutissent ainsi au concept de l' *irréversibilité physique maxima* selon lequel, dans la terminologie de Watanabe [7], "la prédiction statistique aveugle est physique et la rétrodiction statistique aveugle est non physique" (ou, plus radicalement, anti-physique).

Les motivations ayant dicté cette prescription de calcul étaient, je l'ai dit, différentes chez le subjectiviste Laplace et chez l'objectiviste Boltzmann. Laplace estime que nous n'avons "aucune raison suffisante" d'assigner des valeurs différentes aux divers états finaux possibles, ce qui équivaut à affirmer "l'impossibilité de connaître les futurs contingents". Boltzmann, quant à lui, convaincu par Loschmidt de la réversibilité intrinsèque d'une probabilité de transition, constatait qu'en physique un calcul prédictif aveugle rend compte des faits, mais qu'un calcul rétrodictif aveugle ne le fait pas du tout. Etant donné, à l'instant zéro, un noyau radioactif excité, un calcul prédictif aveugle décrit la loi de décroissance en $\exp(-at)$ qui est observée, alors qu'un calcul rétrodictif aveugle ferait *avoir émergé*, à l'instant zéro, suivant une loi en $\exp(+at)$, le noyau excité, ce qui en fait ne s'observe pas.

Avant de conclure cette discussion, je veux attirer l'attention sur le fait que *le problème de l'irréversibilité de fait relève essentiellement de la logique*, et secondairement seulement de la temporalité. Revenons pour cela à nos Parisiennes.

Dans la sous-classe des joueuses de basket-ball on est généralement grande et légère. Il suit de là que, définies à la manière de Laplace, les probabilités conditionnelles réciproques $|H|P)$ et $|P|H)$ diffèrent fortement l'une de l'autre si $|H)$ et $|P)$ notent des valeurs élevées. Alors, en effet, $|H)$ a une grande et $|P)$ une petite valeur, d'où il suit qu'il est malgré tout moins improbable de trouver une basketteuse grande *si* elle est lourde qu'une basketteuse lourde *si* elle est grande. Voilà un exemple *d'irréversibilité logique* où le temps n'a rien à voir.

Revenons alors à la temporalité pour donner un contre-exemple prenant en défaut la prescription de Laplace et de Boltzmann.

Dans la lignée évolutive du cheval il y a l'"echippus". Etant donné l'echippus peut-on prédire le cheval ? Bien sûr que non. Par contre, on rétrodit parfaitement la "soupe moléculaire primitive" en appliquant à l'envers la prescription de Laplace et de Boltzmann, en prenant tous les $|A)$ égaux entre eux.

Voyons d'un peu plus près ce que cela veut dire. En chimie biologique, un echippus sera considéré comme une sorte d'hypermolécule caractérisée, disons, par une gigantesque "formule développée" impliquant un nombre immense de paramètres, mais appartenant à une sous-classe très restreinte de l'ensemble des formules possibles -un peu comme un jeu de cartes "en ordre" est défini par son appartenance à une petite sous-classe de la classe des permutations possibles.

Cela revient à dire que l'évolution ayant conduit de la soupe moléculaire à l'echippus a fonctionné à rebours d'une suite de battages d'un jeu de cartes. Cela veut dire, en d'autres termes, qu' *il existe des évolutions dont le type diffère de celui des évolutions physiques.*

A celà d'aucuns objecteront qu'il faut alors élargir le contexte, et inclure la production d'ordre par ces systèmes hors-équilibre qui soutirent de la néguentropie à la cascade universelle de l'entropie. A celà je répondrai : 1. qu'en changeant l'énoncé du problème on change *ipso facto* le corpus des probabilités a priori ; 2. que la théorie de Prigogine *postule* l'irréversibilité et contourne *ipso facto* la problématique de Laplace et de Boltzmann, 3. que le problème relève fondamentalement *de la logique* , et que sa précédente discussion est *logiquement inattaquable.*

Et j'ajoute une ultime remarque. D'aucuns disent qu'après tout l'echippus n'était pas si improbable, la preuve étant qu'on en voit au

Muséum. A celà je réponds que cet énoncé revient *ipso facto* à sélectionner "entre mille" l'une des probabilités a priori de l'état final, ce qui est *la définition même d'un raisonnement rétrodictif aveugle* !

Encore une remarque avant de passer à la section suivante.

