

La notion d'état dans la physique contemporaine

F. FER*

N.D.L.R. Le texte qui suit, écrit vers 1980 pour des amis, n'était pas destiné à être publié sous cette forme; le lecteur en excusera donc le ton parfois un peu personnel, mais il nous a paru d'un tel intérêt que nous avons préféré le livrer tel quel, puisque Francis Fer n'est malheureusement plus là pour le modifier lui-même.

* Les demandes concernant ce texte pourront être adressées à D. Fargue, Ecole des Mines, 60 bd St Michel, 75272 Paris cedex 06, France.

AVANT-PROPOS

La notion d'état intervient dans l'étude de l'évolution d'un système au cours du temps, que ce système soit déterministe, stochastique ou quantique, qu'il appartienne au domaine de la Physique, de la Microphysique, de la Mécanique, de l'Economie, ou à tout autre domaine se prêtant à la définition de modèles mathématisables. Un modèle étant identifié à un système d'hypothèses et de relations et, de ce fait, détaché de son contexte originel, la théorie mathématique des systèmes se propose de fournir des théorèmes adaptés à son étude : c'est dans ce cadre que le mot "état" peut prendre un sens pour le mathématicien.

Si les sciences qui nous concernent ont progressé en s'appuyant sur les travaux des mathématiciens, elles ont néanmoins chacune une histoire propre au cours de laquelle des esprits très profonds ont harmonieusement marié l'intuition et la rigueur. Il est donc naturel que le concept d'état ait été perçu de différentes façons et étudié avec les moyens techniques propres à chaque domaine.

Dans l'article qui suit, Francis Fer rappelle les trois définitions du mot "état", en Physique. Il montre que ces définitions ne sont pas équivalentes et, dans certains cas, vont même jusqu'à s'opposer. Il conforte le sentiment que cette ambiguïté sémantique "a causé, cause encore, et ne peut que causer dans l'avenir des confusions extrêmement graves et fortement préjudiciables au développement de la science". Il se propose d'en administrer la preuve. Le développement de sa thèse prend appui de façon précise sur les différents sens donnés au mot "état" par Duhem et Gibbs, respectivement dans les domaines de la Thermodynamique macroscopique et statistique, et par Dirac dans celui de la Mécanique quantique.

Le sujet, ou plus précisément la forme sous laquelle il est traité, sortant du cadre de ma spécialité, il ne m'appartient pas d'entrer dans le débat. Je me bornerai à constater que l'introduction de la notion d'état en mathématiques prend un tour moins dramatique, et qu'à la limite on pourrait même la plupart du temps s'en passer. Il est vrai qu'en mathématiques un même concept important est parfois défini de façon un peu différente par différents auteurs sans que cela ait de graves conséquences. C'est le cas par exemple d'un processus de Markov, d'une diffusion, d'un processus nonanticipatif etc. Il suffit de prendre l'habitude de dire : "propriété X au sens de Y". L'essentiel est de savoir de quoi on parle et la prolifération des définitions est quelquefois le gage de la bonne santé des idées, leur extension se faisant à ce prix.

Ces remarques n'ôtent pas son intérêt à la notion d'état au sens des mathématiciens: certains d'entr'eux se sont attaché à la préciser. Une présentation même succincte de ce concept nécessiterait des développements qui, bien entendu, ne peuvent trouver leur place ici. Nous nous restreindrons

donc à une métaphore en nous bornant à dire que l'état au temps t est en quelque sorte un résumé de l'histoire passée du système qui détermine de façon unique son évolution future, pour chaque signal d'entrée donné. Elle ne saurait se substituer à une définition.

Qu'il me soit permis de rendre hommage à l'oeuvre scientifique de Francis Fer. Elle est à l'image de l'homme intègre qu'il était et de sa noble intransigeance. Elève de Louis de Broglie il en avait recueilli l'enseignement. Il savait aussi que le plus pur des styles est le meilleur véhicule pour la pensée car la rigueur est tributaire d'une parfaite maîtrise de la langue. Ses qualités humaines étaient de la même trempe que ses qualités scientifiques; s'y ajoutaient des qualités de coeur qui en faisaient un ami incomparable pour qui avait gagné sa confiance.

A. Blaquière

Il existe en Physique, à ma connaissance, *trois* définitions du mot "état". Les contenus correspondants ne sont *nullement équivalents, ni même voisins*, et dans certains cas vont même jusqu'à s'opposer. Cette ambiguïté sémantique a causé, cause encore, et ne peut que causer dans l'avenir des *confusions extrêmement graves* et fortement préjudiciables au développement de la Science. Je me propose d'en administrer la preuve.

