Une approche stochastique de la microphysique

J.C. Aron

Institut Henri Poincaré,
11 rue P. et M. Curie 75005 Paris

RESUME. L'idée, aujourd'hui courante, d'une "population du vide", jointe au concept quantique de fluctuations du vide, conduit à l'hypo - thèse d'un milieu aléatoire sous-jacent à la matière. L'approche stochastique est amorcée par un rappel de travaux antérieurs de l'auteur, d'abord sur les relations des lois de la diffusion avec les bases de la microphysique, ensuite sur la spectrographie des hadrons. Inspiré de cette dernière, un modèle de quark aléatoire est proposé ; il confère au couple de quarks des propriétés analogues au modèle de l'oscillateur harmonique ou de la corde élastique, imaginés pour expliquer leur liberté asymptotique et leur enfermement. L'étude stochastique des interactions (électron-nucléon, jets dans les collisions e^+e^- ou $p\ p \rightarrow \pi^0 + X$) donne pour les facteurs de forme des résultats en accord étroit avec l'expérience. L'article s'achève par un commentaire épistémologique (complémentarité entre le domaine stochastique et le domaine quantique, paradoxe E.P.R., etc.).

I. Introduction

Les travaux dont je vais donner un aperçu me paraissent entrer dans le cadre du numéro des Annales dédié à Francis Fer : d'abord parce qu'il s'est toujours intéressé aux fondements de la microphysique, ensuite parce qu'une grande part de ses études porte sur l'irréversibilité [1] : or précisément l'un des arguments opposés aux tentatives de donner la diffusion stochastique pour base à la mécanique quantique est que celle-ci est régie par des équations invariantes sous l'inversion du temps alors que les lois de la diffusion (équation de Fokker-Planck) ne le sont pas.

Les deux sections (II et III) qui font suite à cette Introduction sont un rappel de mes travaux antérieurs. Les recherches évoquées dans la Section II n'avaient pas d'ambition pratique : le développement même du schéma fondé sur la diffusion permet de définir ses limites d'application, et montre que les conditions expérimentales courantes sont en dehors de son cadre. Au contraire la Section III résume une description de la spectroscopie des hadrons, qui donne avec précision les valeurs mesurées des masses, des durées de vie et des proportions de désintégration des particules. Elle est également d'un caractère stochastique: les masses et les désintégrations sont respectivement des grandeurs et des processus aléatoires. Pourtant il n'est pas fait directement application des principes rappelés dans la Section II.

La synthèse est obtenue dans des travaux plus récents qui sont l'essentiel du présent article. Il est montré (Section IV) que l'approche stochastique étendue aux quarks permet d'expliquer les apparences contradictoires qu'ils présentent suivant le processus étudié (masses différentes pour les quarks entrant dans la constitution des hadrons et pour ceux qui participent aux interactions), et rend compte de leur enfermement. Puis les interactions de l'électron (e) et du nucléon (N), $(e\,N, e^+e^-, N\,N)$ sont soumises (Section V) à l'étude aléatoire, qui notamment détermine, en accord avec l'expérience, le facteur de forme du nucléon. La Section VI contient des commentaires.

II - Diffusion et microphysique (Rappel de travaux antérieurs [2 : a-d])

2.1. La question préalable est de savoir s'il est plausible que des phénomènes stochastiques se trouvent à la base de la microphysique. Ce problème est lié à celui d'un milieu aléatoire où la matière serait immergée.

Or les développements actuels de la théorie quantique comportent tous l'idée que le vide quantique n'est pas le vide idéal. On définit généralement le "vide" comme la situation où les constituants sont dans l'état d'énergie minimale. On peut aussi considérer qu'une particule isolée est une abstraction, et que toute région de l'espace est sillonnée par les bosons virtuels qui véhiculent les interactions. Seules nous intéressent ici celles qui ne sont pas d'une portée infinitésimale (donc pratiquement d'une portée infinie). Ainsi le milieu nous apparaît formé d'éléments (photons, gluons à l'intérieur des hadrons) qui circulent avec la vitesse de la lumière. Et comme l'électrodynamique quantique a établi les fluctuations du vide, nous voici amenés à la conception d'un milieu aléatoire sous-jacent à la matière.

Une particule plongée dans ce milieu acquiert un mouvement erratique dont le libre parcours moyen l_0 se définit en fonction de sa masse M_0. La relation admise ici est, en l'absence de vitesses locales :

$$l_0 = \hbar/(M_0\,c) \tag{1}$$

d'où pour le temps moyen de parcours libre :

$$\theta_0 = l_0/c = \hbar/(M_0\,c^2) \tag{2}$$

Les relations (1) et (2) indiquent une action mutuelle de la particule et du milieu. Celui-ci communique à la particule la vitesse c, qu'on retrouve dans l'équation de Dirac comme valeur propre de la vitesse. (Il s'agit de vitesse instantanée, non de la vitesse moyenne macroscopique). Inversement la particule agit sur le milieu, en concentrant, proportionnellement à sa masse, les éléments du milieu ; si on définit l'énergie d'agitation du milieu comme proportionnelle à la fréquence c/l_0 des changements d'itinéraire ("collisions" au sens large) on a une représentation de l'équivalence de la masse et de l'énergie.

Envisagé à grande échelle, c'est-à-dire pour des intervalles de temps t tels que :

$$t \gg \theta_0, \tag{3}$$

le mouvement d'une particule peut être identifié avec un processus de diffusion, défini [en fonction de la probabilité conditionnelle $P(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}^0, 0)$ de la position $\mathbf{x}$ au temps t quand la position est en $\mathbf{x}^0$ au temps 0] par la vitesse moyenne :

$$\mathbf{u} = \lim_{(t\to 0)} \overline{[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^0(0)]}/t \tag{4}$$

et la constante caractérisant la diffusion (supposée isotrope) :

$$k = \lim_{(t\to 0)} \overline{[x_i(t) - x_i^0(0)]^2}/t \tag{5}$$

Tous les auteurs qui ont travaillé dans ce domaine ont adopté la valeur :

$$k = \hbar/M_0 \tag{6}$$

Ils ont [1] (comme moi-même) utilisé l'équation (6) et des hypothèses diverses pour établir l'équation de Schrödinger sur des bases stochastiques. La portée de ce résultat dépend de la signification qu'on attache à l'équation en cause, et à la fonction ψ qu'elle régit ; elle est faible si le ψ ne définit qu'un faisceau de probabilités de mesure. C'est pourquoi j'insisterai davantage sur un autre aspect de l'approche qui est résumée ici.

2.2. On voit apparaître avec les équations d'onde relativistes des incertitudes de localisation spatiale et temporelle, qui sont respectivement d'ordre l_0 et θ_0. Ceci a été démontré par Newton et Wigner [7] : l'opérateur de position $\mathbf{X} = -i\hbar\, \partial/\partial \mathbf{p}$, hermitien dans l'équation de Schrödinger, cesse de l'être dans

[1] Les premiers de ces auteurs ont été Fenyes [3] puis Régnier [4]. Une impulsion nouvelle a été donnée par Nelson [5] et son école (une liste est fournie dans la référence [2.c]). Mes premiers articles [6] sont antérieurs aux travaux de Nelson.

les équations de Klein-Gordon et de Dirac. A la description instantanée d'un élément matériel se substitue une description étalée sur l'intervalle θ_0, et ceci intervient avec la relativité puisqu'à l'approximation où c est infini, θ_0 et l_0 sont nuls. Or ici apparaît un parallélisme avec le processus aléatoire défini ci-dessus : la théorie classique de la diffusion, qui n'est pas relativiste, est régie par les relations (4) et (5), mais aussi par la condition (3), qui se trouve automatiquement satisfaite quand θ_0 est considéré comme nul. On peut ainsi concilier la condition (3) (qui est un caractère essentiel de la diffusion) avec la limite $t \to 0$ qui figure dans les équations (4) et (5). Sortis de l'approximation $\theta_0 \sim 0$, il nous faut substituer à (4) et (5) de nouvelles équations, qui devront :

1) remplacer la description instantanée par une description au temps θ_0

2) se ramener à (4) et (5) pour $\theta_0 \sim 0$.