Faisant $C = A$ dans la formule (1) on trouve

$$|A)(A| = |A)(A|A)(A|$$

ce qui montre trois choses:

- La "probabilité jointe $|A)(A|$ de A et A est un projecteur" ;
- La "probabilité conditionnelle intrinsèque $(A|A)$ de A si A égale 1", ce qui autorisera l'orthonormalisation discutée dans la section suivante;
- La probabilité conditionnelle extrinsèque $|A|A)$ de A si A égale la probabilité a priori $|A)$ de A ", ce qui est un énoncé classique.

4. Chaines de Markov réversibles

On est fréquemment amené à exprimer une probabilité conditionnelle intrinsèque $(A|C)$ avec une sommation sur des *états intermédiaires* B, classiquement pensés comme "réels et cachés" :

$$(A|C) = \sum (A|B)(B|C) \tag{6}$$

On ajoute la condition que les états B appartiennent à un *ensemble complet d'états mutuellement exclusifs*

$$(B|B') = \delta(B, B'). \tag{7}$$

Cette définition est essentiellement intemporelle : le qualificatif *intermédiaire* signifie que B est *logiquement entre* A *et* C, rien de plus. Et les *chaînons* AB ou BC jouissent de la symétrie laplacienne (2).

Si une connotation temporelle, ou spatio-temporelle, est attachée aux occurrences A etc., les vecteurs AB peuvent être indifféremment du genre espace, du genre temps futur, ou du genre temps passé. Dans l'espace-temps (ou dans l'espace des impulsions-énergies) chaque zigzag ABC peut avoir la forme V, Λ, ou C : la formule (6) est " *topologiquement invariante* ". Dans le précédent exemple des molécules sphériques en collision, l'état intermédiaire est celui de la paire des molécules lors du choc, caractérisé par la ligue des centres.

Mais ce schème est très général. Par exemple, dans un Parc National, on peut s'intéresser à la probabilité conditionnelle intrinsèque qu'il y ait en A le mâle et en C la femelle d'un couple d'ours, le vecteur AC étant du genre espace, au temps futur, ou temps passé. Parler d'un couple implique l'idée d'une connexion entre A et C -par exemple, qu'ils se rencontrent en un instant- point "réel caché" B, le zigzag ABC ayant la forme V, Λ ou C. Du point de vue logique cela ne fait strictement aucune différence.

La formule (6), jointe à (7) est dite *formule génératrice des chaînes de Markov* ; composée de *chaînons* $(A|B)$ dotés de la symétrie laplacienne, une chaîne de Markov peut zigzaguer arbitrairement à travers l'espace-temps (ou l'espace des impulsions-énergies) sans aucun égard à la flèche macroscopique du temps (ou de l'énergie).

Revoyons dans ce contexte le statut des *probabilités a priori* telles que $|A)$. Elles sont manifestement parties de *probabilités conditionnelles* $(E|A)$ rattachant le système à l'environnement ; c'est là un leitmotiv dans l'approche bayesienne du calcul des probabilités.

5. Probabilités de transition

Une *probabilité conditionnelle intrinsèque* $(A|B)$ se pense aussi comme *probabilité de transition intrinsèque* , ou "nue", entre deux *représentations* d'un système. Les *éléments* $|A)$ d'une représentation sont alors astreints à faire partie d'un "ensemble orthonormé" au sens (7).

Cette définition *essentiellement* intemporelle n'a une interprétation temporelle, ou spatio-temporelle, que *facultativement*. C'est ainsi qu'on a rencontré plus haut les probabilités de transition entre les représentations "taille" et "poids" d'une Parisienne, ou entre les représentations "mâle" et "femelle" d'un couple d'ours.

$|A)(B| = |A)(A|B)(B|$ est la probabilité de transition extrinsèque, ou "habillée".

6. Conclusion provisoire : vue d'ensemble du schème laplacien

Symétrie laplacienne d'un chaînon, sommation sur des états intermédiaires réels cachés, génération des chaînes réversibles de Markov, invariance topologique et invariance relativiste, réversibilité de droit et irréversibilité de fait sous leur aspect essentiellement logique, ou facultativement temporel ; tels sont les points forts du *paradigme des probabilités conditionnelles de Laplace*.