I - Les trois définitions existantes

A - L'état au sens de la Thermodynamique macroscopique

(Je l'appellerai aussi le "T-état" pour abrégé en le distinguant des autres).

C'est le sens le plus ancien du mot [1]*. Duhem en a donné, en 1911 [2], une définition qui ne laisse rien à désirer axiomatiquement, et que je résume en renvoyant [3] aux passages ad hoc de son livre.

Soit un système physique dont on se propose de faire l'étude thermodynamique.

L'état de ce système à *un instant t fixé quelconque* est défini par les valeurs numériques à cet *instant* d'un ensemble (fini ou infini) de paramètres scalaires, dits variables d'état, qui

- a) représentent dans le formalisme théorique des grandeurs physiques mesurables [4] attachées au système
- b) sont logiquement indépendants, c'est-à-dire ne sont liés par aucune relation mathématique¹ portant sur ces grandeurs et leurs dérivées temporelles ;

* Pour ne pas alourdir l'essentiel du texte par des détails secondaires, quoique significatifs, j'ai renvoyé ceux-ci en annexe, à la fin de ce document ; les notes s'y réfèrent.

¹ Comme celles qui relient, par exemple, la longueur du côté et le volume d'un cube, ou encore la masse, le volume et la masse volumique d'un fluide homogène ; etc.

c) sont physiquement indépendants, c'est-à-dire ne sont liés par aucune relation *indépendante du temps* et exprimant une loi physique.

A cette définition Duhem ajoutait les précisions suivantes :

a') Les variables d'état à choisir pour représenter un système physique donné dépendent de la classe de faits qu'on veut embrasser. C'est une restriction commune à toute la Physique.

b') La condition *c* distingue à juste titre entre les lois physiques indépendantes du temps, donc intrinsèques au système, et qui restreignent l'ensemble des variables d'état (comme l'équation de compressibilité $p = \phi(V, T)$ d'un gaz homogène par exemple), et les lois physiques où, entre le temps, qui déterminent l'évolution du système mais n'ont pas à intervenir dans la définition de son état.

J'ajoute, parce que c'est très important, non pour achever de définir le T-état, mais pour délimiter le champ des phénomènes qu'il vise à embrasser (voir § a ci-dessous), que les deux fonctions fondamentales de la Thermodynamique, énergie interne U et entropie S , ne sont fonctions que des seules variables d'état.

Ceci posé, deux points sont à mettre en lumière :

a) Il faut insister en premier lieu sur le fait que le T-état est une notion qu'on peut qualifier d'*instantanée* ou, si on veut, d'*actuelle*, et qu'elle n'englobe pas les grandeurs dont la définition serait à cheval sur deux instants. C'est ainsi que la condition *b* écarte les vitesses de la définition de l'état ; mais cette exclusion, bien que "techniquement" très importante, est, quant au fond, assez secondaire.

Ce qui est par contre beaucoup plus important est que la notion de T-état écarte la prise en considération des valeurs, de quelque grandeur que ce soit, antérieures à l'instant actuel. Pour cette raison la Thermodynamique, telle qu'elle est constituée à ce jour, est impuissante à rendre compte des phénomènes hystérétiques, sauf si l'hérédité peut se ramener à l'introduction dans le T-état de variables supplémentaires ; c'est seulement dans ce cas qu'on sait attacher au système une énergie interne et une entropie. Les thermodynamiciens (particulièrement ceux de la rhéologie) sont parfaitement conscients de cette incapacité, qui constitue une limitation considérable du pouvoir explicatif de la Thermodynamique, mais n'entache nullement ce dernier dans un domaine de validité bien défini par la notion même de T-état.

b) Il est universellement admis que, lorsqu'on connaît la forme analytique des fonctions d'état U et S et le champ de forces externes appliqué

au système concerné d'une part, et d'autre part le *T-état initial* ainsi que les vitesses initiales convenables [5], l'application des deux principes de la Thermodynamique *permet de déterminer univoquement le T-état du système à tout instant ultérieur*. Sans doute cette observance du principe de causalité n'est-elle pas explicitement mentionnée dans Duhem – il écrivait à son époque – ni même dans les traités modernes de Thermodynamique macroscopique ; cela va de soi avec la science macroscopique. Il n'en reste pas moins que la conception déterministe de l'évolution à partir de l'état initial imprègne toute la Thermodynamique et l'esprit de ses pratiquants.

B - L'état au sens de la Thermodynamique statistique [6], ou état au sens de Gibbs

Pour abréger, je dirai aussi G-état. Je ne vise ici que la Thermodynamique statistique classique (= non quantique).

