Contribution à l'étude de la supraconductibilité

(Lettre à la Rédaction)

M. Surdin

Centre des faibles radioactivités,
Laboratoire mixte CNRS-CEA
F-91190 Gif sur Yvette

Au cours de la discussion qui a suivi le séminaire de Xavier Oudet (le 15 Février 1988) j'ai esquissé un modèle de supraconductibilité qui considère le comportement des électrons dans un réseau perturbé thermiquement. Dans ce qui suit on poursuit l'élaboration de ce modèle.

On considère un réseau cristallin sans défauts. Pour rendre compte de l'effet Joule, avec Bernamont [1] et Surdin [2], on admet qu'en plus des chocs élastiques des électrons de conduction, de rares chocs mous, avec les ions du réseau, se produisent. Ces chocs mous étant très rares, les équations donnant la conductibilité ne sont pas modifiées.

Ainsi [3], un groupe de n_0 électrons après un parcours de longueur x dans la direction du champ électrique E, se réduit à

$$n = n_0 e^{-x/s} \tag{1}$$

où s est le libre parcours moyen. Pour compenser la perte des électrons, dues aux chocs mous, d'autres électrons sont libérés.

Soit τ la durée de la vie moyenne des électrons de conduction, le nombre de chocs mous pendant l'unité de temps que font n_0 électrons est n_0/τ. L'énergie acquise, en moyenne, par un électron aux dépens du champ électrique E est eEs, où e est la charge élémentaire. La puissance, par unité de volume, cédée au réseau est

$$W = (n_0/\tau) eEs \tag{2}$$

or

$$s/\tau = v = \mu E \tag{3}$$

où v est la vitesse moyenne et μ est la mobilité ; d'où

$$W = eE^2 n_0 \mu \tag{4}$$

Mais comme $\sigma = 1/\rho = en_0\mu$ et $J = \sigma E$, où σ est la conductibilité, ρ la résistivité et J la densité du courant, on déduit que la puissance perdue par effet Joule, par unité de volume, est

$$W = \rho \, J^2 \tag{5}$$

On va définir l'"ordre à grande distance" η qui corrèle l'émission-absorption des électrons de conduction par des atomes qui occupent des sites éloignés. L'hypothèse centrale ici est

$$\rho = \rho_0(1 - \eta) \tag{6}$$

où ρ_0 est la résistivité habituelle du cristal.

L'agitation thermique augmente l'amplitude d'oscillation des atomes autour de leur site d'équilibre, ce qui à son tour accroît la probabilité d'un choc mou, c'est-à-dire accroît la résistivité.

Soit p la probabilité qu'un électron a à subir un choc élastique et q la probabilité qu'il subisse un choc mou, on a

$$p + q = 1 \tag{7}$$

On définit l'ordre η par l'équation

$$\eta = \frac{p - q}{p + q} \tag{8}$$

L'émission qui compense les électrons absorbés ne peut se faire indépendamment du nombre d'électrons déjà existants dans le réseau cristallin. C'est un phénomène collectif. Le gaz des électrons de conduction est "ordonné", en quelque sorte, l'ordre est donné par l'éq(8).

Soit V la différence d'énergie entre l'électron p et l'électron q, d'après la distribution de Boltzmann à l'équilibre à la température T, on a

$$q/p = e^{-V/kT} \tag{9}$$

d'où

$$\eta = \frac{1 - e^{-V/kT}}{1 + e^{-V/kT}} \tag{10}$$

Par analogie avec la théorie du ferromagnétisme de Weiss ou de celle des superréseaux de Bragg et Williams [4], on admet qu'il existe un champ interne qui lie l'énergie V à l'ordre η, soit

$$V = V_0 \cdot \eta \tag{11}$$

Combinant les équations (10) et (11) on obtient une température critique

$$T_c = V_0/2k \tag{12}$$

On conclut que pour toute température $T < T_c$, pour T décroissant η tend vers 1, ainsi pour $T = T_c/2\eta = 0,964$ et pour $T = T_c/3\eta = 0,995$; l'effet Joule décroît pour disparaître quand $\eta = 1$, on a un supraconducteur. Pour toute température $T > T_c$ on a un conducteur normal car $\eta = 0$.