Ces deux sujétions sont satisfaites si, les valeurs moyennes étant calculées avec la probabilité conditionnelle $P(\mathbf{x}, \theta_0; \mathbf{x}^0, 0)$ (position $\mathbf{x}$ au temps θ_0 pour une position initiale $\mathbf{x}^0$), on définit : une vitesse moyenne :

$$u_1 = \overline{\mathbf{x}(\theta_0) - \mathbf{x}^0(0)}/\theta_0 \tag{7}$$

et une nouvelle constante :

$$k_1 = \overline{\big(x_i(\theta_0) - x_i^0(0)\big)^2}/\theta_0 \tag{8}$$

L'hypothèse complémentaire est :

$$k_1 = k = \hbar/M_0 \tag{9}$$

Maintenant la condition (3) n'est plus automatique ; mais nous sommes libres de choisir l'échelle de temps des processus étudiés : à grande ou à petite échelle selon que (3) sera ou non satisfait. Seuls les premiers pourront être considérés comme décrivant une diffusion.

Plaçons nous d'abord à petite échelle, et cherchons à nous représenter, pour un élément de position connue au temps 0, la situation au temps θ_0 qui dans notre nouveau schéma remplace la description instantanée. Calculons la moyenne quadratique du déplacement au temps θ_0 ; par les équations (8) et (9) sa valeur est :

$$\overline{\big(x_i(\theta_0) - x_i^0(0)\big)^2} = k_1\,\theta_0 = l_0^2 \tag{10}$$

Il s'agit ici d'un déplacement par rapport à l'origine, qu'on suppose n'être pas soumise au déplacement d'ensemble $u_1 \cdot \theta_0$. Si elle l'était, la différence serait négligeable à condition que :

$$u_1\,\theta_0 \ll l_0$$

c'est-à-dire :

$$u_1 \ll c \tag{11}$$

Quand la condition (11) n'est pas satisfaite on doit calculer, pour la coordonnée suivant laquelle u_1 est dirigé [en écrivant x pour $x_i(\theta_0)$ et x^0 pour $x_i(0)$]:

$$\begin{aligned}(12) \qquad \overline{[x-(x^0+u_1\,\theta_0)]^2} &= \overline{(x-x^0)^2} - 2\,u_1\,\theta_0\,\overline{(x-x^0)} + u_1^2\,\theta_0^2 \\ &= l_0^2 - 2\,u_1^2\,\theta_0^2 + u_1^2\,\theta_0^2 = l_0^2\,(1-u_1^2/c^2)\end{aligned}$$

La contraction de Lorentz apparaît, les écarts quadratiques constituent un étalon pour les longueurs macroscopiques ; le processus stochastique réalise la soudure à la base de la mécanique quantique et de la relativité.

2.3. Passons aux processus à grande échelle de temps, où la condition (3) est satisfaite. Par rapport aux durées considérées θ_0 est maintenant infiniment petit, mais non plus nul. En comparant avec l'approximation non relativiste, nous pressentons que nous sommes à l'ordre infinitésimal supérieur (en θ_0). Ceci se confirme par le raisonnement (développé à l'Appendix A) qui adapte la démonstration classique de l'équation de Fokker-Planck :

$$\partial\rho/\partial t + \mathrm{div}\,(\rho\mathbf{u}) = k/2\cdot\Delta\rho, \tag{13}$$

(ρ = densité de probabilité) quand les définitions (4) − (5) sont remplacées par (7) − (9). On obtient :

$$\partial\rho/\partial t + \mathrm{div}\,(\rho\mathbf{u}_1) = k/2\,\Box\rho \tag{14}$$

et l'on observe la symétrie d'espace temps [2] sans avoir, ici encore, introduit au départ le formalisme de Lorentz. De cette nouvelle équation on déduit celle de Klein-Gordon par un raisonnement parallèle à celui qui donnait l'équation de Schrödinger à partir de la relation (13).

Celle-ci était écrite à l'ordre 0 en θ_0, car $k = c^2\,\theta_0$ pouvait être non infinitésimal en θ_0 quand c^2 était infini. Quand c devient fini, k est d'ordre 1 en θ_0, et (14) est écrite à cet ordre. On obtient bien le résultat annoncé.

Dire que θ_0 et l_0 sont infinitésimaux, c'est dire que le système ne comporte pas de fortes variations à l'échelle de θ_0 et l_0. Or, au niveau expérimental, il y a toujours soit des appareils macroscopiques, soit des phénomènes brutaux

[2] t et ρ sont les grandeurs du système propre, et $\mathbf{u}_1$ la dérivée de $\mathbf{x}$ par rapport au temps propre (voir Appendix A).

(création et destruction de particules), où la restriction ci-dessus n'est pas respectée. Le schéma stochastique est rompu, on entre dans le domaine propre du formalisme quantique.

Cette précision permet de faire le point. Le schéma proposé est conceptuellement cohérent : il unifie à la base mécanique quantique et relativité, il éclaire certains caractères des équations quantiques : par exemple la liaison du spin et de la relativité. Pourquoi la relativité sans spin (équation de Klein-Gordon) et le spin sans relativité (équation de Pauli) sont ils insatisfaisants ? Dans une étude du tremblement de Schrödinger (Réf. [2.d]) j'ai montré qu'il est lié à des mouvements élémentaires du spin, qui relèvent de l'ordre supérieur en θ_0. Par ailleurs (voir Section VI) les mystérieux invariants Ω_1 et Ω_2 de l'équation de Dirac sont dotés d'une interprétation stochastique. Enfin, non seulement la valeur propre c de la vitesse dans l'équation de Dirac, mais surtout la présence de c dans les équations de la matière, reçoivent une base intelligible.

Mais cette description est une idéalisation : au niveau expérimental le schéma est brisé. D'ailleurs les équations d'onde initiales (non superquantifiées) sont elles-mêmes une idéalisation, et l'on voit la complexité des conditions pratiques se traduire, avec la seconde quantification, par une progression nouvelle dans l'abstraction formelle.

L'ambition des contributions résumées dans cette Section est donc loin de celle qui semble animer les travaux de Nelson [5] et de son école, elles n'espèrent pas fonder le formalisme quantique sur la théorie de la diffusion. [3] Pour tout ce qui relève *directement* de l'expérience ce formalisme reste notre seule base solide. Je vais toutefois montrer qu'avec la spectroscopie des hadrons nous entrons dans un domaine où l'effet de la mesure est indirect, et suggérer, entre le champ d'action du formalisme quantique et celui où l'approche stochastique permet des calculs vérifiables, une sorte de complémentarité. [4]

III - La spectroscopie des hadrons

La spectroscopie des hadrons est en principe calculable par la chromodynamique quantique, théorie des interactions fortes. A partir des masses des quarks constituant une particule, la masse se détermine par combinaison du potentiel interquark avec les couplages spin-orbite et spin-spin. Cette méthode a conduit à des succès partiels, plus spectaculaires dans la partie supérieure du spectre des mésons : résonances à charme caché ou à beauté cachée. Ici on a

[3] Une analyse critique d'ensemble se trouve dans la Référence [2.c].

[4] Par ailleurs on verra à la fin de cet exposé (Section VI) que les suggestions sur la relativité conduisent à des conséquences qui ne sont pas uniquement spéculatives.

obtenu, en utilisant l'équation de Schrödinger, une description comparable à celle du spectre de l'hydrogène [8]. Dans la partie inférieure ou médiane du spectre (exception faite des multiplets inférieurs de baryons, pour lesquels le groupe SU_3 s'est montré efficace), la chromodynamique quantique n'est pas encore parvenue à une détermination d'ensemble pour les masses, et encore moins pour les durées de vie et proportions de désintégration.

L'approche stochastique est-elle valable ? Il a été reconnu ci-dessus que les conditions expérimentales, et notamment les appareils de mesure, brisent le schéma idéal. Mais la spectroscopie des hadrons ne relève pas directement de la mesure : les résonances se manifestent par des bosses sur les courbes donnant les sections efficaces en fonction de l'énergie, dans les interactions hadroniques : on peut considérer qu'il y a un sous-niveau, dont les lois émergent au niveau de l'expérience sans être altérées par elle.

3.1. Dans un premier article [2.e] le carré M^2 de la masse [5] a été défini comme la valeur moyenne d'une grandeur aléatoire $\mathcal{M}^2$. Avant d'aller plus loin j'examinerai le rôle de l'isospin dans les formules de masse. J'appelle T le nombre d'isospin, T_3 sa troisième composante, reliée à la charge Q et à l'hypercharge Y par la relation $Q = T_3 + Y/2$ (en l'absence de charme et de beauté).