C'est le second sens à être apparu historiquement, et sa définition est beaucoup plus immédiate pour qui connaît la Mécanique hamiltonienne. Le G-état d'un système de points matériels est défini par les valeurs, à un instant t fixé quelconque, des coordonnées généralisées q^i et des moments p_i ($i = 1$ à N) des points matériels. Il n'y a rien d'autre à ajouter à cette définition.

Mais ensuite deux remarques sont à faire.

La première est que, contrairement au T-état, le G-état prend explicitement en compte les vitesses. Mais cette différence, si elle est importante du point de vue didactique, n'est pas essentielle. Elle laisse intacte l'observance du principe de causalité.

La seconde remarque, beaucoup plus lourde de conséquences, est la suivante. La connaissance du G-état entraîne, par l'intermédiaire de la formule de l'équi-partition de l'énergie, la détermination de la ou des températures du système. Mais c'est là la *seule* variable du T-état que retrouve la Thermodynamique statistique ; toutes les autres viennent d'ailleurs, et j'examinerai plus loin (§ II A) les conséquences de ce hiatus.

C - L'état au sens de la Mécanique quantique

Je l'appellerai le Q-état.

Pour la Mécanique quantique, l'état "d'un" système dont les coordonnées classiques de Gibbs sont q^i, p_i est défini par une fonction d'onde – encore appelée "vecteur d'état" – $\psi(q^i)$, supposée essentiellement de

carré sommable [7]. Naturellement l'évolution temporelle du Q-état se traduit par l'introduction du temps t dans les arguments de la fonction d'onde, mais, pour chaque t fixé, c'est $\psi(q^i)$ qui définit l'état.

Cette définition, qui paraît innocente, appelle une observation fondamentale. Sans doute la donnée du Q-état ψ_0 à un instant initial détermine-t-elle univoquement, par application de l'équation de Schrödinger ou autre, le Q-état ψ_t à tout instant ultérieur. Mais cette détermination de l'évolution du Q-état, quelque décisive qu'elle apparaisse sur le plan du formalisme théorique, ne doit pas faire illusion sur les implications physiques [8]. Cela fait partie des axiomes de la Mécanique quantique que la connaissance de ψ ne détermine la généralité des grandeurs physiques attachées au système qu'en *probabilité*. Or la vérification expérimentale d'une précision probabiliste ne peut être que *collective*, et il s'ensuit qu'en réalité, et contrairement à ce qui se passe pour le T-état ou le G-état, la notion de Q-état ne se rapporte pas à un système individuel, mais à un *ensemble statistique de systèmes*. Ce n'est pas là une mince métamorphose du concept d'état.

Il y a plus. Etant donné le caractère probabiliste de la prévision basée sur le vecteur d'état ψ , les propriétés mesurables d'un système physique régi par la Mécanique quantique ne satisfont plus au principe de causalité ou, pour reprendre l'expression de Von Neumann [9], *violent le principe de "raison suffisante"*. Que cette conception soit juste ou non, je ne veux pas en discuter ici : ce n'est pas mon sujet. Il me suffit de la constater telle qu'elle est, en vertu des axiomes de la Mécanique quantique.

II - Les confusions nées de l'ambiguïté du vocabulaire

Voilà donc pour les définitions. J'en viens maintenant aux conséquences de l'emploi d'un même mot, état, dans des acceptions différentes, sur la pensée. Il va sans dire que, tant qu'on se cantonne strictement dans le cadre d'une seule des trois disciplines évoquées ci-dessus, aucune confusion n'est à craindre. L'ennui est que ce splendide isolement n'est pas tenable, la Thermodynamique statistique et la Mécanique quantique étant faites en principe pour expliquer des phénomènes macroscopiques.

A - Confusion due à l'emploi indifférent du mot état pour T-état et G-état

Exception faite, comme je l'ai dit plus haut (§ I B), de la température, les variables d'état de la Thermodynamique macroscopique

sont *étrangères* à la notion de G-état. L'exemple le plus simple (mais il y en a bien d'autres [10]) est celui d'un gaz homogène enfermé dans une enceinte : son volume V n'a rien à voir avec l'ensemble des q^i, p_i ; il entre seulement comme paramètre dans la définition du potentiel *externe* des forces exercées par la paroi sur le gaz. Aussi les variables du T-état autres que la température sont-elles souvent appelées, en Thermodynamique statistique, *paramètres externes* (= externes au système, ou au G-état).

L'oubli, ou la méconnaissance, de cette différence pourtant essentielle entre le T-état et le G-état aboutit à la conséquence suivante.

