

## Remarque sur le principe de dualité de L. de Broglie

G. NOGUEZ

Université Pierre et Marie CURIE,  
 Tour 55 - 2ème étage,  
 4, place Jussieu  
 F-75252 Paris cedex 05

**RÉSUMÉ.** La dualité particule - onde matérielle devrait rendre plus complexe l'expression du principe de Relativité. En effet, lorsque deux objets sont en mouvement rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre, trois lois de changement de repère deviennent nécessaires pour passer du premier objet au second, vu respectivement: - comme une particule, - comme une onde matérielle, - comme l'ensemble des deux. Les transformations de Galilée ( $t' = t, x' = x - ut$ ), les transformations duales ( $x' = x, t' = t - x/v_\varphi$ ) et les transformations de Lorentz correspondent à ces trois points de vue.

### 1. INTRODUCTION

La dualité particule - onde matérielle devrait rendre plus complexe l'expression du principe de Relativité. En effet, lorsque deux objets sont en mouvement rectiligne et uniforme l'un par rapport à l'autre, trois lois de changement de repère deviennent nécessaires pour passer d'un objet au second, vu respectivement :

- soit comme une particule,
- soit comme une onde matérielle,
- soit comme l'ensemble des deux : particule et onde matérielle.

Ces lois de changement de repère ne peuvent être les mêmes pour les trois points de vue. Dans le repère lié au deuxième objet vu comme une particule, l'absence de l'onde matérielle devrait être apparente. Réciproquement, dans le repère associé à l'onde matérielle, l'absence de

la particule devrait se manifester. Dans les deux cas, l'absence de l'autre point de vue devrait se traduire par le même phénomène, puisque les deux points de vue sont duaux l'un de l'autre. Par contre, ce phénomène devrait disparaître dans le repère lié à l'objet "onde & particule".

## 2. L'INTERACTION ONDE - PARTICULE POUR PREUVE

Afin d'étayer cette remarque, nous nous proposons d'étudier un système en interaction constitué :

- d'une onde isotrope de vitesse constante ( $c$ );
- de la source de cette onde, ponctuelle dans le temps et dans l'espace;
- d'une particule ponctuelle en mouvement rectiligne et uniforme ( $u$ ) par rapport à la source de l'onde.

Cette étude nous amène à postuler l'égalité de l'action et de la réaction sous la forme suivante :

"La réaction de la particule est équivalente à une onde de même type, issue du symétrique de la source par rapport au point d'impact onde-particule, et émise en simultanéité avec l'onde isotrope".

Ce postulat est en général admis pour une particule au repos.

Dans un premier temps, nous montrons que seule l'existence d'une onde matérielle de L. de Broglie permet de vérifier physiquement le postulat de l'égalité de l'action et de la réaction. Le raisonnement est effectué dans un seul et même repère, indépendamment de toute loi de changement de repère.

Dans un deuxième temps, nous prouvons que les observations effectuées à l'aide des trois lois de transformations ( $G$ ), ( $N$ ) et ( $L$ ):

- Transformations de Galilée ( $G$ ) ( $t' = t, x' = x - ut$ ),
  - Transformations duales ( $N$ ) ( $x' = x, t' = t - x/v_\varphi$ ),
  - Transformations de Lorentz ( $L$ ) correspondent au triple point de vue énoncé.
- D'une part, le déphasage dû à l'onde/particule :
- prend la forme d'un déphasage temporel dans le repère ( $G$ ),
  - prend la forme d'un déphasage spatial de même amplitude dans le repère ( $N$ ),

- enfin, disparaît dans le repère ( $L$ ).
- D'autre part, la propagation *apparente* de l'onde est isotrope et à vitesse constante pour les trois lois de transformation.

Dans un troisième temps, nous proposons une définition unique de l'étalonnage pour ces trois lois de transformation galiléennes qui permet de vérifier l'invariance de la relation qui lie la vitesse de phase et la vitesse de groupe d'une onde matérielle de L. de Broglie :

$$u \cdot v_\varphi = c^2.$$

Les trois vitesses  $u$ ,  $v_\varphi$ , et  $c$  sont alors exprimées par le même nombre d'unités de mesure dans les différents repères.