La symétrie d'isospin (valable à l'approximation où l'on néglige les corrections électromagnétiques) impose que T et non T_3 intervienne dans les formules de masse ; quelle est la signification de T ? Concrètement c'est un nombre d'états (par exemple : état proton, état neutron). Dire que T est présent dans la formule de masse, c'est dire que l'existence du neutron influe sur la masse du proton : à première vue c'est surprenant.

Pourtant cela devient naturel si la création d'une particule est considérée comme un processus stochastique. Durant cet évènement aléatoire on peut supposer que tous les états du multiplet d'isospin interviennent avec la même probabilité. Si la contribution d'isospin à $\mathcal{M}^2$ est le carré d'une contribution $\mathcal{T}_3$ proportionnelle à T_3, la valeur moyenne de $\mathcal{T}_3^2$ sera proportionnelle :

pour les isobosons à $(2T+1)^{-1} \cdot 2(1^2 + 2^2 + \cdots T^2) = T(T+1)/3$,

et pour les isofermions, posant $T = (2r+1)/2$, à : $[4(r+1)]^{-1} (1^2 + 3^2 + \cdots (2r+1)^2] = (2r+1)(2r+3)/12 = T(T+1)/3$.

Dans les deux cas la moyenne stochastique est identique à la moyenne quantique $< T^2 >_q /3 = T(T+1)/3$. En ajoutant une contribution "centrale" M_0^2 et une contribution d'hypercharge, on obtient une formule de masse d'un type unique pour baryons et mesons, et qui, (moyennant une règle simple pour la variation des coefficients avec le spin), atteint les objectifs suivants :

[5] Le choix de M^2 et non de M se justifiera plus loin.

1) se ramener à une loi du type SU_3 dans les cas où cette loi est efficace (l'octet et le décuplet inférieurs pour les baryons)

2) donner, pour M_0^2 représenté en fonction du spin, un schéma géométrique cohérent (il n'existe ni pour M, ni pour M^2, sinon on le connaîtrait).

3) être en accord précis avec l'expérience.

Effectivement le schéma géométrique pour M_0^2 donne d'une part des "tours" (M_0^2 variant par multiples d'un quantum fonction linéaire du spin) d'autre part, dans le cas des baryons, des trajectoires qui sont une structure fine des trajectoires de Regge [9] (variation linéaire de M^2 en fonction du spin). Cette concordance justifie le choix de M^2.

L'idée d'une complémentarité entre stochastique et quantique trouve ici sa première application ; car c'est justement dans la région supérieure du spectre des mésons (charme caché, beauté cachée) que le schéma géométrique, tout en restant précis, devient moins significatif, alors que c'est le domaine que la mécanique quantique décrit efficacement.

L'accord avec l'expérience est très bon ($5\,MeV$) quand les mesures ont cette approximation. Pour beaucoup de résonances (notamment baryoniques) cette condition n'est pas satisfaite ; mais le calcul des désintégrations (durée de vie, proportion des produits formés) est très sensible à la situation de la particule dans le schéma géométrique, qui se trouve ainsi confirmé plus largement.

3.2. La description des désintégrations (Réf. [2.f]) est trop complexe pour être détaillée ici. Je retiendrai seulement les principes

a) Le milieu stochastique donne au carré de la masse le caractère d'une variable aléatoire.

b) Le processus de désintégration se décompose en processus partiels déterminés par la géométrie du spectre (portions de tours ou portions de trajectoires). A chacun de ces processus est affectée une variable de masse aléatoire, et la désintégration a lieu quand la fluctuation des masses partielles les rend égales, annulant ainsi l'hétérogénéité des valeurs moyennes.

c) Les fluctuations mentionnées sous a) et b) sont régies par une loi gaussienne.

La description est très fidèle : les probabilités d'un processus donnent à queleques MeV près les résultats expérimentaux, quand les mesures ont cette précision.

IV - Description stochastique des quarks

4.1. L'existence des quarks paraît certaine, mais leur dynamique est obscure. En tant que constituants des hadrons ils sont dotés de masses finies ; mais quand ils interviennent dans les interactions leur masse devient presque nulle [10], ou bien on leur attribue une fraction variable de la quantité de mouvement du hadron qui les contient, sans que masse et vitesse aient une signification bien nette. "Les quarks de courant ne sont pas les mêmes que les quarks constituants", dit Lipkin [11].

Par ailleurs, comme on ne les a jamais vus, il faut admettre qu'ils sont prisonniers, mais la chromodynamique quantique n'a pas encore pu le prouver. On adopte pour la liaison interquarks des potentiels comme celui d'un oscillateur harmonique ou d'une corde élastique, mais ils varient avec le modèle.

Nous voici encore devant un problème de complémentarité. Pour décrire le spectre des hadrons nous étions sortis du formalisme quantique, il est improbable que ce problème soit le seul où l'évasion s'impose. D'autre part les quarks entrent très efficacement dans beaucoup de calculs de la mécanique orthodoxe. Ceci suggère une sorte de dualité entre le stochastique et le quantique. Le quark réel (Q) sera supposé obéir à des lois stochastiques, mais on lui associera une particule fictive (Q') obéissant aux lois quantiques, et dont le mouvement sera une représentation moyenne du mouvement de (Q). La masse de (Q') est conventionnelle et pourra varier selon le processus étudié, ce qui lève la contradiction signalée plus haut.

La description stochastique sera inspirée des principes qui ont permis le calcul de la désintégration des hadrons. D'une part elle sera régie par une loi gaussienne ; d'autre part une règle analogue à la règle d'homogénéité (Section III, 2.b) sera adoptée. Je vais d'abord indiquer qualitativement comment on obtient ainsi un schéma proche de la corde élastique ou de l'oscillateur harmonique.

Dans la chromodynamique quantique la liaison entre les quarks est assurée par un échange de gluons. La représentation parallèle sera une action du milieu stochastique. Supposons qu'elle consiste (c'est l'hypothèse d'homogénéité) à rendre identiques les vecteurs vitesse des deux quarks (il s'agit des vitesses aléatoires instantanées, non de la vitesse moyenne $\mathbf{u}$ ou $\mathbf{u}_1$). Le milieu est macroscopiquement continu, son mouvement moyen local a, d'un point à un autre, des variations progressives. Le mouvement moyen des quarks est influencé par le milieu ; donc la condition imposée à deux quarks d'avoir des vitesses instantanées égales écarte ces vitesses de leur valeur moyenne d'autant plus qu'ils sont plus éloignés, et équivaut à une contrainte qui croît avec la distance.

4.2. Précisons ceci quantativement. Soit (Q_1, Q_2) un couple de quarks, et $({Q'}_1, {Q'}_2)$ le couple de pseudoparticules quantiques associées, leurs vitesses étant des moyennes des vitesses aléatoires de (Q_1) et (Q_2). Nous cherchons la probabilité que dans l'unité de temps [6] on ait l'égalité vectorielle des vitesses

[6] L'unité de temps est arbitraire, la probabilité pouvant être supposée proportionnelle

aléatoires de (Q_1) et (Q_2) quand les vitesses moyennes sont $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$. Les postulats sont les suivants :

Postulat I. La probabilité ci-dessus est une fonction gaussienne de $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$. Ainsi la probabilité que la vitesse relative aléatoire des quarks ait la valeur 0 quand sa valeur moyenne est comprise entre $\mathbf{v}$ et $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ s'écrit :

$$C(\mathbf{v})d\mathbf{v} = (\sigma\sqrt{\pi})^{-3} \exp(-\mathbf{v}^2/\sigma^2)d\mathbf{v} \tag{15}$$

Postulat II. La fonction d'onde ψ du système (Q'_1, Q'_2) s'obtient en associant à l'état $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$ la densité de probabilité $C(\mathbf{v})$.