Il est évidemment nécessaire de transposer la définition de la réversibilité en Thermodynamique macroscopique – codifiée par Duhem [11] de manière extrêmement stricte et précise – à la Thermodynamique statistique. L'essentiel de cette transposition a été fait par Boltzmann [12], même si j'ai dû, à ma grande surprise,² y adjoindre quelques suppléments de mon cru. La voici : pour la Thermodynamique statistique, est réversible une transformation pour laquelle la variation des *paramètres externes* est infiniment lente *par rapport* au mouvement rapide des *coordonnées internes* q^i, p_i . Autrement dit c'est grâce à la différence entre le T-état et le G-état qu'on sait définir la réversibilité en Thermodynamique statistique.

Quand on sait cela, on comprend que la réversibilité ainsi définie n'a absolument rien à voir avec ce qu'on appelle couramment la “micro-réversibilité”, qui n'est que l'inversion de la trajectoire du point q^i, p_i à *paramètres externes constants*.

La grande majorité des auteurs de traités de Thermodynamique statistique ignorant ces faits, il en résulte

- a) que la démonstration qu'ils donnent du second principe (plus précisément de l'égalité $dS = dQ/T$) à partir des postulats de la Thermodynamique statistique est fautive : même pour une transformation irréversible elle aboutirait à la même égalité, puisqu'elle n'a fait appel à aucun moment à la bonne définition de la réversibilité [13] (en fait, à aucune définition du tout) ;
- b) que tous les débats sur le paradoxe de Loschmidt reposent au départ sur une confusion de langage, puisqu'ils opposent la “micro-réversibilité”

² Je croyais cette affaire réglée depuis longtemps dans les manuels classiques ; mais elle ne l'est pas, et ce travail de Boltzmann est encore pratiquement ignoré.

à l'irréversibilité alors que c'est la vraie réversibilité, la thermodynamique, qu'il faut y opposer.

La confusion ne porte pas sur un détail, puisque le rattachement de la Thermodynamique statistique à la Thermodynamique macroscopique est un des points-clef de la Physique. On peut sans doute alléguer qu'il est possible de remédier à l'ambiguïté du mot état en complétant à chaque instant le discours par les périphrases convenables. La chose en tout cas n'est pas faite [14] ; et il est bien évident que, pour un exposé correct de toute la question, le plus simple et le plus sûr serait de commencer par distinguer des choses différentes par des mots différents, ne serait-ce, au pis aller, que les expressions T-état et G-état.

B - Confusions nées de l'emploi du mot état en Mécanique quantique

L'ambiguïté du vocabulaire recouvre ici, et masque, un problème encore bien plus fondamental que précédemment. Pour résumer les choses en deux mots disons que derrière le flou sémantique se cache le problème, bien physique, de la causalité ou de la non-causalité et que, s'il n'est évidemment pas suffisant de préciser le langage pour résoudre ce problème, ce n'est certainement pas l'imprécision des termes qui aidera à le clarifier.

Je rappelle le principe de "raison suffisante", ou de causalité, tel que l'a énoncé, par exemple, Painlevé [16] : "si, à deux instants, les conditions initiales d'un système isolé sont les mêmes à un transport près dans l'espace, les mêmes phénomènes se produisent dans le système après ces deux instants, à ce transport près dans l'espace". Von Neumann a sans doute formellement raison de qualifier ce principe de "tautologique" puisque, comme il le dit en substance, si on constatait à quelque instant des différences dans les deux évolutions considérées, c'est que les systèmes n'étaient pas *identiques* au départ. Comme il est cependant difficile de croire que la Science toute entière (au moins la science du macroscopique) repose sur une tautologie, c'est que la notion *d'identité* entre deux systèmes n'est pas, comme l'admettait implicitement Von Neumann, une donnée première : un énoncé non vide de sens du principe de causalité – que ce soit pour l'accepter ou le rejeter – exige une définition préalable de l'identité.

Or, en Thermodynamique macroscopique (ainsi que dans toutes les disciplines qu'elle englobe, notamment l'Electromagnétisme de Maxwell), l'identité se définit sans difficulté à partir de la notion de T-état, elle-même définie auparavant. Le principe de "raison suffisante" s'y accroche

ensuite sans autre formalité et, ainsi que je l'ai dit plus haut (§ I A, b), les deux concepts, "état" et détermination univoque de l'évolution, vont de conserve dans l'esprit de tous les pratiquants d'une science macroscopique quelconque.

Il n'en est plus de même en Mécanique quantique, où "l'état" – le Q-état – viole le principe de raison suffisante puisque deux systèmes dont l'identité à l'instant zéro se définit par la possession de la même fonction d'onde ψ_0 donnent aux instants ultérieurs (et même d'ailleurs à l'instant zéro) des résultats de mesure variables.