### 3. NOTATIONS

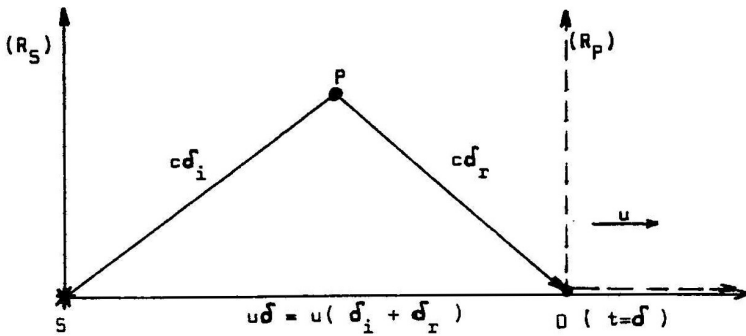


Figure 1.

- Soit  $(R_S)$  un repère associé à la source de l'onde ( $S$ ), centré en ( $S$ ).
- Soit  $(R_P)$  un repère associé à la particule ( $P$ ). Son origine ( $O$ ) coïncide avec la source ( $S$ ) à la date d'émission ( $t = 0$ ).
- Soient, dans le repère  $(R_S)$  :
  - ( $P$ ) le point d'impact onde - particule,
  - ( $O$ ) le point de réception - à l'origine ( $O$ ) du repère en mouvement  $(R_P)$  - de l'onde réfléchi par la particule.
  - ( $\delta$ ) le temps mis par l'onde - issue de la source ( $S$ ) et réfléchi par le point d'impact ( $P$ ) pour atteindre le point de réception ( $O$ ). Cette

durée ( $\delta$ ) doit être considérée comme un invariant dans le repère  $(R_S)$ , que la particule soit au repos en  $(P)$  ou en mouvement, car les positions sont les mêmes dans les deux cas (figure 1).

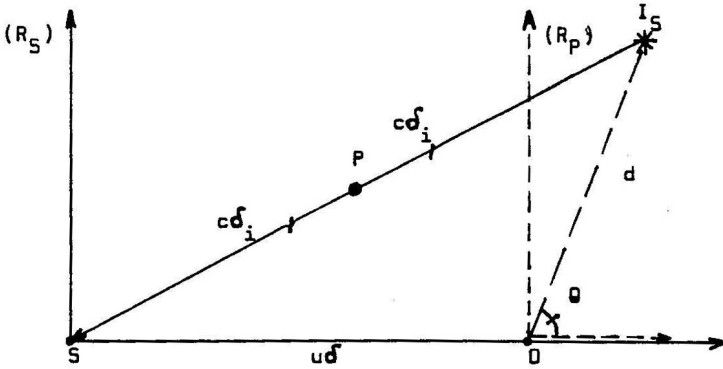


Figure 2.

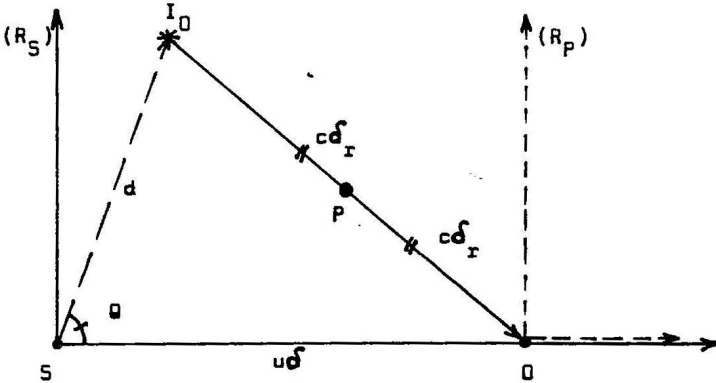


Figure 3.

#### 4. OBSERVATION DE L'INTERACTION DANS UN REPERE LIE A LA SOURCE

( démonstrations : cf. Annexe 1 )

Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est postulé dans le repère ( $R_S$ ) lié à la source ( $S$ ).

Pour la source ( $S$ ), la réaction de la particule est alors une onde issue du symétrique ( $I_S$ ) de la source ( $S$ ) par rapport au point d'impact ( $P$ ) onde - particule (figure 2).