Pour trouver ψ, appelons $\mathbf{r}_1$ et $\mathbf{r}_2$ (avec $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$) les positions de (Q'_1) et (Q'_2). (Elles peuvent être des moyennes de celles de (Q_1) et (Q_2), mais la connexion n'est pas indispensable). Les masses de (Q'_1) et (Q'_2) sont conventionnelles ; pour simplifier donnons leur la même valeur m, sinon rien d'essentiel ne serait modifié. Avec $\mid \mathbf{r} \mid = r$, soit $V(r)$ le potentiel à choisir pour être équivalent à la loi stochastique. Le lagrangien du système (Q'_1, Q'_2) s'écrit, à l'approximation non relativiste, en posant $(\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2)/2 = \mathbf{v}_G$:

$$\mathcal{L} = m/2(\mathbf{v}_1^2 + \mathbf{v}_2^2) - V(r) = m\,v_G^2 + 1/4 \cdot m\,\mathbf{v}^2 - V(r) \tag{16}$$

La décomposition de $\mathcal{L}$ en $m\,\mathbf{v}_G^2$ et $1/4 \cdot m\,\mathbf{v}^2 - V(r)$ montre que le système équivaut à l'ensemble de deux particules théoriques, l'une (Π_G) associée au mouvement du centre de masse, l'autre (Π) décrivant le mouvement dans le repère du centre de masse. La première est libre et ne nous intéresse pas ; la seconde a des états $\mathbf{p} = m(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$ auxquels nous associons la probabilité (15). Par le postulat I, la fonction d'onde comporte pour l'état $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ une amplitude proportionnelle à $[C(v)]^{1/2}$, d'où un développement

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= A(\sigma\sqrt{\pi})^{-3/2} \int \exp(-v^2/2\sigma^2)\, \exp(i\,m\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{r})\, d\mathbf{v} \\ &= A' \exp(-\sigma^2\, m^2\, r^2)/2. \end{aligned} \tag{17}$$

Nous obtiendrons le potentiel $V(r)$ en remarquant que le potentiel harmonique

$$V'(r) = b\,r^2/2 \quad (b \text{ constant})$$

au temps. Dans tout ce qui suit les relations entre probabilités sont définies à un facteur de proportionnalité près.

donne (12) pour la fonction d'onde de l'oscillateur dans l'état fondamental, à $t = 0$:

$$\psi(\mathbf{r}) = \text{constant} \cdot \exp(-(mb)^{1/2} \cdot r^2/2\hbar) \tag{18}$$

expression qui peut être identifiée avec (17). On prendra donc $V = V'$: ainsi le potentiel harmonique, qui a été (parmi d'autres variantes) introduit dans le modèle des quarks pour expliquer phénoménologiquement leur liberté asymptotique (quand $r \to 0$) et leur enfermement, est obtenu ici par déduction du modèle stochastique.

V - Interactions. Facteurs de forme des hadrons

Ici encore, l'approche stochastique ne prétend pas supplanter l'approche quantique, mais coexister avec elle ; l'idée de complémentarité doit être approfondie.

Les sections efficaces d'interaction s'obtiennent comme le produit de deux facteurs : l'un est calculable par la dynamique quantique comme si l'interaction était ponctuelle ; l'autre est un facteur de forme (ou "fonction de structure") qui tient compte de l'extension spatiale du hadron. Ce dernier facteur n'a pas reçu de la chromodynamique quantique une expression décisive ; il sera supposé que ce facteur relève du calcul stochastique.

5.1. Interaction : lepton (l)-nucléon (N)

On distingue l'interaction élastique : $l + N = l + N$, et l'interaction inélastique qui comporte la désintégration du nucléon. C'est la seconde qui a imposé la structure granulaire du hadron. L'interaction élastique, au contraire, permet de considérer l'intérieur du nucléon dans son ensemble, ce qui suggère la référence au fluide stochastique.

5.1.1. **L'interaction élastique**. La théorie quantique définit l'interaction comme l'échange d'un gluon entre le lepton incident et l'un des quarks du nucléon (il y a les trois quarks de valence et la quantité indéterminée des quarks de la "mer"). L'approche aléatoire admettra qu'il y a interaction si l'un des éléments du fluide, dans son parcours libre, rencontre le lepton. [7] La correspondance se précise par le postulat suivant : (dans ce qui suit je raisonnerai sur l'électron)

Postulat III. La densité de probabilité de l'action stochastique est identifiable (à un facteur de proportionnalité près) avec une densité électrique à introduire dans les équations quantiques.

[7] Du fait que : 1) les dimensions du nucléon sont du même ordre que l_0 ; 2) dans les deux cas la vitesse est c ; 3) à l'intérieur du hadron il est suggéré que le fluide soit formé de gluons ; -on voit que l'analogie est très étroite.

Le milieu stochastique a été défini, par la vitesse moyenne $\mathbf{u}$ (ou $\mathbf{u}_1$) et la constante de diffusion k (ou encore $l_0 = k/c$) dans le voisinage d'une seule particule. Il faut maintenant préciser les variations de $\mathbf{u}$ (ou $\mathbf{u}_1$) et de l_0 quand deux particules sont en présence. Dans le cas présent elles sont définies par les deux postulats suivants :

Postulat IV. L'électron, dans son voisinage, entraîne les éléments du milieu ; la vitesse $\mathbf{u}$ (ou $\mathbf{u}_1$) devient celle de l'électron.

Postulat V. La perturbation apportée par l'électron à la constante de diffusion (ou au libre parcours moyen) du fluide nucléonique est faible : l_0 devient:

$$l'_0 = \alpha\, l_0 \tag{19}$$

$$\text{avec} \quad \alpha \approx 1 \tag{20}$$

et $l_0 = \hbar/M_0 c$ (M_0 masse du nucléon).

Soit P la position de l'électron, P' celle d'un élément du fluide. Posons $r = P\,P'$; nous avons à calculer la probabilité $f(r)$ qu'un élément de parcours libre $l'_0 = \alpha\, l_0$ en moyenne ait un parcours effectif au moins égal à r. C'est un problème classique de la théorie cinétique des gaz [13] ; il est rappelé à l'Appendice B et conduit à l'expression :

$$f(r) = \exp(-r/\alpha\, l_0) \tag{21}$$

La densité δ du fluide étant supposée constante dans la région intéressée par l'interaction (cette hypothèse sera révisée ci-après), la probabilité de rencontre avec l'électron des éléments du volume dv entourant P' est proportionnelle à $\delta\, f(r)\, dv$, d'où une densité de probabilité proportionnelle à

$$\rho(r) = \delta\, \exp(-r/\alpha\, l_0) \tag{22}$$

D'après le postulat III, la transcription du schéma stochastique en équation quantique conduit à introduire une densité de charge électrique $\rho'(r) = \lambda\, \rho(r)$ (λ = constante). A l'approximation spécifiée à l'Appendix B et d'après la démonstration qui y est donnée, on voit que si $\mathbf{q}$ est la quantité de mouvement transférée, le facteur de forme $G(\mathbf{q})$ est le transformé de Fourier de $\rho'(r)$

$$G(\mathbf{q}) = \int \rho'(r) \cdot \exp(i\mathbf{q} \cdot r) d^3\, r = \lambda \int \rho(r)\, \exp(i\mathbf{q} \cdot r) d^3\, r \tag{23}$$

Par (22), avec des coordonnées sphériques r, θ, ϕ, l'angle θ étant compté à partir de $\mathbf{q}$, on obtient :

$$
\begin{aligned}
(24) \qquad G(\mathbf{q}) &= \lambda \int \rho(r)\, \exp(i\, q\, \cos\theta \cdot r)\, r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi\, dr \\
&= 2\pi\lambda \int \rho(r) \cdot r[\exp(iqr) - exp(-iqr)]\,(iq)^{-1}\, dr \\
&= -2\pi\lambda(iq)^{-1}\delta \int_0^\infty \frac{\exp[(-1/\alpha\, l_0 + iq)r]}{-1/\alpha\, l_0 + iq}\, dr + conj. \\
&= 2\pi\lambda(iq)^{-1}\delta[(-1/\alpha\, l_0 + iq)^{-2}] + conj. \\
&= 8\pi\lambda\delta\, l_0^3\, \alpha^3/(1 + q^2\, \alpha^2\, l_0^2)^2
\end{aligned}
$$

Or une méthode basée sur les relations de dispersion, incluant les effets des pôles les plus proches, supposés dominants pour les valeurs faibles [8] de q^2, conduit à la formule suivante [14], que l'expérience vérifie : ($\mathbf{q}$ étant exprimé en GeV/c) :

$$G(q) = G(0)/(1 + q^2/0,71)^2 \qquad (25)$$

La comparaison de (24) et (25) donne :

$$\alpha = 1,12 \qquad (26)$$

ce qui entre bien dans le cadre de la condition (20).

5.1.2. **L'interaction inélastique (désintégration du nucléon)** Elle se produit aux fortes valeurs de $\mathbf{q}^2$, où l'interaction élastique s'évanouit. Dans ce nouveau domaine la structure granulaire s'impose. L'approximation ci-dessus, où la densité δ du milieu était considérée comme constante, cesse d'être valable. Comme nous avons changé d'échelle, nous considérons la densité statique δ comme nulle à la nouvelle échelle, et admettons que le milieu comporte des fluctuations locales de densité, qui sont aléatoires et correspondent aux grains ou "partons" du modèle classique. Précisons cette correspondance en nous reportant pour simplifier au "modèle naïf" [15] du parton (identifié avec le quark). Il introduit la fonction $f(x)$, densité de la probabilité qu'un quark ait pour masse (ou pour quantité de mouvement) [9] la fraction x de celle du nucléon.