On se trouve ainsi attribuer au même mot, l'état, des acceptions et des propriétés radicalement différentes – pis, opposées. Tant qu'on reste suffisamment lucide pour garder constamment présent à l'esprit, dans son discours, le contenu strict du mot que l'on emploie, et qu'on conserve soigneusement au mot état sa signification "d'être mathématique de prévision des probabilités", le mal n'est pas très grand. Mais la plus légère inattention est fatale, et le glissement sémantique alors inéluctable : le Q-état se mute en état au sens ancien du terme. Tous les prétendus paradoxes de la Mécanique quantique, et Dieu sait s'il y en a, qu'on peut rassembler en dernière analyse sous la bannière de la "non-séparabilité", viennent de là : on transfère un énoncé vrai pour un *ensemble statistique* de systèmes à un système *individuel*, et on transforme inconsciemment une relation *logique* entre les propriétés de deux sous-systèmes, obtenue par croisement de la théorie des probabilités et du recueil d'une information, en une relation *physique* "superluminale". Si "l'état" quantique et "l'état" classique étaient décrits par des mots différents, ce glissement ne serait pas possible, et je doute qu'il soit possible de trouver un exemple plus frappant de l'influence néfaste du laxisme terminologique sur la pensée – et sur ses fruits.

III - L'état au sens de la théorie des systèmes

Je l'appellerai évidemment le S-état.

Je résume la situation présente telle que je crois l'avoir comprise : un des axes principaux de recherche dans la théorie des systèmes est l'axiomatisation, opération qui comporte à la fois un approfondissement et une généralisation, de la notion d'état. Ladite généralisation renferme, en particulier, l'inclusion du passé d'un système dans son S-état.

Autant j'applaudis à la chose, autant je trouve la terminologie inadéquate. Je m'explique sur les deux points.

A - O fortunatos nimium !

Je tiens à dire en premier lieu que les physiciens – plus exactement une sous-classe de physiciens qui sera précisée ci-dessous (§ B), les autres (quantistes par exemple) étant assez indifférents dans l'affaire – ne peuvent que se réjouir de voir une autre spécialité que la leur se préoccuper de ce problème. Pour deux raisons principales.

La première, d'ordre général, est que la Physique bénéficie de l'apport d'une discipline relativement connexe, vivante, en plein essor, voyant les choses d'un oeil neuf, etc. Je ne pense pas utile de m'appesantir davantage sur cette possibilité d'enrichissement, sinon pour ajouter combien je suis heureux pour mon compte personnel, de pouvoir rétablir avec des mathématiciens un contact qui s'est progressivement affaibli depuis un demi-siècle pour s'éteindre tout à fait depuis 25 ans.

La deuxième raison, plus spécifique, est que les physiciens que la Mécanique héréditaire intéresse – et ils sont plus nombreux qu'on ne pourrait le penser – ne disposent comme base mathématique que d'un nombre nettement insuffisant de résultats importants. C'est dire que tout apport, même simplement conceptuel, dans ce domaine sera le bienvenu, et que les soucis de priorité paraîtraient bien misérables en regard d'un objectif que pour ma part je soupçonne immense.

B - La situation actuelle chez les physiciens

Ceci dit, et qui n'est pas une vaine clause de style, un dialogue fructueux entre deux interlocuteurs ne peut s'instaurer que sur la base d'une connaissance mutuelle minimale. Je fais donc le point sur le savoir actuel des physiciens.

Il serait erroné de croire que la définition du concept d'état, quelle que soit son extension, soit pour eux une révélation. J'ai rappelé plus haut (§ I A) celle qu'a donnée Duhem pour la Thermodynamique macroscopique, et j'ai tout lieu de supposer que l'école belge, qui est dans la même ligne de pensée, l'a faite sienne. Il existe également une présentation un peu plus abstraite de Carathéodory [15] de la Thermodynamique, qui à mon avis ne supplante pas la précédente.

Quant à la Mécanique héréditaire, son attraction sur les physiciens ne date pas d'aujourd'hui. C'est à Boltzmann (1874) qu'on attribue [16] généralement son introduction sur la scène. Parmi les théoriciens on note Vito Volterra, qui s'en est occupé de 1909 à 1940 ; Emile Picard en a dessiné le développement en 1907 ; Vogel [16] y a fourni un apport

considérable de 1950 à sa mort en 1978 ; dans le domaine de la physique atomique, je me permets de signaler que je suis tombé dessus, sans le chercher, en 1964, et que Fargue et moi-même y avons apporté notre contribution. D'un autre côté toute la population de la rhéologie (et elle est nombreuse, en raison des applications : plasticité, hystérésis élastique, fatigue et vieillissement des métaux, etc.) s'y est résolument adonnée depuis 30 ans, et Coleman [17] a effectué un "pioneering work" sur la Thermodynamique des milieux à mémoire.