7. La révolution de 1926 : calcul ondulatoire des probabilités

Afin de compléter le dualisme onde-particule d'Einstein et de Louis de Broglie, Born [8] propose en 1926, et très vite après Jordan [6] formalise, un radicalement nouveau *calcul ondulatoire des probabilités* où ce ne sont plus des probabilités partielles, mais bien des *amplitudes partielles* , qu'on ajoute, et ce ne sont plus des probabilités indépendantes, mais bien des *amplitudes indépendantes* , qu'on multiplie. Il y a une stricte *correspondance* ou, si l'on veut, un strict "parallélisme" entre les deux formalismes, mais aussi une mutuelle incompatibilité radicale. Il s'agit d'une *transposition* , mais *aucunement d'une traduction*.

A la probabilité conditionnelle intrinsèque de Laplace, dotée de la symétrie (2), *correspond* l' *amplitude conditionnelle intrinsèque* de Jordan, complexe, dotée de la *symétrie hermitienne*.

$$<A|C> = <C|A>^* \tag{8}$$

De là se déduit la *probabilité conditionnelle*

$$(A|C) = |<A|C>|^2 \tag{9}$$

dont la combinatoire classique est abrogée, parce qu'à la probabilité jointe classique correspond l' *amplitude jointe*

$$|A><C| = |A><A|C><C|, \tag{10}$$

où le "ket" $|A>$ et le "bra" $<C|$ notent des *amplitudes a priori* ; et parce qu'à la formule génératrice (6) des chaînes de Markov correspond la *formule génératrice des chaînes de Landé* [9]

$$<A|C> = \sum <A|B><B|C>. \tag{11}$$

Les *graphes de Feynman* constituent une importante généralisation des chaînes de Landé : à chaque *vertex* A d'un graphe de Feynman peuvent s'attacher plus de deux *chaînons* $<A|B>$.

Ces *définitions essentiellement intemporelles* sont données au sens de l' *espace fonctionnel de Hilbert* : les $|A>$ ou $<A|$ sont des *vecteurs* de cet espace ; les *représentations* telles que $|A>$ sont des n-podes de vecteurs orthonormés par la formule

$$<A|A'>=\delta(A,A'); \qquad (12)$$

une amplitude conditionnelle $<A|C>$ est un *produit scalaire hermitien* de tels vecteurs ; elle est dite ainsi *amplitude de transition* entre les deux représentations $|A>$ et $|C>$. Une *amplitude a priori* $|A>$ est partie d'une amplitude de transition $<E|A>$ rattachant le système à l'environnement.

Si une connotation temporelle, ou spatio-temporelle, est attachée aux occurrences A etc., l' *amplitude de transition* $<A|C>$ est dite un *propagateur*. En raison de la symétrie hermitienne (8), un graphe de Feynman jouit de l' *invariance topologique* vis-à-vis des formes V, Λ ou C de tout zigzag ABC, et aussi de la CPT- *invariance* qui sera expliquée le moment venu.

En raison des incertitudes de Heisenberg, un graphe de Feynman est imaginé *soit* dans l'espace-temps, *soit* dans l'espace des impulsions-énergies. Ces deux images (d'ailleurs très analogues) sont *mutuellement exclusives*. De ce simple fait, le concept de l'espace-temps macroscopique est donc abrogé au niveau de la physique quantique ; espace-temps et espace des impulsions-énergies (ou des quadrifréquences) n'y sont plus que *deux symboles* aidant à penser et à s'exprimer.

8. Sommation sur des états intermédiaires virtuels

L'expression (9) de la *probabilité conditionnelle* ou *de transition* contient des termes "carrés" et des termes "rectangles". Les premiers, s'ils étaient seuls, redonneraient les lois du calcul des probabilités classique. Mais il y a les termes rectangles, de type "ondulatoire" (d'interférence ou de battement) ; ils entraînent les effets typiquement quantiques dits de *non-séparabilité* ou bien, si une connotation spatio-temporelle est attachée aux occurrences, dits de *non-localité*.

Ce sont là des phénomènes du type "frères siamois" rencontrés, en 1927-1928, dans les théories des spectres de l'orthohélium et du parhélium, de l'orthohydrogène et du parahydrogène. Mais s'il arrive qu'il y ait une grande séparation spatiale ou temporelle entre les deux "frères siamois", le phénomène a de quoi provoquer de grandes perplexités, surtout s'il est bien observé.

C'est justement le cas avec les " *corrélations* EPR" *directes ou inverses* (formes V ou Λ du zigzag ABC), et avec le " *dragon nébuleux* " de Wheeler [10] (forme C du zigzag).