[8] Pour les fortes valeurs de q^2 le nucléon est désintégré, on sort de l'approximation élastique.

[9] Les deux hypothèses donnent dans le modèle classique des résultats peu différents ; elles sont conventionnelles puisque la masse même du quark a ce caractère (Voir Section 4.1).

Le facteur de forme qui figure dans la section efficace différentielle de dispersion est alors :

$$W = 1/(2M_0) \cdot f(x) \sum Q_j^2 \tag{27}$$

(M_0 masse du nucléon, $\sum Q_j^2$ somme des carrés des charges des quarks). La densité $f(x)$ sera identifiée avec la densité de probabilité de fluctuation, supposée à nouveau suivre une loi gaussienne, avec la valeur la plus probable [10] égale à $\delta \sim 0$. Quant à $\sum Q_j^2$, il est proportionnel au nombre N de quarks concernés. Il faut distinguer les quarks de valence qui donnent pour N une valeur fixe, et ceux de la "mer", dont la quantité concernée par l'interaction n'est pas définie a priori. Il est plausible qu'elle soit d'autant plus grande que x est plus petit: $N = C/x^k$, et la théorie de Regge, si l'on considère comme dominante la trajectoire appelée Pomeron [16] donne $k = 1$. On a donc une expression de la forme :

$$W = A\,\exp(-x^2/\sigma^2) + A'/x \cdot \exp(-x^2/\sigma'^2) \tag{28}$$

Le calcul de W est donné par le Tableau I, où les deux contributions sont dans les colonnes (2) et (3) ; leur importance relative correspond à celle couramment admise pour les contributions des quarks de valence et de la "mer" : cette dernière domine pour x faible, puis décroît pour s'annuler quand $x \sim 0,4$.

La comparaison avec l'expérience utilise les fonctions de structure W_1 et W_2 reliées à W par les relations

$$W = 2M_0 W_1 = \nu W_2/x$$

(ν = énergie transférée).

Par ailleurs, dans le modèle des quarks, les actions du neutrino et de l'électron sur le nucléon sont [17] dans le rapport 18/5. Il a donc fallu dans la colonne (5) multiplier par 18/5 les valeurs de $2M_0W_1$ données par la Référence [18] pour l'électron, tandis que dans la colonne (6) sont portées les valeurs obtenues pour W_2/x par la Référence (19) pour le neutrino. Les coefficients adoptés pour le neutrino dans l'équation (28) sont :

$$A = 6,00 \quad ; \quad A' = 0,99 \quad ; \quad \sigma = 0,34 \quad ; \quad \sigma' = 0,12$$

Notons cet aspect de la complémentarité. L'approximation dite "invariance d'échelle" (W fonction de x seul, et non de $\mathbf{q}^2$) est celle du "modèle naïf" ; elle est

[10] Seule la partie de la courbe de Gauss correspondant aux valeurs positives de la variable aléatoire ayant ici un sens physique, la valeur la plus probable n'est pas la valeur moyenne.

dépassée par la chromodynamique quantique, qui s'accorde avec l'expérience sur le tracé des courbes $W(\mathbf{q}^2)$ définies pour chaque valeur de x, mais doit prendre soit dans l'expérience soit dans un modèle ad hoc un point initial de chaque courbe. Ici au contraire les valeurs admises dans les colonnes (5) et (6) sont des moyennes sur le domaine des $\mathbf{q}^2$, mais l'équation (28) établit leur variation avec x.

Dans la colonne (7) est inscrite la moyenne arithmétique des colonnes (5) et (6) : en comparant avec la valeur théorique (col.4) on voit que l'accord est très satisfaisant.

Tableau I
Interactions lepton-nucléon. Fonction de structure
$W = 2M_0W_1 = \nu W_2/x$ (cas fortement inélastique)
Les valeurs correspondent au neutrino

	Valeurs calculées			Valeurs expérimentales		
x	$6e^{-(\frac{x}{0,34})^2}$	$\frac{0,99}{x}e^{-(\frac{x}{0,12})^2}$	Total	$2M_0W_1$	$\frac{1}{x}\nu W_2$	$\frac{(5)+(6)}{2}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
0,015	6,0	65,0	71,0		73	73
0,045	5,9	19,1	25,0		24	24
0,08	5,7	7,9	13,6	11,5	14	12,75
0,15	4,95	1,4	6,35	6,5	7	6,75
0,25	3,5	0,05	3,55	3,6	3,6	3,6
0,35	2,1		2,1	2,2	2,2	2,2
0,45	1,0		1,0	1,4	0,9	1,15
0,55	0,45		0,45	0,6	0,4	0,5
0,65	0,15		0,15	0,25	0,15	0,2
0,8	0,02		0,02	0,04		0,04
0,9	0,005		0,005	$\approx 0,003$		$\approx 0,003$
1,0	0,001					

æ

5.2. Réaction $e^- e^+ \to$ photon $\to$ hadrons

La contribution décrite en 5.1.1. n'existe pas ici, car le parcours libre l_0 dans le fluide électronique est supérieur aux dimensions de la zone d'interaction.

L'interaction inélastique donne lieu à cette remarque : il a été admis implicitement que le milieu qui constitue l'intérieur des hadrons est de même nature que le milieu aléatoire où la matière est immergée, mais ceci demande confirmation. A l'intérieur du hadron la théorie classique introduit (par l'équation (27)) une densité de probabilité $f(x)$ qui a été identifiée avec une probabilité de fluctuation. Dans l'interaction de deux électrons il n'y a plus de fonction $f(x)$: une fois annihilée la paire d'électrons, c'est avec le "vide" qu'interagit le photon formé. Si pourtant nous arrivons pour les sections efficaces de production des hadrons à une formule identique (aux coefficients près) à celle trouvée plus haut pour l'action d'un lepton sur le nucléon, nous obtiendrons la confirmation attendue.

L'étude sera faite pour une énergie supérieure à 10 GeV: en deçà l'invariance d'échelle est rompue. La collision des électrons crée une paire quark-antiquark qui joue le rôle des quarks de valence de l'étude précédente, tandis que l'interaction se propage dans le milieu, créant des paires secondaires qui sont l'analogue de la "mer" dans le nucléon. Admettons ici encore une distribution gaussienne des fluctuations en fonction du rapport x' de la quantité de mouvement de la paire de quarks primaire (c'est-à-dire des hadrons produits) à l'énergie d'interaction $\sqrt{s}$. Ecrivons l'équation (28) (avec $x \to x'$) , où W sera identifiée avec la quantité invariante d'échelle $s \cdot d\Sigma/dx'$ ($d\Sigma/dx'$ section efficace différentielle) et où les nouveaux coefficients seront:

$$A = 1,9 \quad ; \quad A' = 1,25 \quad ; \quad \sigma = 0,48 \quad ; \quad \sigma' = 0,24$$

(A et A' en μb GeV^2) . La comparaison avec l'expérience s'établit comme suit:

x'	W théorique	$s\,d\Sigma/dx'$ expérimental (μb GeV^2)
0,02	64	$\approx 60 - 80$
0,05	26	≈ 30
0,1	12,3	12
0,2	4,7	5
0,3	2,2	2
0,4	1,1	1
0,5	0,7	0,5
0,6	0,4	0,3
0,7	0,2	0,2

L'accord paraît satisfaisant; il faudrait qu'il soit confirmé par des mesures plus nombreuses et plus précises. Il faudrait aussi donner un fondement théorique plus solide au rapprochement du $s\,d\Sigma/dx'$ avec la fonction de structure du nucléon: au stade actuel sa motivation principale est que les deux grandeurs vérifient approximativement l'invariance d'échelle. Toutefois les vues proposées vont trouver un soutien dans l'étude des jets transversaux produits par les chocs de hadrons.

5.3. Jets transversaux dans les chocs entre hadrons.

L'exemple sera l'action: $p + p = \pi^0 + X$ (p = proton, X = hadrons non précisés).

Des quarks sont émis latéralement et donnent naissance à des gerbes de hadrons. Il s'agit d'évaluer la variation de la probabilité d'interaction en fonction de la quantité de mouvement transversale q_T.