C'est donc dire qu'il existe deux sous-ensembles de physiciens qui sont parfaitement au courant de la question, et qui sont très attentifs à tout progrès fait dans ce domaine, qu'il vienne d'eux-mêmes ou d'autres.

C - La terminologie

Si on tient compte de ces données, le mot "état" adopté ou en voie d'adoption par la théorie des systèmes, avec l'acception très synthétique qu'elle lui donne, paraît vraiment mal choisi pour la communication. Nul ne songe à contester à la théorie des systèmes le droit de choisir son propre vocabulaire ; mais il faut évidemment s'attendre, lorsque ce vocabulaire concerne, et au premier chef, d'autres disciplines, que celles-ci se réservent la faculté de l'accepter ou de le rejeter. Ce babélisme serait regrettable, et il serait bien préférable d'en arriver à un accord de normalisation au niveau international : le sujet en vaut la peine. J'énumère en tout cas mes objections ; on verra qu'elles ne relèvent pas des mes goûts personnels.

a) Le mot "état" possède déjà trois significations en Physique ; c'est deux de trop et je crois en avoir montré les inconvénients majeurs. Lui en adjoindre une quatrième ne pourrait que multiplier les risques de confusion. Il faut par ailleurs tenir compte qu'une partie importante de la population scientifique utilise le mot état dans son seul sens thermodynamique (rien qu'en France, peut-être 10 000 chercheurs et ingénieurs, chimistes, métallurgistes, thermiciens, sont dans ce cas). Il est douteux qu'elle accepte de changer ses cadres de pensée sur une simple invite.

b) Je passerais volontiers sur l'argument étymologique, s'il ne reflétait pas une réalité bien plus profonde. Mais enfin, dans toutes les langues de culture, état signifie "ce qui est". Incorporer dans ce mot également "ce qui a été" est encore une rupture avec nos modes d'expression courante. Et on va voir par ce qui suit que l'étymologie a une résonance qui n'est pas seulement littéraire.

c) On se heurte en effet tout de suite au problème bien connu de la “réductibilité”.

Un système de la Mécanique héréditaire à un nombre fini de degrés de liberté est dit réductible s’il est possible, à condition de lui adjoindre un nombre, *également fini*, de degrés de liberté supplémentaires (les “variables cachées”), de construire un système purement différentiel qui lui soit équivalent. On connaît (Vogel, puis Fargue [18]) une condition nécessaire et suffisante de réductibilité, et on sait qu’il existe des systèmes héréditaires irréductibles.

Mais restons pour l’instant dans le cas des systèmes réductibles. Que va-t-on alors appeler l’état ? L’ensemble des variables du système dynamique équivalent, ou les variables et les fonctions du passé du système écrit sous la forme héréditaire ? Même si formellement cela revient au même, pour l’intelligibilité physique (ou l’intelligibilité tout court), cette ambiguïté risque d’être une gêne pour la communication.

Mais la chose va plus loin. L’équivalence peut en réalité ne pas être absolue (cf. la page 85 de Vogel [16] sur ce sujet), et il n’est alors pas indifférent, tant du point de vue mathématique que des implications physiques, de traiter le système par voie intégral-différentielle ou par voie différentielle. Cette circonstance n’est nullement un obstacle à l’introduction et à l’utilisation d’un concept unifié, appelons-le le S-état, qui peut être un excellent outil de découverte. Mais elle oblige à pouvoir en distinguer les *formes* possibles. Par quel vocable alors ?

Enfin un dernier mot, et non des moindres, sur ce point. Painlevé (cité dans [15]) posait, par un véritable acte de foi philosophique, que tout système héréditaire devait être réductible, c’est-à-dire le passé être ramené à “l’état” au sens classique du terme ; et cette conception a marqué son temps et marque encore bien des esprits. À cause de l’existence des systèmes irréductibles, cette conception s’avère fautive, tant que le nombre des degrés de liberté possibles est astreint à être fini. Dès lors l’emploi du mot état pour englober à la fois le présent et le passé peut sembler redonner une justification à la vision scientifique étiquée de Painlevé – qui a bloqué pendant toute une période les travaux sur la Mécanique héréditaire.

d) Enfin une dernière objection, de substratum purement physique.

Quels que soient les avantages mathématiques du concept unifié de “S-état” – et vraiment je formule pour lui tous mes vœux – le physicien se trouve confronté à une contrainte rédhibitoire. Par définition même

de l'instant initial d'une observation d'un système, son passé est inaccessible à l'observateur : s'il a su le mesurer, c'est que l'instant initial a été reporté en arrière. Sans doute, pour certains systèmes réductibles, les variables cachées peuvent-elles ne l'être que momentanément, à une étape donnée de la science, et on peut espérer accéder à leur mesure. Mais il est douteux que ceci soit une possibilité universelle pour tous les systèmes réductibles.