Si il en est ainsi, l'onde réfléchiée par ( $P$ ) revient à la source ( $S$ ) à la date :

$$t = 2\delta_i = \delta + O\vec{I}_S \cdot \vec{u}/c^2.$$

Le déphasage *temporel* entre les dates de réception -1) à la source ( $S$ ) et -2) à l'origine ( $O$ ) du repère lié à la particule est égal à :

$$\phi = O\vec{I}_S \cdot \vec{u}/c^2.$$

A partir du même repère ( $R_S$ ), on peut déduire qu'un observateur, situé à l'origine ( $O$ ) du repère ( $R_P$ ) lié à la particule, *devrait* faire l'observation inverse (figure 3). En effet, il s'avère que l'onde issue du symétrique ( $I_O$ ) du point de réception ( $O$ ) par rapport au point d'impact ( $P$ ) est émise avec un retard ( $\phi$ ) par rapport à la date démission ( $t = 0$ ) de la source ( $S$ ) :

$$\phi = S\vec{I}_O \cdot \vec{u}/c^2 = O\vec{I}_S \cdot \vec{u}/c^2.$$

Par rapport à l'invariant ( $\delta$ ), temps de parcours: source ( $S$ ) - point d'impact ( $P$ ) - observateur ( $O$ ), le principe de l'égalité de l'action et de la réaction n'est pas vérifié temporellement - ni pour la source ( $S$ ) - ni pour l'origine ( $O$ ).

Dans les deux cas, un déphasage de même amplitude apparaît :

+ $\phi$  pour la source ( $S$ ),

- $\phi$  pour l'origine ( $O$ ).

La concordance physique des durées de parcours pour la source ( $S$ ) et l'origine ( $O$ ) en coïncidence spatiale à la date d'émission ( $t = 0$ ) ne peut alors s'expliquer que par l'existence d'une *onde matérielle*. Le déphasage introduit par la superposition de l'onde matérielle modifierait en effet la durée apparente de l'aller-retour :

- pour la source ( $S$ ) :  $(\delta + \phi) - \phi = \delta$ ,

- pour l'origine ( $O$ ) :  $(\delta - \phi) + \phi = \delta$ .

La simultanéité temporelle serait alors vérifiée et pour la source et pour l'origine .

## 5. OBSERVATION DE L'INTERACTION DANS UN REPERE GALILEEN ( $G$ ) LIÉ A LA PARTICULE.

( démonstrations : cf. Annexe 2 ) (figure 4)

### 5.1 Onde isotrope à vitesse constante ( $c'$ )

Dans un repère galiléen ( $R_G$ ) lié à la particule ( $P$ ) en mouvement, le phénomène d'interaction apparaît *isotrope* pour l'origine ( $O$ ) du repère ( $R_G$ ).

En effet, la vitesse *apparente* de propagation de l'onde réfléchie est indépendante de la direction. Cette vitesse ( $c'$ ) est définie par la relation :

$$\delta = (\vec{d}' \cdot \vec{n}')/c' \quad (1)$$

où ( $\delta$ ) est le déphasage (ie: temps d'aller-retour) à l'origine,  
 ( $d'$ ) la distance apparente entre la source ( $I_G$ ) de l'onde réfléchie et l'origine ( $O$ ),  
 ( $n'$ ) la normale à l'onde.

D'une part, il s'avère que l'angle entre la normale à l'onde et la direction apparente de propagation est le même pour l'onde incidente ( $\vec{d}', \vec{n}_i$ ), et pour l'onde réfléchie ( $\vec{d}', \vec{n}_r$ ). Il en résulte l'égaleité :  $\vec{d}' \cdot \vec{n}_i = \vec{d}' \cdot \vec{n}_r$  : l'expression (1) précédente s'applique alors aussi bien à l'onde incidente qu'à l'onde réfléchie.

D'autre part, la vitesse ( $c'$ ) a pour valeur :

$$c' = \gamma^{-2} \cdot c$$

avec  $\gamma^{-2} = 1 - u^2/c^2$ .

### 5.2 Simultanéité temporelle

Le déphasage ( $\phi$ ) à la source ( $I_G$ ) de l'onde réfléchie conserve *la même expression* que dans le repère ( $R_S$ ) lié à source de l'onde incidente :

$$\phi = O\vec{I}_G \cdot (\vec{i}/v'_\phi)$$

où  $(\vec{i})$  est le vecteur unitaire sur la direction  $(Ox)$  du mouvement.

En effet, la loi galiléenne de composition des vitesses permet de déterminer la vitesse de phase  $v'_\varphi$  dans le repère  $(R_G)$  :

$$v'_\varphi = v_\varphi - u = c^2/u - u = \gamma^{-2} \cdot v_\varphi.$$

D'autre part,  $O\vec{I}_G \cdot \vec{i} = (O\vec{I}_O - \phi \cdot \vec{u}) \cdot \vec{i} = \gamma^{-2} \cdot O\vec{I}_O \cdot \vec{i}$ .

Il en résulte que si le déphasage dû à l'onde matérielle est pris en compte, la simultanéité temporelle des dates d'émission est bien vérifiée.