Un calcul de chromodynamique quantique [21] donne une proportionnalité à q_T^{-4}. C'est seulement pour les grandes énergies que l'expérience confirme la théorie, ce qui s'accorde avec le carctère asymptotique de sa précision [11]. L'idée de complémentarité nous conduit donc à considérer le domaine des énergies moyennes comme celui de l'approche stochastique.

Le cas étudié sera celui de deux jets transversaux, donc de deux quarks latéraux. Par analogie avec les interactions étudiées précédemment deux contributions s'ajouteront:

1) une fluctuation, fonction gaussienne de q_T, décrite par une équation identique à (28), avec $x \to q_T$, des coefficients nouveaux, et la même interprétation qu'en 5.2 pour les quarks de valence et la "mer"

2) une action de chaque quark latéral sur le milieu aléatoire constitué par l'ensemble des deux protons.

Cette action est un processus analogue à celui étudié en 5.1.1. Le postulat IV subsiste, le quark jouant le rôle de l'électron. Au postulat V, cherchons ce qui doit remplacer L_0 au second membre de l'équation (19). Soit x'' le rapport $2q_T/\sqrt{s}$, ($\sqrt{s}$ étant l'énergie d'interaction dans le système du centre de masse). On peut considérer que l'énergie du système des deux protons est passée de sa

[11]C'est une conséquence de la "liberté asymptotique" des quarks dans la théorie quantique (couplage croissant avec la distance, donc avec l'inverse de l'énergie). Aux grandes énergies le couplage est assez faible pour qu'une méthode de perturbation inspirée de l'électrodynamique quantique s'applique.

valeur initiale $\sqrt{s}$ à la valeur $\sqrt{s}(1-x'')$ quand les quarks latéraux sont émis [12] d'où $l_0 \to l/(1-x'')$; [13] . Nous transcrirons donc comme suit l'équation (24) (en y supposant d'abord $\alpha = 1$):

$$\big(G(q_T)\big)^2 = \frac{\big(G(0)\big)^2}{\Big[1+\big(q_T l_0/(1-x'')\big)^2\Big]^4} \tag{29}$$

Pour $q_T \gg 1$ on peut écrire (en posant $D = \big(G(0)\big)^2/l_0^8$):

$$\big(G(q_T)\big)^2 \approx D(1-x'')^8/{q_T}^8$$

et cette expression coïncide approximativement avec celle que donne l'expérience [22] (pour les valeurs moyennes de s et de q_T) à la quantité $Ed^3\Sigma/d{q_T}^3$, E étant l'énergie incidente. Nous écrirons donc, en ajoutant les deux contributions définies ci-dessus:

$$\begin{aligned} Ed^3\Sigma/d{q_T}^3 =& A_1 \exp-({q_T}^2/\sigma_1^2) + {A'}_1/q_T \exp-({q_T}^2/\sigma_1'^2) \\ &+ \big(G(0)\big)^2/\big(1+{q_T}^2/(0,94(1-x''))^2\big)^4 \end{aligned} \tag{30}$$

Avec les coefficients suivants:

$$A_1 = 0,51\,10^{-25}\mathrm{cm}^3\mathrm{c}^3/\mathrm{GeV}^2 \quad , \quad \big(\mathrm{G}(0)\big)^2 = 10^{-26}\mathrm{cm}^3\mathrm{c}^3/\mathrm{GeV}^2 \quad ,$$

$$\sigma_1 = 0,3\mathrm{GeV/c} \quad ,$$

(σ_1 étant faible, en supposant comme précédemment $\sigma_1' \ll \sigma_1$, le terme en ${A'}_1$ pourra être négligé), le tableau II montre un très bon accord avec l'expérience. [14]

---

[12] Ceci suppose qu'on identifie (pour $c = 1$) l'énergie et l'impulsion du quark. La masse du quark étant conventionnelle, la relation des deux grandeurs l'est aussi. La chromodynamique quantique suppose la masse du quark nulle dans les interactions. [10]

[13] On a admis que dans le cas d'une masse en mouvement M, l'équation (1) se transpose en $l_0 \to l = \hbar/(Mc)$. Le fluide aléatoire défini par l'équation (12) est un fluide théorique: il est anisotrope, son libre parcours est $l = l_0(1-u^2/c^2)^{1/2}$ dans la direction de $\mathbf{u}$, et l_0 dans les directions perpendiculaires. En fait il est plausible qu'un effet d'homogénéisation donne un libe parcours isotrope. L'hypothèse que sa valeur est l s'accorde avec l'interprétation de l'énergie de la particule (supposée suivre les mouvements microscopiques du fluide) comme énergie d'agitation, proportionnelle à la fréquence c/l de ses "collisions".

[14] Données expérimentales: pour les deux premières lignes: formule empirique: $1,2\,10^{-25}\exp-6q_T$ (Ref. 23); pour les deux suivantes: Ref. 24; pour la suite Ref. 25; pour la dernière ligne Ref. 26

Tableau II
Action $p + p \to \pi^0 + X$. Section efficace différentielle (Energie $\sqrt{s} = 62,4$GeV).
Variation avec q_T, quantité de mouvement transversale ($x'' = 2q_T/62,4$)

	Valeurs calculées			Valeurs expérimentales		
x	$6e^{-(\frac{x}{0,34})^2}$	$\frac{0,99}{x}e^{-(\frac{x}{0,12})^2}$	Total	$2M_0W_1$	$\frac{1}{x}\nu W_2$	$\frac{(5)+(6)}{2}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
0,015	6,0	65,0	71,0		73	73
0,045	5,9	19,1	25,0		24	24
0,08	5,7	7,9	13,6	11,5	14	12,75
0,15	4,95	1,4	6,35	6,5	7	6,75
0,25	3,5	0,05	3,55	3,6	3,6	3,6
0,35	2,1		2,1	2,2	2,2	2,2
0,45	1,0		1,0	1,4	0,9	1,15
0,55	0,45		0,45	0,6	0,4	0,5
0,65	0,15		0,15	0,25	0,15	0,2
0,8	0,02		0,02	0,04		0,04
0,9	0,005		0,005	$\approx 0,003$		$\approx 0,003$
1,0	0,001					

æ

Les valeurs expérimentales (5ème colonne) correspondent à $\sqrt{s} = 62,4$ GeV. Pour des valeurs plus faibles de l'énergie incidente ($\sqrt{s} = 30,7$ GeV) et pour $q_T > 3$ GeV/c, il devient nécessaire de modifier la valeur de α. Celle qui donne l'accord avec l'expérience: $2\,10^{-34}$ pour $q_T = 5$ et $0,8\,10^{-35}$ pour $q_T = 6,5$, est

$$\alpha = 1,15$$

valeur égale, à l'approximation de l'expérience, à la valeur (26).

S'il n'a pas été nécessaire d'augmenter α pour les dernières lignes du tableau II, on peut admettre qu'il y a compensation entre les deux effets concernant l'énergie transversale: effet réducteur de sa plus grande valeur relative, effet majorateur de sa plus grande valeur absolue.

VI. Commentaire

6.1. L'accord avec l'expérience du calcul des facteurs de forme (ou fonctions de structure), de même que le succès obtenu antérieurement dans l'étude de la spectroscopie des hadrons, confirme l'hypothèse du milieu aléatoire. Elle donne, dans les conditions idéales précisées à la section II, un support à la représentation hydrodynamique des équations d'onde qui reste formelle tant que la densité du fluide conservatif n'est que la densité de probabilité de présence de la particule, et sa vitesse une densité de valeur moyenne pour la vitesse de la particule. Dans le schéma proposé, de même que la particule communique (par la relation (1)) au milieu le libre parcours moyen l_0, elle lui transmet, dans son voisinage, ses particularités dynamiques: ainsi le fluide associé à une particule où les effets de spin sont négligés (équation de Schrödinger) est irrotationnel, tandis que la représentation de l'équation de Dirac donne un fluide rotationnel [2.d] [27]. La décomposition du spineur de Dirac en deux spineurs ϕ et ψ de chiralités opposées (spineurs à deux composantes) prend aussi une signification concrète: les deux spineurs sont liés par des relations où la masse intervient comme constante de couplage, ce qui correspond avec sa définition stochastique: en effet aux deux spinaeurs sont associés deux fluides F_ϕ et F_ψ dont les vitesses dans le système propre sont opposées, de sorte que la masse se concrétise comme créée par la "collision" (au sens large) des éléments de F_ϕ et F_ψ. En appelant ${\rho'}_\phi$ et ${\rho'}_\psi$ leurs densités au temps $t' = t + \theta_0/2$, on a pour les deux invariants de Dirac $\Omega_1 = 2({\rho'}_\phi {\rho'}_\psi)^{1/2}$ et $\Omega_2 = {\rho'}_\phi - {\rho'}_\psi$, de sorte que Ω_1 est la densité fictive stochastiquement équivalente à la densité réelle, et Ω_2 exprime la fluctuation élémentaire qui est à la fois celle de la densité et celle du spin liée au tremblement de Schrödinger (détails Ref. 2.a et 2.d).