9. Corrélations EPR directes et inverses. "Dragon nébuleux" de Wheeler

Dans les *corrélations* EPR *directes* , A et C désignant deux sous-systèmes issus d'une source commune B, l' *amplitude conditionnelle* $<A|C>=<C|A>^*$ qu'une mesure faite sur A donne le résultat $|A>$ *si* une mesure faite sur C donne le résultat $|C>$, et *vice-versa* , est donnée par la formule (11), où la sommation porte sur les *états virtuels* $|B>$ de la source, *états intermédiaires* au sens topologique afférent au zigzag ABC. Les vecteurs BA et BC étant du genre temps, le vecteur AB est du genre espace ou, éventuellement, du genre temps [11]. On a donné ailleurs [12] une discussion détaillée des différences entre le calcul classique et le calcul ondulatoire des probabilités dans ces corrélations du type "V". C'est en termes des espaces de Hilbert $|A>$ et $|C>$ qu'il y a sommation sur des états virtuels ; en termes de l'espace produit $A\otimes C$ "l'état du système" est un état pur : par exemple, l'état de spin zéro d'une particule qui, en B, se désintègre en deux sous-particules mesurées en A et en C.

La corrélation EPR directe porte donc sur *deux mesures issues d'une préparation commune*. En A et C il y a des paramètres ajustables, mais pas en B. Ceci, joint au caractère "réel", ou *mesuré*, des vecteurs $|A>$ et $|C>$, au caractère virtuel du vecteur $|B>$, amène à concevoir la "causalité physique" comme procédant *de A en C et de C en A le long du zigzag ABC*, en prenant en relais dans le passé, en B.

La *corrélation* EPR *inverse* , où l'on a en A et C *deux préparations convergeant sur un puits futur B*, est justiciable du discours "inverse" du précédent. Ici le zigzag ABC a la forme Λ.

Quid alors de la forme <, ou C du zigzag ABC ? C'est la problématique de ce que Wheeler [10] appelle le "dragon nébuleux".

L' *amplitude de transition* $<A\,|C> = <C\,|A>^*$ entre la *préparation* $|A>$ et la *mesure* $|C>$ d'un système quantique s'interprète *soit* prédictivement, *soit* rétrodictivement. C'est donc indifféremment l' *amplitude conditionnelle* de mesurer $|C>$ *si* l'on a préparé $|A>$, ou d'avoir préparé $|A>$ *si* l'on mesure $|C>$.

Quel est alors "l'état du système" entre $|A>$ et $|C>$? Est-ce l'état "retardé" dont la source est $|A>$, comme on le pense en physique macroscopique ? Ou bien est-ce l'état avancé dont le puits est $|C>$, comme la symétrie hermitienne (8) permet aussi de le penser ? Une chose est sûre : s'il y a transition, le "système évoluant" ne peut pas être *à la fois* dans ces deux états. Mais, alors, pourquoi serait-il dans l'un plutôt que dans l'autre, étant donnée la réversibilité intrinsèque exprimée par la formule (8) ?

La vérité est que le système évoluant n'est *ni dans* l'état retardé issu de $|A>$, *ni dans* l'état avancé convergeant sur $|C>$, parce qu'il est *en train de transiter* de $|A>$ à $|C>$, subissant symétriquement (si l'on me permet cette comparaison empruntée à l'hydrodynamique) la *pression* de la source A et la *succion* du puits C. L'analogie avec les principes d'extremum de Fermat et de Maupertuis peut aussi être notée.

Ainsi, *le système évoluant n'est pas dans un état*, mais *dans une superposition d'états virtuels* $|B>$, l'amplitude de transition ayant l'expression (11). C'est pourquoi Wheeler le compare à un "dragon nébuleux" dont seule la "queue" tenue en A, et les "dents", mordant en C, sont "dans" notre espace-temps (*ou* dans notre espace d'impulsion-énergie). Le reste du dragon est "au-dessus", dans l'espace de Hilbert $A \otimes C$, où d'ailleurs il est dans un état pur : l'état de la *particule virtuelle* qui, attachée en B au zigzag de Feynman ABC, effacerait la différence entre $|A>$ et $|C>$.

La conclusion qui s'impose est donc que *la notion d'un état du système "évoluant" est à rejeter*, un tel état n'étant pas "caché", mais bien *virtuel*. Ce concept d'un "état évoluant du système" *doit* donc rejoindre "l'éther luminifère" au royaume des chimères.