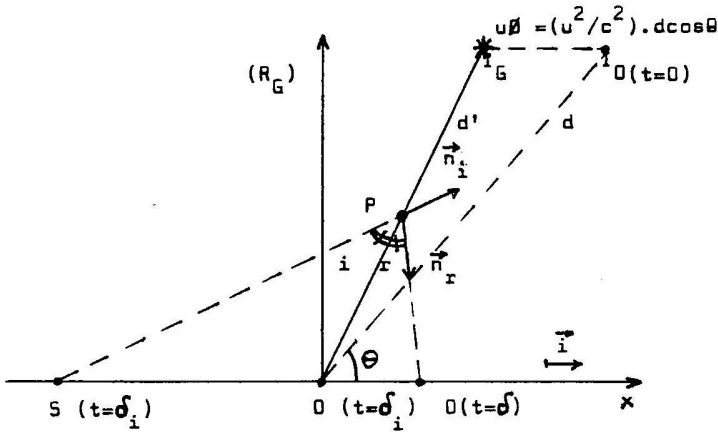


Figure 4.

## 6. OBSERVATION DE L'INTERACTION DANS UN REPERE DUAL (N) SITUE A LA SOURCE DE L'ONDE.

(figure 5)

### 6.1 Simultanéité temporelle

Le déphasage temporel *disparaît* dans le repère dual (N) déduit du repère  $(R_S)$  par la loi de transformation  $(x' = x, y' = y, z' = z, t' = t - (u/c^2) \cdot x)$ .

L'onde incidente (de source S) et l'onde réfléchie (de source  $I_O$ ) sont émises à la même date  $(t = 0)$  et sont reçues à la même date  $(t' = \gamma^{-2} \cdot \delta)$

en  $(I_S)$ , symétrique de la source  $(S)$  par rapport au point d'impact  $(P)$ , pour l'onde incidente et en  $(O)$ , symétrique de la source  $(I_O)$  par rapport à  $(P)$ , pour l'onde réfléchie. La date d'impact est  $(\gamma^{-2} \cdot \delta/2)$  au point  $(P)$ .

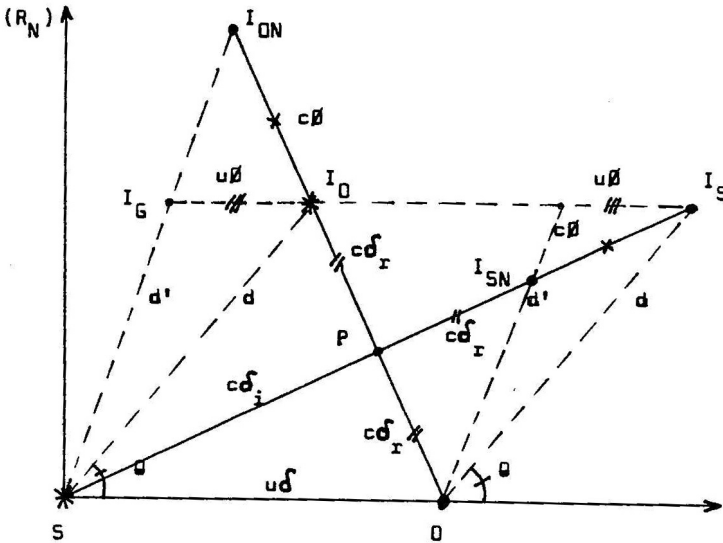


Figure 5.

6.2 Onde isotrope à vitesse constante ( $c''$ )

Par contre, la vitesse de propagation de l'onde incidente et de l'onde réfléchie n'est ni isotrope ni constante. Cependant, lorsque le déphasage dû à l'onde/particule est pris en compte, l'onde incidente et l'onde réfléchie apparaissent bien isotropes et à vitesse constante ( $c''$ ).

En effet, supposons que la vitesse de propagation des ondes ( $c''$ ) soit constante et isotrope. Alors, le déphasage dû à l'onde matérielle a pour expression :

$$\phi'' = S\vec{I}_O \cdot \vec{u}'' / c''^2 = O\vec{I}_S \cdot \vec{u}'' / c''^2.$$