Ce n'est certainement pas le cas pour les systèmes irréductibles. Pour ceux-ci on peut trouver un système différentiel équivalent, mais à condition d'introduire une *infinité* de degrés de liberté supplémentaires, c'est-à-dire en dernière analyse un "champ caché". Fargue a démontré là-dessus un théorème de principe [18], et en tout cas l'Electromagnétisme est une illustration typique de ce phénomène. La connaissance des positions et des vitesses de la matière chargée à un instant donné ne permet pas de prédire univoquement le devenir du système ; il faut en outre faire appel à la connaissance des trajectoires passées des charges, ce qui est, comme je viens de le dire, impossible. Et si on se tourne vers la connaissance du champ électromagnétique à l'instant considéré, elle est bien équivalente à celle du présent et du passé des charges ; mais cette appréhension du champ est tout aussi impossible, parce qu'il y faudrait *théoriquement* une *infinité de mesures* [19].

Par une nécessité qui lui est extrinsèque, le physicien est donc condamné à distinguer qualitativement le passé du présent. Les englober dans le même terme ne lui rendrait pas la réflexion facile.

Ma conclusion est donc que le langage doit être mûrement réfléchi et pesé avant d'être lancé, afin d'éviter toute confusion. Le mieux est, soit de forger un mot nouveau, soit d'en emprunter un ancien jusqu'ici totalement étranger à l'affaire. Il prêtera sans doute à sourire au début ; mais, en France, ne s'est-on pas moqué pendant cent ans du mot "kilomètre" ? lieue était tellement mieux !

Notes et références

- [1] Clausius l'employait déjà (1870-1875 : premières traductions françaises).
- [2] Pierre Duhem, *Traité d'Energétique*, 2 vol., Gauthier-Villars, 1911.
- [3] Je joins en annexe une photocopie des pages 25 et 26 du traité de Duhem (elles ne reproduisent que l'essentiel : la définition de l'état va des pages 29 à 41). Ce qu'il y appelle "indépendances du premier et du second ordre" est ce que j'ai rassemblé dans la condition b).
- [4] Duhem ne précisait pas : mesurables ; à son époque, la chose allait de soi.

- [5] Pour un système comportant des variables chimiques, dont les équations cinétiques sont du premier ordre, les vitesses initiales sont hors de cause.
- [6] Aussi dite “Mécanique statistique” ; je préfère le terme que j’ai employé.
- [7] Quels que soient les errements passés et actuels, une fonction qui n’est pas de carré sommable ne peut pas définir un état en Mécanique quantique, pour la seule, mais suffisante raison, qu’elle ne permet pas de définir une probabilité, seul instrument de prévision en Mécanique quantique. C’était d’ailleurs le point de vue de Von Neumann.
- [8] Si j’ai écrit cette phrase, c’est que j’ai entendu de mes oreilles se produire cette confusion – et chez quelqu’un qui n’était pas un savant de seconde zone.
- [9] J. Von Neumann, *Mathematical foundations of quantum Mechanics*, Princeton Univ. press, 1955 (p. 302).
- [10] Longueur, largeur, hauteur d’un solide élastique, et par conséquent tenseur de déformation ; variables chimiques.
- [11] Voir réf. 2, p. 265 à 317. Je me permets de citer mon propre manuel de Thermodynamique, Gordon and Breach, t.I, p. 68 à 79 ; je ne fais qu’y reprendre, à peu près textuellement, Duhem.
- [12] L. Boltzmann, *Vorlesungen über Mechanik*, Barth, Leipzig, 1904, t.II. Extrêmement peu lu. J’ai repris sa définition dans un article du “Journal de Physique et le Radium”, 1962, t.23, p. 973.
- [13] Même A. I. Khinchin (*Mathematical foundations of statistical Mechanics*, Dover, 1949, p. 130 et seq.) commet cette erreur. Cela ne diminue en rien sa stature, ni la valeur de son livre, mais reste tout de même une erreur.
- [14] Tout au moins on ne la trouve pas en librairie ; mais, écartant la fausse modestie, je précise l’avoir dans mes cartons.
- [15] J’en parle à travers A. Sommerfeld, *Thermodynamics and statistical Mechanics*, Acad. Press, 1967, qui donne un aperçu de la méthode de Carathéodory.
- [16] T. Vogel, *Théorie des systèmes évolutifs*, Gauthier-Villars, 1965. Y figurent toutes les références que je viens de citer.
- [17] B. D. Coleman, *Thermodynamics of materials with memory*, Editions du CISM, no 73, 1971.
- [18] D. Fargue, Thèse, 1973.
- [19] Je vois pour ma part dans l’impossibilité de connaître le passé la source de l’aléatoire, et dans l’impossibilité de le commander la source de l’irréversibilité. Mais ceci est une autre histoire, eût dit Kipling.