Seule a un sens l'amplitude conditionnelle, ou amplitude de transition, quelle que soit la forme, V, Λ ou C du zigzag ABC. C'est d'ailleurs là, on le sait, le leitmotiv dans le paradigme de la matrice S.

10. Exemple : corrélation des polarisations linéaires d'une paire de photons de spin zéro

Dans ce cas, très étudié théoriquement [13] et expérimentalement, A et C notant deux dipodes cartésiens d'angle relatif α, l' *amplitude conditionnelle* attachée aux polarisations linéaires mesurables en A et C est

$$<A\,|C> = 2^{-1/2}\left\{\begin{array}{l}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{array}\right. \qquad (13)$$

La forme V du zigzag ABC a été étudiée dans une belle expérience d'Aspect [14] où l'on avait en A et C l'équivalent (en beaucoup plus sophistiqué) de deux cristaux biréfringents.

Quid de la forme C du zigzag ABC ? La formule (11) s'applique à un faisceau de photons traversant normalement en succession deux cristaux biréfringents d'angle relatif α. Imaginons alors qu'on intercale entre A et C un troisième cristal biréfringent B, de longueur telle que le déphasage entre les deux "rayons" qu'il transmet soit zéro (modulo $2n\,\pi$). Alors, on peut tourner arbitrairement ce cristal B sans rien changer au résultat observé. Comme "on ne peut pas savoir sur lequel des deux états orthogonaux $|B>$ chaque photon voyage", cet état $|B>$ est virtuel. C'est un "dragon nébuleux".

Par contre, dans son ensemble, le cristal est dans un état pur : c'est une sorte de particule virtuelle insérée entre $|A>$ et $|C>$.

11. Brève discussion de la corrélation EPR proprement dite

Imaginons qu'un "microscope de Heisenberg" A [15] et un "microscope de Weiszaecker" C [16] d'axe commun z, directement opposés l'un à l'autre, "mesurent" (c'est-à-dire "rétrodisent") le premier la position $|r>$ et le second l'impulsion $|p> = h\,|k>$ dans le plan (xy) d'un atome de positronium se désintégrant en B en deux photons, l'un détecté en A et l'autre en C dans les plans images des deux microscopes. Dans ce cas l'amplitude conditionnelle

$<A\,|C>$ n'est autre que le noyau de Fourier $<r\,|k>$, en sorte que la mesure combinée de r et de k est astreinte aux incertitudes de Heisenberg.

Pourtant, les impacts des deux photons dans les "plans image" des microscopes sont l'un et l'autre ponctuels. Seulement, à travers les deux microscopes, il leur correspond "par retour optique inverse" deux figures de diffraction. L'incertitude minima a lieu si les ouvertures des deux microscopes sont égales, et cette incertitude minima est celle de Heisenberg.

En bref : 1) *les résultats des deux mesures* $|A>$ *et* $|C>$ *ne préexistent pas en* B ; 2) *Il n'est pas exigé que ces deux mesures soient "quantiquement compatibles"*.

En d'autres termes : 1) c'est bel et bien en A et C (pas en B) que "les dés sont jetés" ; 2) la corrélation est assurée par le zigzag ABC.

12. CPT-invariance

J'ai annoncé un bref exposé de la CPT-invariance. Le voici.

L'invariance macrorelativiste de 1905 se définit comme l'invariance des lois physiques sous les *rotations* du tétrapode de Poincaré, dites aussi *transformations de Lorentz orthochrones (et orthochirales)*. Les diverses lois d'irréversibilité (retardation des ondes, croissance de l'entropie ou de la probabilité, causalité macroscopique) sont invariantes sous ce groupe "restreint".

Loschmidt ayant attiré, en 1876, l'attention sur la T-réversibilité (comme on dit aujourd'hui) de la mécanique statistique, il faut penser que *la macro-invariance relativiste est de fait plutôt que de droit*, et qu'une *micro-invariance relativiste* plus stricte doit donc se révéler au niveau élémentaire.

L'intuition géométrique suggère alors que la micro-relativité doit énoncer l'invariance des lois physiques sous le groupe produit du précédent par la " *réflexion forte* " des axes du tétrapode. Et c'est bien ce qu'a montré Lueders [17] en 1952.