Comme, d'après la loi de composition des vitesses pour les repères  $(N)$ ,



la vitesse de la particule dans le repère dual ( $N$ ) a pour valeur :

$$\frac{1}{w''} = \frac{1}{u} - \frac{1}{c^2/u} = \gamma^{-2} \frac{1}{u},$$

l'expression du déphasage devient :

$$\phi'' = \phi \cdot (\gamma^2 \cdot c^2 / c''^2).$$

La vitesse de propagation ( $c''$ ) doit alors vérifier les relations : pour ( $I_O$ ) :  $c'' = OI_O / (\gamma^{-2}\delta - \phi'')$  et pour ( $I_S$ ) :  $c'' = SI_S / (\gamma^{-2}\delta + \phi'')$ . Comme  $OI_O = c \cdot (\delta - \phi)$  et  $SI_S = c \cdot (\delta + \phi)$ , la solution est:

$$c'' = \gamma^2 \cdot c \text{ (la vitesse est donc bien isotrope)}$$

et alors:

$$\phi'' = \gamma^{-2} \cdot \phi.$$

La source apparente de l'onde réfléchie est alors le point ( $I_{ON}$ ) décalé par rapport à la source ( $I_O$ ) de la distance  $c'' \cdot \phi'' = c\phi$  (figure 5). De même, l'image apparente de la source ( $S$ ) est décalée en ( $I_{SN}$ ), d'une distance ( $c'' \cdot \phi'' = c\phi$ ) par rapport à ( $I_S$ ).

## 7. OBSERVATION DE L'INTERACTION DANS LE REPERE DE LORENTZ ( $R_L$ ) LIE A LA PARTICULE.

### 7.1 Simultanéité temporelle. Onde isotrope à vitesse constante.

Le résultat est bien connu : le principe d'égalité de l'action et de la réaction est vérifié dans le repère ( $R_L$ ) ( alors qu'il ne l'est pas dans le repère "au repos" ( $R_S$ ) ) :

- La simultanéité des dates d'émission de l'onde incidente et de l'onde réfléchie est vérifiée;
- la symétrie des sources de l'onde incidente et de l'onde réfléchie par rapport au point d'impact est aussi vérifiée;
- la vitesse de propagation des ondes est isotrope et constante.

Toute distorsion disparaît dans le repère lié à la particule.

Repère ( $R_L$ ) lié à la particule :

$$\begin{array}{l}
 \text{émission } I_O : ( \quad d' \cos \theta' \quad , \quad d' \sin \theta' \quad , \quad 0 \quad , \quad 0 \quad ) \\
 \text{impact } P : ( \quad (d'/2) \cos \theta' \quad , \quad (d'/2) \sin \theta' \quad , \quad 0 \quad , \quad (d'/2)/c \quad ) \\
 \text{réception } O : ( \quad 0 \quad , \quad 0 \quad , \quad 0 \quad , \quad d'/c \quad )
 \end{array}$$

Repère ( $R_S$ ) lié à la source :

$$\begin{array}{l}
 \text{émission } I_O : ( \quad d \cos \theta \quad , \quad d \sin \theta \quad , \quad 0, \quad \phi \quad ) \\
 \text{impact } P : ( \quad (d \cos \theta + u\delta)/2 \quad , \quad (d/2) \sin \theta \quad , \quad 0, \quad (\delta + \phi)/2 \quad ) \\
 \text{réception } 0 : ( \quad u\delta \quad , \quad 0 \quad , \quad 0, \quad \delta \quad )
 \end{array}$$

avec :

$$\begin{array}{ll}
 d \cos \theta = \gamma d' \cos \theta' & \text{et} \quad \delta = d\gamma\mu/c \\
 d \sin \theta = d' \sin \theta' & \phi = (u/c^2)d \cos \theta \\
 \mu d = d' = c(\gamma^{-1}\delta) & \gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2} \\
 & \mu = (1 - (u^2/c^2) \cos^2 \theta)^{1/2}
 \end{array}$$

### 8. ETALONNAGE DES REPERES

Pour les transformations de Lorentz le temps et l'espace physiques se modifient dans le repère en mouvement relatif.

Autrement dit, l'unité définie par un seul et même étalon se modifie lorsque l'étalon est en mouvement. La "valeur" de l'unité, relative à chaque repère, est liée à celle qui est associée à l'autre repère par une relation du type :

- unité de temps :  $T' = g(T)$ ,
- unité de longueur :  $X' = f(X)$ .