Les conditions idéales où la description hydrodynamique a un sens sont celles d'une particule se trouvant seule dans un champ lentement variable. Mais supposons maintenant qu'il s'agisse de lumière et qu'on intercale un miroir. Ce dispositif macroscopique brise le schéma: le fluide de la représentation hydrodynamique, qui est stationnaire, n'a plus rien de commun avec les vitesses $+c$ et $-c$ des photons incidents et réfléchis dont il n'est qu'une image moyenne. On entre dans le domaine du formalisme quantique; entre les deux domaines il n'y a pas (pour le moment du moins) unification pratique où le stochastique serait le fondement du quantique, mais rupture et complémentarité.

Cette rupture était prévisible à un stade de la progression dans l'infiniment petit: la fiction du corps d'épreuve disparaissant, le macroscopique expérimental devait perturber le microscopique. On peut interpréter ainsi l'obscurité du dualisme quantique, et suivre Landé [28] quand il montre que dans l'expérience des trous d'Young l'aspect ondulatoire peut se concevoir comme attaché non au photon mais à la complexité du dispositif. En somme on a compris pourquoi on ne peut pas comprendre: pour l'épistémologie c'est un progrès relatif.

Une vue un peu différente est possible: on considèrera que la portion du milieu influencée par la particule a (au moins qualitativement) les aspects d'une onde réelle. On conçoit ainsi comment un des trous perturbe le photon qui passe dans l'autre, par l'intermédiaire du milieu. Pour une masse en mouvement M l'équation (1) se transpose en $l_0 \to l = \hbar/Mc$. (Voir 5-3, 3ème renvoi). La particule concentre donc le milieu autour d'elle, à proportion de son énergie E; ce qui explique que la distance maximale des trous qui donne lieu à interférences soit de l'ordre de la longueur d'onde, donc de $1/E$.

On peut aussi invoquer la présentation par Feynman [29] de la mécanique quantique, par les intégrales de ligne: la probabilité d'une transition de A à B est le carré d'une somme d'amplitudes sur tous les trajets joignant A et B. Bien que le concept ondulatoire soit sous-entendu dans l'addition des amplitudes, le schéma est plus concret, et cet ensemble de trajectoires possibles s'intègre bien dans le modèle stichastique.

6.2. Il y a en tous cas des mystères qui se dissipent: ainsi le problème du déterminisme caché et du paradoxe E.P.R.. Le schéma aléatoire ne nie pas un déterminisme sous-jacent, mais seulement un déterminisme *utilisable*: on renonce à identifier la multitude d'actions incontrôlées dont la formulation stochastique donne une description moyenne. Ceci amène à dissocier les deux questions: "exist-t-il un déterminisme caché?" et: "existe-t-il des paramètres cachés?" La vision stochastique répond affirmativement à la première, négati- vement à la seconde: dire que le déterminisme s'exprime par des paramètres, c'est le supposer utilisable, et la démonstration de Bell [30] ne condamne que cette dernière supposition [15] , ce qui apparaît dans la manière dont il concrétise l'hypothèse des variables cachées; si une quantité Q dépendant de paramètres cachés λ prend une valeur $q(\lambda)$, il définit le lien avec la mécanique quantique par la relation:

$$\int q(\lambda)\rho(\lambda)\, d\lambda =< Q >$$

[15] Pauli a observé [31] que si les variables cachées étaient "plus que métaphysiques", les statistiques quantiques seraient altérées. La démonstration de Bell a la même portée: ce que Pauli appelle "déterminisme métaphysique" est ce que j'appelle: "déterminisme utilisable".

où $< Q >$ est la moyenne quantique. Si cette relation disparaît, la démonstration de Bell s'évanouit aussi, car on n'établit pas une démonstration à partir de rien; mais le paradoxe E.P.R. disparaît en même temps.

6.3. Le schéma "idéal" de la Section II n'est pas entièrement spéculatif, quant aux relations de la microphysique avec la relativité. Se demander si celle-ci s'applique aux mouvements internes des particules, c'est une question sans objet si l'application du formalisme relativiste est automatique comme le veut l'usage: on associe au quark un observateur avec ses règles et ses horloges, sans s'inquiéter de la pertinence physique d'une telle image.

Or précisément la spectroscopie des mésons aboutit à ce paradoxe: pour certains d'entre eux (composés de deux quarks étranges ou même de deux quarks charmés) le modèle non relativiste est en accord avec l'expérience alors que les mouvements en cause sortent de l'approximation newtonienne [8]. On a cherché des explications [32] mais la discussion reste ouverte. Elle peut reprendre sur de nouvelles bases si l'on remet en cause quelques idées reçues [16] .

6.4. L'idée de deux domaines complémentaires, le quantique et le stochastique, doit naturellement être formulée avec prudence. Nous ignorons tout de l'avenir de la chromodynamique quantique: il se peut qu'en progressant elle domine les problèmes pour lesquels elle n'a pas encore donné une solution précise et complète: spectroscopie des hadrons, fonctions de structure, etc... En l'état actuel, la complémentarité paraît satisfaisante: encore faudrait-il en approfondir les critères. Il est possible que s'imposent des idées assez proches de celles qui ont guidé Francis Fer.

Il faut en tous cas le remercier d'avoir attiré l'attention sur les états transitoires, qui en effet sont très mal connus. Il a insisté sur l'émission du rayonnement, mais l'orientation de sa recherche peut se transposer largement: ainsi l'état stationnaire constitué par la masse d'une particule est défini à la Section III comme résultant d'un état transitoire où l'isospin fluctue (Section III, paragraphe 1).

Par ailleurs il est intéressant d'appliquer à l'équation de Fokker-Planck (Eq. 13) l'idée de Fer qu'une équation différentielle non invariante par renversement du temps est l'approximation d'un processus héréditaire. On peut noter que son extension relativiste (Eq. 14) récupère la réversibilité; néanmoins le proces-

[16] Notamment l'idée que la relativité est macroscopique, alors que toutes ses manifestations accessibles à l'expérience sont ou bien microscopiques ou médiées par des actions microscopiques (effet Doppler). C'est justement quand on applique la relativité à des objets macroscopiques qu'on aboutit aux difficultés et aux paradoxes. Par ailleurs la dynamique des milieux continus a donné lieu à des contestations assez vives [33].

sus devient semi-héréditaire, car les grandeurs de base sont des moyennes sur l'intervalle θ_0.

APPENDICE A. L'équation relativiste de la diffusion.

L'équation de Fokker-Planck, qu'on peut écrire:

$$-\operatorname{div}(\rho\mathbf{u}) + k/2.\Delta\rho = \partial\rho/\partial t \tag{A-1}$$

s'établit en calculant de deux manières différentes la quantité:

$$Q = \lim_{t'\to t}(t'-t)^{-1}\delta\bar{f}$$

où $\delta\bar{f}$ est la variation entre t et t' de la valeur moyenne d'une fonction f indépendante du temps. D'une part on a:

$$Q = \lim_{t'\to t}(t'-t)^{-1}\int \rho(\mathbf{x},t)\left[\int f(\mathbf{x}')P(\mathbf{x}',t',\mathbf{x},t)\,dx' - f(\mathbf{x})\right]d\mathbf{x} \tag{A-2}$$

ce qui en développant $f(\mathbf{x})$ au premier ordre et intégrant par parties donne

$$Q = (t'-t)^{-1}\int[-\partial/\partial x_i(\rho u_i) + k/2.\Delta\rho]\,d\mathbf{x} \tag{A-3}$$

D'autre part

$$(A-4)\qquad Q = \lim_{t'\to t}(t'-t)^{-1}\left[\int f(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x},t')\,d\mathbf{x} - \int f(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x},t)\,d\mathbf{x}\right]$$
$$= \int f(\mathbf{x})\,\partial/\partial t\,\rho(\mathbf{x},t)\,d\mathbf{x}$$

En égalant (A-3) et (A-4) , pour $f(\mathbf{x})$ quelconque, on déduit (A-1).