Le champ interne ne rend pas compte de toutes les propriétés de la supraconductibilité, seule une grandeur V_0 est disponible pour décrire les propriétés du réseau et son interaction avec les électrons.

D'autre part il est intéressant d'étudier le mécanisme de la propagation de l'ordre à travers le cristal et de préciser le rôle joué par l'onde de de Broglie.

Comme il s'agit de la "compétition" entre électrons p et q, on va décrire ce phénomène par les "équations de compétition" de Lotka-Volterra,

$$\frac{dp}{dt} = -ap + bpq \quad , \quad p + q = 1 \tag{13}$$

où la deuxième équation de compétition est remplacée par l'éq(13b). C'est le deuxième terme du second membre de (13a) qui est intéressant ici ; il décrit le passage de l'état normal à l'état supraconducteur.

En combinant l'éq(13a) réduite à $dp/dt = bpq$, avec (13b) on obtient

$$\frac{dp}{dt} = bp - bp^2 \tag{14}$$

Dans l'étude de ce type d'équations il est de coutume [5] d'introduire un paramètre d'ordre ψ, tel que

$$\psi = \sqrt{p} \cdot e^{i\phi} \quad , \quad p = \mid \psi \mid^2 \tag{15}$$

à une constante près. ϕ est une phase. On reconnaît la fonction d'onde ψ d'une paire d'électrons de Cooper au niveau fondamental d'énergie (voir par exemple Feynman [6] comment l'éq(15) rend compte de divers aspects, dont l'effet Josephson, de la supraconductibilité).

L'éq(14) s'écrit alors

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{b}{2}\psi - \frac{b}{2} \mid \psi \mid^2 \psi \tag{16}$$

L'éq(16) ressemble à une équation du mouvement où le terme $m\ d^2\psi/dt^2$ serait négligeable devant le terme de "frottement" $d\psi/dt$. Le deuxième membre de l'éq(16) dérive d'un "potentiel"

$$U = -\frac{b}{4} \mid \psi \mid^2 + \frac{b}{8} \mid \psi \mid^4 + P \tag{17}$$

Pour être complet l'expression de U doit comprendre (dans P) des termes dépendant de $\nabla\psi$ et de $\dot{\psi}$ et, éventuellement, de l'"énergie" d'un champ fluctuant.

Dans l'état supraconducteur $\nabla\psi$ et $\dot{\psi}$ sont nuls. Mais pour l'étude de l'approche à cet état on doit en tenir compte. Ce modèle est plus riche que le précédent, on dispose des coefficients de $\mid \psi \mid^2$ et de $\mid \psi \mid^4$ ainsi que de ceux des termes en $\nabla\psi$ et $\dot{\psi}$ pour décrire l'effet du réseau sur les électrons de conduction.

Ce qui précède est un canevas, dont l'élaboration permettra de voir s'il peut apporter une contribution à la solution des problèmes qui se posent dans l'étude des nouveaux supraconducteurs. La Mécanique Quantique est absente des considérations précédentes. Cette absence n'est qu'apparente. La MQ intervient dans les calculs des coefficients V_0, a, b et de ceux de $\nabla\psi$ etc. En fait, elle intervient chaque fois qu'il s'agit d'introduire l'interaction du réseau. On peut noter que pour l'étude des nouveaux supraconducteurs on a considéré l'effet des superréseaux et, voir Khurana [7], l'effet de l'antiferromagnétisme sur la supraconductibilité.

Je remercie Georges Lochak pour ses critiques et observations.

Références

[1] J. Bernamont, Proc. Phys. Soc. **49**, 138 (1937).
[2] M. Surdin, J. Rad. Phys. **10**, 188 (1939) ; **12**, 777 (1951).
[3] M. Surdin, C.R. Acad. Sci. **255**, 1499 (1962).
[4] W.L. Bragg et E.J. Williams, Proc. Roy. Soc. **A145**, 699 (1934).
[5] H. Haken, Rev. Mod. Phys. **47**, 67 (1975).
[6] R.P. Feynman, Lectures on Physics, III, 21-2, Addison Wesley 1965.
[7] A. Khurana, Physics Today, Février p. 19 (1988).

(Manuscrit reçu le 15 mars 1988)