Appendice: Définition des variables d'état chez Duhem

Extrait de P. Duhem, *Traité d'énergétique*, Paris, Gauthier-Villars, 1911, pp. 25-28.

[...] il nous est possible d'indiquer quelles conditions doivent remplir des nombres pour qu'on puisse dire que ces nombres définissent l'état d'un système donné à un instant déterminé t .

Ces conditions sont les suivantes:

1) Les nombres considérés représentent des propriétés physiques du système donné à l'instant t ; le temps t n'est pas considéré comme une telle propriété; ces nombres varient d'une manière continue avec t ; leurs dérivées premières par rapport à t existent et sont toujours finies;

2) Ces nombres sont, par leur définition, absolument indépendants les uns des autres et absolument indépendants de t ;

3) Si d'autres nombres représentent également des propriétés physiques du même système à l'instant t , ou bien ces nouveaux nombres ont avec les précédents quelque relation du premier ordre; ou bien ces nouveaux nombres sont reliés à quelque dérivée par rapport à t des premiers ou inversement, ce qui constitue une relation du second ordre.

Prenons, par exemple, un conducteur solide, immobile et électrisé: nous pouvons dire que son état à l'instant t est déterminé par la densité électrique solide e en chaque point (x, y, z) du volume qu'il occupe et par la densité superficielle E en chaque point de la surface qui le limite.

En effet: 1) Les nombres e, E , représentent des propriétés du conducteur à l'instant t ;

2) Par leur définition, ces nombres sont absolument indépendants entre eux et indépendants du temps t ;

3) On est conduit à considérer une autre propriété physique du même corps à l'instant t , savoir: le flux électrique en chaque point; mais les composantes u, v, w de ce flux sont liées à e et E par les relations du second ordre (1) et (2) [(1) et (2) sont les relations de conservation de l'électricité, en volume et en surface].

[...]

A part les restrictions que nous venons de préciser, l'Energétique générale ne nous donne aucune indication sur la manière de choisir les propriétés qui définissent l'état d'un système. En chacun des Chapitres de la Physique, on fixe, au moyen d'hypothèses particulières à ce

Chapitre, les grandeurs qui serviront à définir l'état du système qu'on se propose d'étudier; une fois que cet état est ainsi déterminé, on lui applique les règles tracées par l'Energétique générale.

Pour déterminer quelles sont les propriétés physiques qui doivent servir à définir l'état d'un système, on n'a donc d'autre principe directeur que la connaissance même de l'objet que se propose la Théorie physique: construire, au moyen de notions mathématiques, une sorte de schème qui représente, avec une approximation donnée, les lois auxquelles est soumis un certain ensemble de corps concrets

Comme nous l'avons déjà expliqué au paragraphe précédent, on ne se propose pas, en général, de construire un schème mathématique qui représente, à la fois, toutes les lois physiques connues auxquelles est soumis l'ensemble de corps concrets considéré; un tel schème serait, en général, d'une effrayante complication. On se propose simplement de représenter avec une certaine approximation quelques-unes de ces lois, en faisant abstraction des autres.

Cela permet de ne point faire entrer dans la définition de l'état du système la représentation de toutes les propriétés physiques qui pourraient y figurer. On se borne à considérer quelques-unes de ces propriétés, en faisant abstraction des autres. On obtient de la sorte un schème simplifié qui représente avec une certaine approximation un certain nombre de lois parmi celles qui régissent notre ensemble concret. Si, ultérieurement, on se propose soit de représenter les mêmes lois avec une plus grande approximation, soit de représenter, en outre, quelques-unes des lois dont on avait, tout d'abord, fait abstraction, on est naturellement conduit à faire usage d'un nouveau schème mathématique plus compliqué que le premier; on reprend alors, pour former la nouvelle définition de l'état du système, quelques-unes des propriétés physiques qu'on avait négligées dans la première définition.

[...]

Il n'existe, on le devine, aucun principe *a priori* qui décide si, dans la définition de l'état d'un système, on doit faire figurer telle propriété physique ou s'il est permis d'en faire abstraction; le succès du mode de définition adopté, l'accord satisfaisant entre les conséquences de la théorie et les enseignements de l'expérience, est le seul caractère auquel nous puissions reconnaître que nous avons eu raison d'adopter telle définition de préférence à telle autre.