En introduisant la vitesse de phase ( $v_\phi$ ) telle que  $u \cdot v_\phi = c^2$ , la transformation de Lorentz peut alors être exprimée par deux jeux de relations :

1. grandeurs ( $x'$ ) et ( $t'$ ) exprimées en unités du repère "au repos" ( $R$ ) :

$$\begin{array}{ll}
 x' = \gamma(x - ut)f(X) & (X) \\
 y' = y & (Y) \\
 z' = z & (Z) \\
 t' = \gamma(t - x/v_\phi)g(T) & (T)
 \end{array}$$

2. grandeurs ( $x'$ ) et ( $t'$ ) exprimées en unités du repère “en mouvement” ( $R'$ ) :

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - ut) & (X') \\ y' &= y & (Y') \\ z' &= z & (Z') \\ t' &= \gamma(t - x/v_\varphi) & (T') \end{aligned}$$

Dans les deux cas, la relation  $u \cdot v_\varphi = c^2$  est vérifiée.

Dans le même ordre d'idée, l'hypothèse d'une dilatation ( $\gamma^2$ ) du temps appliquée aux transformations de Galilée conduit aux expressions suivantes :

1. grandeurs ( $x'$ ) et ( $t'$ ) exprimées en unités du repère “en mouvement” ( $R_G$ ) :

$$\begin{aligned} x' &= x - ut & (X') \\ y' &= y & (Y') \\ z' &= z & (Z') \\ t' &= t & (T') \end{aligned}$$

2. grandeurs ( $x'$ ) et ( $t'$ ) exprimées en unités du repère “au repos” ( $R_S$ ) :

$$\begin{aligned} x' &= x - ut & * & (X) \\ y' &= y & (Y) \\ z' &= z & (Z) \\ t' &= \gamma^2 t & (T) \end{aligned}$$

Les vitesses ( $c'$ ), ( $v'_\varphi$ ) et ( $u'$ ) calculées précédemment pour un repère galiléen ( $R_G$ ) ont alors pour expression :

1. en unités du repère ( $R_S$ ) “au repos” :

$$\begin{aligned} v'_\varphi &= \gamma^{-2} v_\varphi & \dagger & (X/T) \\ u' &= \gamma^{-2} u & (X/T) \\ c' &= \gamma^{-2} c & (X/T) \end{aligned}$$

\*Les relations sont telles que le produit  $u't'(X) = ut(X)$ .

†La loi “numérique” de composition des vitesses n'a de sens que dans un même système d'unités :  $v'_\varphi(X/T) = v_\varphi(X/T) - u(X/T) = \gamma^{-2} v_\varphi(X/T) [= v_\varphi(X'/T')]$ .

2. en unités du repère ( $R_G$ ) “en mouvement” :

$$\begin{aligned} v'_\varphi &= v_\varphi & (X'/T') \\ u' &= u & (X'/T') \\ c' &= c & (X'/T') \end{aligned}$$

Les unités des deux repères sont liées par les relations :

$$\begin{aligned} T' &= \gamma^2 T \\ X' &= X \\ Y' &= Y \\ Z' &= Z \\ X'/T' &= \gamma^{-2} X/T \end{aligned}$$

Quelles que soient les unités employées, la relation qui lie vitesse de phase et la vitesse de groupe de l'onde matérielle de L. de Broglie

$$u \cdot v_\varphi = c^2$$

est aussi bien vérifiée dans le repère ( $R_G$ ) “en mouvement” que dans le repère ( $R_S$ ) “au repos” .

De la même façon, l'hypothèse d'une dilatation de l'espace (  $X' = \gamma^2 X$  ) appliquée aux transformations duales ( $N$ ) conduit aux expressions suivantes :

1. grandeurs exprimées en unités du repère “en mouvement” ( $R_N$ ) :

$$\begin{aligned} x' &= x & (X') \\ y' &= y & (Y') \\ z' &= z & (Z') \\ t' &= t - x/v_\varphi & (T') \end{aligned}$$

$$c' = c \quad (X'/T') \quad , \quad u' = u \quad (X'/T') \quad , \quad v'_\varphi = v_\varphi \quad (X'/T').$$

2. grandeurs exprimés en unités du repère “au repos” ( $R_S$ ):

$$\begin{aligned} x' &= \gamma^2 x & (X) \\ y' &= y & (Y) \\ z' &= z & (Z) \\ t' &= t - x/v_\varphi & (T) \end{aligned}$$

$$c' = \gamma^2 c \quad (X/T) \quad , \quad u' = \gamma^2 u \quad (X/T) \quad , \quad v'_\varphi = \gamma^2 v_\varphi \quad (X/T).$$

Là encore, quelles que soient les unités employées (  $X' = \gamma^2 X, Y' = Y, Z' = Z, T' = T$  ), la relation  $u' \cdot v'_\varphi = c^2$  est vérifiée.