La réflexion forte $\Pi\,\Theta$ a deux effets :

1) Elle retourne "à la Loschmidt" le réseau des collisions de particules, échangeant *émissions* et *absorptions* , *préparations* et *mesures.*

2) Elle retourne les flèches des quadrivecteurs, et par conséquent, selon l'interprétation des antiparticules de Dirac et de Feynman, elle échange *particules et antiparticules*. Ainsi, notant PT *l'inversion covariante du mouvement* et C *l'échange particule-antiparticule,* on peut écrire avec Lueders

$$\Pi\,\Theta = CPT = 1. \tag{14}$$

Etendant alors à la microrelativité le langage de la macrorelativité, l'on peut dire que l' *inversion covariante du mouvement* PT et *l'échange particule-antiparticule* C sont *deux images relatives* d'un même processus. Cela est vrai aussi *pour l'émission d'une particule et l'absorption d'une antiparticule* (ou vice-versa).

De la CPT-invariance résulte la *loi de bilan détaillé*

$$A + \overline{B} + \cdots \longleftrightarrow C + \overline{D} + \cdots \tag{15}$$

où (attention !) une barre signifie *particule* au premier membre et *antiparticule* au second membre (et *vice-versa* pour non-barre). C'est la généralisation obvie de la réversibilité à la Loschmidt.

La cohérence de la mécanique quantique relativiste se voit en ceci que la discussion des symétries T et C en théorie des particules à spin amène à écrire [18], $\mathbf{Z}$ notant l'échange $|> \longleftrightarrow <|$, $P = \mathbf{P}$ la symétrie d'espace, $\mathbf{T}$ le retournement du temps, $\mathbf{M}$ le changement de signe de la masse propre,

$$P = \mathbf{P}\,,\; T = \mathbf{TZ}\,,\; C = \mathbf{MZ}. \tag{16}$$

On voit ainsi que

$$1 = \mathbf{MPT} = CPT\,, \tag{17}$$

la première égalité étant obvie sur l'équation *linéaire* de la particule à spin. Il *faut* donc associer au retournement du temps la symétrie hermitienne (8), comme l'a montré Wigner [19].

Ceci met en évidence la nature du lien entre *réversibilité formelle* , ou *logique* , et *réversibilité temporelle* de l'amplitude conditionnelle.

13. Conclusion. La causalité identifiée à la probabilité ou, mieux, à l'amplitude conditionnelle

Dans les exposés de mécanique quantique une phrase stéréotypée revient, comme issue de ces moulins à prière décrits par les explorateurs du Thibet : "le vecteur d'état ψ peut varier de deux manières : une manière continue obéissant à l'équation de Schrodinger, une manière discontinue à l'instant d'une mesure".

Or, nous avons vu que le concept du "vecteur d'état évoluant" est inadéquant : pire qu'inutile, nuisible [20]. En l'utilisant l'on se crée des problèmes avec la Lorentz [21] et la CPT-invariances.

Le concept approprié, c'est l'amplitude de transition ; elle connecte, par un réseau de propagateurs dit "graphe de Feynman", les diverses préparations et mesures partielles dont les résultats sont inscrits dans la formule. Suivant une autre appellation, c'est l' *amplitude conditionnelle* , valant *si et seulement si* chacune des préparations et des mesures, *mentionnées dans la formule* est effectuée ; veuillez noter la forme intemporelle de ce langage. Les amplitudes conditionnelles partielles, attachées aux *chaînons* du graphe, sont des propagateurs (de Feynman) ; voilà qui remplace "l'évolution continue du ψ". Les extrémités libres du graphe, qui le séparent de, et le connectent à l'environnement -les *points d'ancrage de la toile d'araignée* , si l'on veut- sont les préparations et mesures partielles. Toute cette mise en scène spatio-temporelle (ou d'impulsion-énergie) ne fait qu'habiller, de manière Lorentz et CPT-invariante, l' *algèbre des amplitudes conditionnelles de Jordan* , qui elle-même transpose en style ondulatoire l'algèbre analogue, mais différente, des probabilités conditionnelles de Laplace. Voilà qui remplace les "transitions discontinues du ψ". Au total, *préparations et mesures* connectées par une *amplitude conditionnelle* : voilà, en termes algébriques, le jeu de la physique quantique, dont le déploiement spatio-temporel n'est qu'une "mise en scène".