Pour avoir la nouvelle équation, il faut remplacer les limites $t'-t\to 0$ par des variations sur θ_0, et les définitions (4), (5) par (7)–(9). La nouvelle équation (A-3) donne sans changement (sinon $\mathbf{u}\to\mathbf{u}_1$) le premier membre de (A-1). Mais (A-4) devient

$$1/\theta_0\int f(\mathbf{x})\,[\rho(\mathbf{x},t+\theta_0) - \rho(\mathbf{x},t)]\,d\mathbf{x} \tag{A-5}$$

Pour avoir (A-5) au premier ordre il faut développer $\rho(\mathbf{x},t+\theta_0)$ au second ordre, d'où le terme additionnel $1/2\theta_0\partial^2\rho/\partial t^2$, qui donne l'équation (14). Elle est covariante si t et ρ sont les grandeurs du système propre, et $\mathbf{u}_1$ la dérivée de $\mathbf{x}$ par rapport au temps propre. Ceci implique que les mouvements locaux du fluide aléatoire n'entraînent pas la contraction de Lorentz: quant à sa densité, le fluide reste solidaire du laboratoire, comme il reste, d'après le postulat V, solidaire du nucléon au voisinage de l'éléctron. Cette observation se lie aux remarques de 6.3, et sera développée dans un travail ultérieur.

APPENDICE B. Complément de la Section V (1.1)

1. Justification de l'équation (21).

On cherche la probabilité $f(r)$ d'un libre parcours au moins égal à r, pour un élément d'un fluide aléatoire dont le libre parcours moyen est $l'_0 = \alpha l_0$. Quand l'élément a parcouru la distance r, la probabilité de collision pour le supplément dr de parcours est dr/l'_0; la probabilité de parcourir d'abord r puis dr sans collision est $f(r)(1 - dr/l'_0)$; on doit l'égaler à $f(r+dr) = f(r) + f'(r)dr$, d'où:

$$f'(r) = -f(r)/l'_0 \quad , \quad \text{avec } f(0) = 1, \text{ ce qui donne :}$$

$$f(r) = \exp(-r/l'_0) = \exp(-r/\alpha l_0).$$

Justification de l'équation (23).

A l'approximation non relativiste, on cherche la relation entre le facteur de forme $G(\mathbf{q})$ et la densité de charge $\rho(\mathbf{x})$ (en désignant par $\mathbf{q}$ la variation du vecteur impulsion dans la transition $(i) \to (f)$, diffusion par un centre fixe. Soient E_i, E_f les énergies initiale et finale, Φ le potentiel. La section efficace différentielle $d\Sigma/d\Omega$ (dans l'angle solide $d\Omega$) est le carré du module de l'amplitude:

$$T_{fi} = -i\,2\pi\delta(E_f - E_i)\int \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x})\Phi(\mathbf{x})\,d^3x.$$

Or on a:

$$\int \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x})\Phi(\mathbf{x})\,d^3x = |q|^{-2}\int \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x})\nabla^2\Phi d^3x$$

(par deux intégrations par parties au second membre). Comme $\nabla^2\Phi = -\rho(\mathbf{x})$ on peut écrire ($(d\Sigma/d\Omega)_0$ étant la valeur de $d\Sigma/d\Omega$ pour $\rho(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x}), G(\mathbf{q}) = 1$):

$$d\Sigma/d\Omega = (d\Sigma/d\Omega)_0|G(q)|^2$$

avec

$$G(q) = \int \rho(\mathbf{x}) \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

Dans le cas relativiste, on montre que le calcul est encore approximativement valable si le recul de la cible est faible.

Bibliographie

[1] F. Fer ; *L'irréversibilité, fondement de la stabilité du monde physique* , Paris, Bordas, 1977–1980.

[2] J.C. Aron ; a: Found. Phys. **9**, 163 (1979); b: **11**, 77 (1981); c: **11**, 699 (1981); d: **11**, 863 (1981); e: **16**, 1021 (1986); f: **16**, 1159 (1986); **16**, 1315 (1986).

[3] I. Fenyes ; Z. Phys. **132**, 81 (1952).

[4] A. Régnier ; *Introduction à l'étude dynamique des processus de diffusion*, Thèse, 1955 Ann. InstN Poincaeé, **XVI**, fasc. II 1959.

[5] E. Nelson, Phys. Rev., **150**, 1079 (1966).

[6] J.C. Aron ; Prog. Theor. Phys. : a): **33**, 726 (1965); b): **35**, 147 (1966).

[7] R.G. Newton et E.P. Wigner ; Rev. Mod. Phys. **21**, 400 (1949).

[8] A. Martin ; Phys. Lett. **100 B**, 511 (1951); ibid. **115 B**, 323 (1982); J.M. Richard ; Phys. Lett. **100 B**, 515 (1981)

[9] T. Regge ; Nuovo Cimento, **14**, 951 (1959); ibid. **18**, 947 (1960).

[10] J.D. Björken SLAC report **224**,219 (1979).

[11] H.J.Lipkin ; *The quark structure of matter*, Proceedings of the Yukon Advanced study Institute, World Scientific, 1985, p. 114.

[12] L. de Broglie ; *Introduction à l'étude de la mécanique ondulatoire*, Paris, Hermann, 1930, p. 270.

[13] J.Jeans ; *An introduction to the kinetic theory of gases*, Cambridge University Press, 1952, p. 142.

[14] J.M. Gaillard et G. Sauvage, Ann. Rev. Nucl. Part. Sc. **34**, 366 (1984).

[15] E. Leader et E. Predazzi ; *An introduction to gauge theories and the "new physics"*, Cambridge University Press, 1982, p. 260.

[16] H.D.I. Abarbanel, M.L. Goldberger et S.B. Treiman, Phys. Rev. Lett., **22**, 500. (1969).

[17] Ref. 15 p. 286.

[18] W.K.H. Panofsky, Proceedings of the 14th intern. Conference on high energy physics, Vienne 1968, p. 23, – CERN scientific information Service.

[19] G. Altarelli, Phys. Rep., **81**,, 63 (1982).

[20] G. Wolf ; Proceedings of the EPS International Conference on High Energy Physics, Genève, 1979, p. 220.– CERN scientific information service.

[21] S.J. Brodsky, SLAC publication 2447 (1977).

[22] G. Giacomelli et M. Jacob, Phys. Rep. **55**, 69 (1979). Ils donnent une formule $(1 - x'')^9/{q_T}^8$ comme s'accordant avec l'expérience.

[23] D. Sivers, R. Blankenbecler, S. Brodsky, Phys. Rep., **23**, 24 (1976).

[24] R.D. Field et R.P. Feynman, Phys. Rev. **D 15**, 2605 (1977).

[25] Ref. 22 p. 73.

[26] P. Darriulat, Ann. Rev. nucl. Part. Sc. **30**, 159 (1980).

[27] T. Takabayashi ; Prog. Theor. Phys. Suppl. **4**,1 (1957).

[28] A. Landé ; Am. J. Phys. **33**, 123 (1965).

[29] R.P. Feynman et A.R. Hibbs ; *Quantum mechanics and path integrals*, Mc Graw Hill, New York (1965).

[30] J.S. Bell ; Physics **1**, 195 (1965).

[31] W. Pauli ; dans *Louis de Broglie physicien et penseur*, Albin Michel, Paris, 1953, p. 41.

[32] P. Droz Vincent ; Phys. Lett. **159 B**, 393 (1985).

[33] Les difficultés viennent de l'altérationde la simultanéité par le mouvement. A l'approche classique dite "synchrone" s'oppose une approche nouvelle, dite "asynchrone" (G. Cavalleri et G. Salgarelli, Nuovo Cimento **62 A**, 722 (1969); A. Gamba, Am. J. Phys. **35**, 83 (1967); H. Arzelies, Nuovo Cimento **35**, 783 (1965) etc...). Elles donnent lieu à des interprétations divergentes : par exemple du levier coudé (Cavalleri contre von Laue), ou encore de la thermodynamique (L. de Broglie, C.R.Ac.Sc. **264**, 1173 (1967); **265**,, 589 (1967); H. Arzelies, Nuovo Cimento **35**, 792 (1965), etc*dots*).

L'indifférence du choix entre les deux approches, soulignée par les adeptes de l'asynchrone, pourrait signifier qu'aucune des deux ne traduit une réalité physique.

(*Manuscrit reçu le 25 juin 1986*)