Il faut bien remarquer que la dilatation d'une grandeur prise comme référence de mesure, c'est à dire dont l'unité est définie par un étalon, est une variation qui échappe à toute mesure... puisque l'étalon se dilate !

En d'autres termes, les hypothèses de dilatation qui viennent d'être émises sont tout à fait légitimes ( ie: ne peuvent être infirmées ) :

- si le temps est une grandeur de référence pour les transformations de Galilée,
- si l'espace est une grandeur de référence pour les transformations duales.

Ces hypothèses de dilatation peuvent d'ailleurs être confirmées à l'aide des transformations de Lorentz. En effet, si on se limite au point de vue spatial du mouvement de la particule, l'origine ( $O$ ) du repère en mouvement est caractérisé par les relations :

$$x_O = \gamma u t' \quad , \quad x'_O = 0 \quad , \quad t_O = \gamma \cdot t'.$$

De même la source ( $S$ ), origine du repère "au repos" est caractérisée par les relations :

$$x_s = 0, x'_s = -u t' \quad , \quad t_s = \gamma(t' + x'_s(u/c^2)) = \gamma^{-1} \cdot t'$$

d'où :

$$t_O = \gamma^2 \cdot t_s.$$

Si on se limite au point de vue temporel du mouvement, on aboutit par contre à la relation :

$$x_O = \gamma^2 \cdot x_s$$

$$( t_O = x' \cdot (u/c^2), t'_O = 0, x_O = \gamma \cdot x', t'_s = -x'(u/c^2), x_s = \gamma^{-1} \cdot x' ).$$

## 9. CONCLUSION

L'étude de l'interaction onde - particule fait ressortir trois constatations :

1. L'onde matérielle de L. de Broglie , caractérisée par sa vitesse de phase (  $v_\varphi = c^2/u$  ), peut être considérée comme la contre-réaction de la particule à l'interaction onde - particule. Dans un certain sens, une particule physique se comporterait de telle façon que l'interaction apparente obéisse au principe d'égalité de l'action et de la réaction.
  2. La dualité onde - particule est à rapprocher fortement de la dualité espace - temps :
    - l'espace permet de définir la position spatiale d'une particule ponctuelle,
    - le temps permet de définir le déphasage temporel d'une onde.
  3. La dualité onde-particule obéit au principe d'équivalence : les trois lois de transformation ( $G$ ), ( $N$ ) et ( $L$ ) aboutissent aux mêmes observations pour les caractéristiques du mouvement ( $u$ ,  $v_\varphi$  et  $c$ ) liées par la relation (  $u \cdot v_\varphi = c^2$  ). Il en résulte que l'équivalence masse-énergie est toujours vérifiée pour les trois lois de transformation galiléennes, puisque la relation (  $u \cdot v_\varphi = c^2$  ) est invariante. En effet, d'après L. de Broglie, si  $W = h\nu$  et  $p = h/\lambda$ , alors  $W = \vec{p} \cdot \vec{v}_\varphi$  et si  $\vec{p} = m\vec{u}$  alors  $W = mc^2$ .
- Le principe de relativité restreinte pourrait donc être étendu... aux transformations de Galilée ( $G$ ) (!) et aux transformations duales( $N$ ).

10. ANNEXE 1 : TEMPS DE PARCOURS ( $\delta$ ) ET DEPHASAGE ( $\phi$ ).

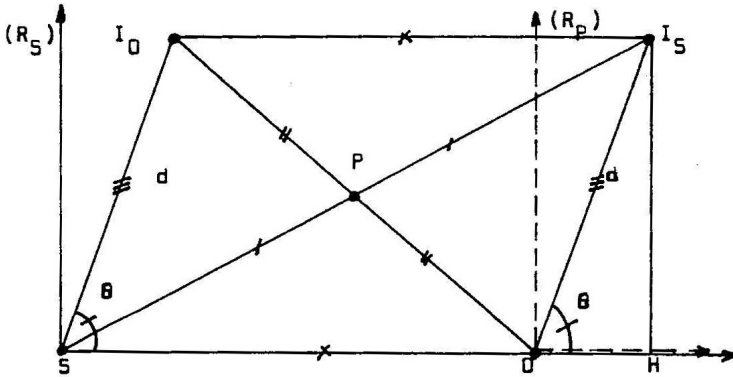


Figure 6.

Relations :

$$SP = PI_S = c\delta_i \quad , \quad OP = PI_O = c\delta_r \quad , \quad SO = IOI_S = u\delta$$

Soit:  $\phi = \delta_i - \delta_r$ , alors  $SI_S = c(\delta + \phi)$ ,  $OI_O = c(\delta - \phi)$ .