Je pense être fidèle aux pensées créatrices de Laplace et de Jordan en proposant d' *identifier purement et simplement le concept* (quelque peu flottant) *de la causalité au concept* (tout à fait limpide) *de la probabilité* , ou, *mieux , de l'amplitude conditionnelle. Essentiellement* se trouve ainsi défini un *concept non-fléché de la causalité* , doté des *symétries hermitienne* (8) et *laplacienne* (2), de l' *invariance topologique* , des Lorentz et CPT-invariances,

dont l'emploi s'avère parfaitement opérationnel dans la discussion des corrélations EPR, par exemple.

Le caractère temporellement fléché de la causalité macroscopique est donc une *émergence* corollaire des autres aspects de l' *irréversibilité de fait.* Elle relève de la jurisprudence plutôt que du droit au sens strict. Elle est à rapprocher d'une autre asymétrie macroscopique de fait : la prépondérance des particules sur les antiparticules. L'une et l'autre de ces asymétries s'énonce *non comme une suppression* , mais *comme une répression* (des ondes avancées et des probabilités décroissantes pour l'une, des antiparticules pour l'autre). Le domaine d'existence, et de validité, de la macrophysique, se définit par ces deux asymétries. Sans elles, notre vie, telle que nous la connaissons, serait impossible.

Ainsi se termine l'esquisse du *schème explicitement relativiste* , et *plus précisément micro-relativiste* , du calcul des probabilités conditionnelles de Laplace et des amplitudes conditionnelles de Jordan.

Je suis bien conscient que, si son application se fait sans aucune surprise, la discussion épistémologique de ce paradigme n'est pas du tout triviale. Mais chaque chose en son temps. Ici l'on a fait "de la physique". Une autre fois l'on pourra faire "de la métaphysique".

Références

[1] Loschmidt, J. Sitzungsb. Akad. Wiss. Wien **73,** p. 139 (1876).

[2] Boltzmann, L. *Leçons sur la Théorie des gaz,* trad. fr., Gauthier-Villars, pp. 250-253 (1902).

[3] Gibbs, J.W. *Elementary Principles in Statistical Mechanics,* in Collected works and Commentary, Yale University Press, 1936, p. 150.

[4] Waals, J.D. van der, Phys. Zeitsch. **12** , p. 547 (1911).

[5] Laplace, P.S. de, *Mémoire sur les Probabilités des Causes,* in Oeuvres Complètes, T. 8, Gauthier-Villars, p. 27 (1891).

[6] Jordan, P. Zeitz.f.Phys. **40** , p. 8)9 (1926).

[7] Watanabe, S. Rev. Mod. Phys. **27** , p. 26 (1955).

[8] Born, M. Zeits. f. Phys. **38** , p. 803 (1926).

[9] Landé, A. *New Foundations of Quantum Mechanics* , Cambridge University Press (1965).

[10] Miller W.A. et Wheeler J.A., *Delayed Choice Experiments and Bohr's Elementary Quantum Phenomenon* in Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology, S. Kamefuchi et al. eds. Phys. Soc. Japan, (1984) p. 140.

[11] Costa de Beauregard O., Lett. Nuovo Cim. **25** , (1979) p. 91.

[12] Costa de Beauregard O., Nuovo Cim. **42B** , (1977) p. 41 et 51B (1979) p. 267.

[13] Costa de Beauregard O., *Lorentz and CPT-invariances and the Einstein-Podolsky-Rosen Correlations* in Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology, S. Kamefuchi et al. eds. Phys. Soc. Japan, p. 233 (1984).

[14] Aspect, A. et al **49** , p. 91 (1982).

[15] Heisenberg, W. Zeits. f. Phys. **43** , p. 621 (1927).

[16] Weiszacker, C. von. Zeits. f. Phys. **70** , p. 114 (1931).

[17] Lueders, G. Zeits. f. Phys. **133** , p. 325 (1952).

[18] Costa de Beauregard O., *CPT revisted, a manifestly covariant presentation, in The Wave Particle Dualism* , S. Diner et al. eds, Reidel, p. 485 (1984).

[19] Wigner, E.P. Gottinger Nach. p. 546 (1932).

[20] Costa de Beauregard O., Lett. Nuovo Cim. **31** , p. 43 (1981) et **36** , p. 39 (1983).

[21] Aharonov Y. et Albert D.Z. Phys. Rev. **D21** , p. 3316 (1980) et **D24** , p. 359 (1980).

(Manuscrit reçu le 5 mai 1986)