- 1) Triangle  $HSI_S$  :  $SI_S^2 = (SO + OH)^2 + HI_S^2$
- 2) Triangle  $OSI_O$  :  $OI_O^2 = SI_O^2 + SO^2 - 2SI_O \cdot SO \cdot \cos \theta$
- 3) Triangle  $OHI_S$  :  $OI_S^2 = OH^2 + HI_S^2 = SI_O^2$ ,  $OH = OI_S \cdot \cos \theta = SI_O \cdot \cos \theta$

Implications :

$$((1) - (2)) \& (3) := 4) : \phi = (u/c^2) \cdot d \cos \theta = S\vec{I}_O \cdot \vec{u}/c^2 = O\vec{I}_S \cdot \vec{u}/c^2.$$

$$(1) \& (4) := 5) : \delta^2 = d^2 \cdot (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) / c^2 (1 - \beta^2)$$

ie :

$$\delta = d\mu\gamma/c \text{ avec : } \mu = (1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^{1/2}, \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}.$$

ANNEXE 2 : VITESSE ( $c'$ ) APPARENTE DE PROPAGATION DE L'ONDE DANS LE REPERE GALILEEN ( $R_G$ )

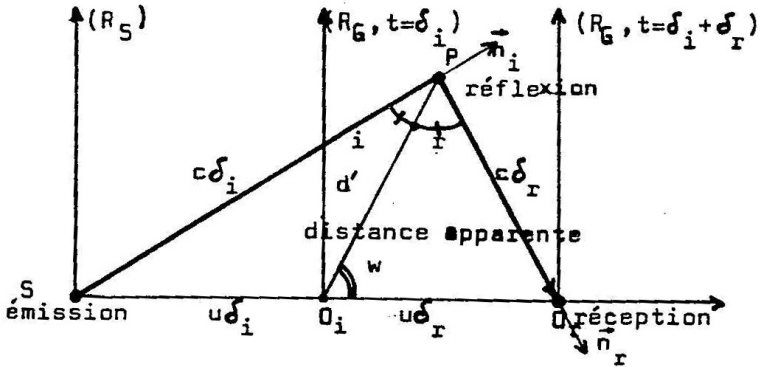


Figure 7.

Relations :

- 1)  $c^2 \delta_i^2 = u^2 \delta_i^2 + d'^2 + 2d' u \delta_i \cos \omega$  (triangle  $SPO_i$ )
- 2)  $c^2 \delta_r^2 = u^2 \delta_r^2 + d'^2 - 2d' u \delta_r \cos \omega$  (triangle  $PO_iO_r$ )
- 3)  $u^2 \delta_i^2 = c^2 \delta_i^2 + d'^2 - 2d' c \delta_i \cos i$  (triangle  $SPO_i$ )
- 4)  $u^2 \delta_r^2 = c^2 \delta_r^2 + d'^2 - 2d' c \delta_r \cos r$  (triangle  $PO_iO_r$ )

Implications :

- 1) - 2)  $\Rightarrow$  5):  $\delta = \delta_i + \delta_r = 2\delta_i - 2d'u \cos \omega / (c^2 - u^2)$
- 5)  $\Rightarrow$  6):  $\delta = 2\delta_r - \delta_r + \delta_i = 2\delta_r + 2d'u \cos \omega / (c^2 - u^2)$
- 1)  $\Rightarrow$  7):  $K = ((c^2 - u^2)\delta_i^2 + d'^2) / (2\delta_i^2(c^2 - u^2) - 2d'u\delta_i \cos \omega) = 1$
- 2)  $\Rightarrow$  8):  $K = ((c^2 - u^2)\delta_r^2 + d'^2) / (2\delta_r^2(c^2 - u^2) + 2d'u\delta_r \cos \omega) = 1$
- 3) & 5)  $\Rightarrow$  9):  $2d' \cos i / \delta = ((c^2 - u^2)/c) \cdot K$
- 9) & 7)  $\Rightarrow$  10):  $2d' \cos i / \delta = (c^2 - u^2)/c$
- 4) & 6)  $\Rightarrow$  11):  $2d' \cos r / \delta = ((c^2 - u^2)/c) \cdot K$
- 11) & 8)  $\Rightarrow$  12):  $2d' \cos r / \delta = (c^2 - u^2)/c = \gamma^{-2} \cdot c = c'$
- 10) & 12)  $\Rightarrow$  13):  $\cos i = \cos r$ .

(Manuscrit reçu le 13 octobre 1987)