

## Electromagnétisme dans une cavité résonante\*

CHRISTIAN CORMIER-DELANOUE

Fondation Louis de Broglie,  
23 quai de Conti, 75006 Paris, France

RESUME. Une étude relativiste de l'énergie électromagnétique confinée entre les parois réfléchissantes d'une cavité, et considérée en termes d'ondes Maxwelliennes, conduit à certaines propriétés essentiellement quantiques de la radiation. Un examen critique montre ensuite que l'absorption quantifiée d'une telle énergie radiante, contenue dans une cavité, peut aussi être décrite en termes semi-classiques. Dans ce cas particulier tout au moins, les radiations électromagnétiques ne présentent donc peut-être pas intrinsèquement la nature dualiste qui leur est souvent attribuée.

*ABSTRACT. A relativistic study of electromagnetic energy contained in a two-mirror cavity leads to essentially quantum properties of the radiation, although primarily considered as Maxwellian waves. Further investigation of this problem shows that the electromagnetic energy's absorption can be described in semiclassical terms. In this particular case at least, electromagnetic radiation does not ask for an intrinsically dualistic description, at variance with a widespread conception.*

La cavité résonante élémentaire considérée ici peut être définie comme suit :

Deux miroirs plans, supposés parfaitement réfléchissants, sont rigidement reliés entre eux, face à face, et rigoureusement parallèles l'un à l'autre.

On suppose ensuite, qu'une onde électromagnétique monochromatique et unidirectionnelle, onde plane donc, se propage dans le vide, de

---

\* Exposé fait au séminaire de la Fondation Louis de Broglie le 6 février 1989.

l'un à l'autre de ces deux réflecteurs, et perpendiculairement à eux (Fig. 1A).

Le système étant d'abord immobile par rapport au repère propre de l'observateur, soit  $S_0$ , et la fréquence de l'onde étant  $\nu_0$ , la distance  $d_0$  qui sépare les miroirs est fixée arbitrairement, et telle que :

$$d_0 = \frac{n c}{2 \nu_0} \quad , \quad (n = 1, 2, 3... \text{ entier} \quad ) \quad (1)$$

On sait que, dans ces conditions, le système électromagnétique est dans un état stationnaire, que l'on peut décrire de façon équivalente, soit par deux ondes avec vitesse de propagation opposées égales à  $c$ , soit par leur superposition, c'est-à-dire, une onde stationnaire sans vitesse de propagation.

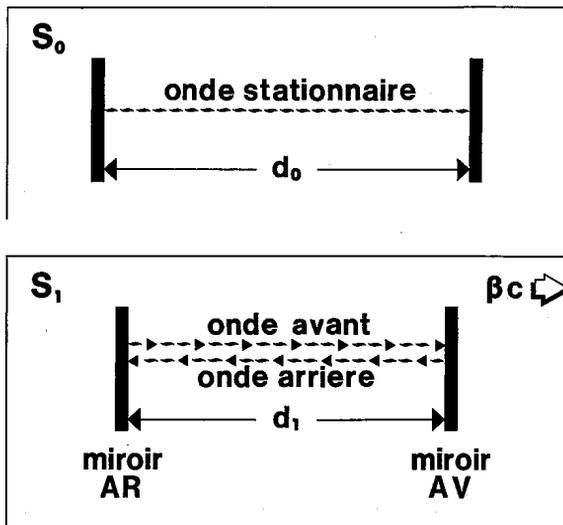


Figure 1.

Il y a un noeud de champ électrique sur chacun des réflecteurs, et ceux-ci étant par hypothèse des conducteurs parfaits, il n'y a donc pas ici de retard de phase à la réflexion inhérent à la nature propre de la surface réfléchissante, contrairement aux miroirs usuels.

On peut alors définir par convention, un miroir AV, et un miroir AR, ainsi qu'une onde AV et une onde AR (Fig. 1B).

La réflexion d'une onde électromagnétique sur un miroir peut être considérée comme l'absorption d'une onde incidente, avec réémission simultanée en sens inverse, quand l'incidence est normale comme ici. Dans ces conditions, la surface de l'un quelconque des deux miroirs du système est le siège d'un phénomène périodique de fréquence  $\nu_0$  si elle est au repos dans  $S_0$ , et de fréquence  $\nu_1$  si elle est au repos dans  $S_1$ , et observée de  $S_0$ . Le ralentissement relativiste des horloges donne la relation :

$$\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad (2)$$

La formule relativiste de l'effet Doppler donne ensuite les fréquences respectives des ondes  $AV$  et  $AR$ , telles qu'elles sont observables depuis  $S_0$ .

$$\nu_{1AV} = \nu_0 \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^{1/2} \quad (3)$$

$$\nu_{1AR} = \nu_0 \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2} \quad (4)$$

Par ailleurs, le système dans son ensemble étant mobile pour l'observateur de  $S_0$ , la distance qui, pour celui-ci, sépare les deux miroirs devient  $d_1$ , telle que :

$$d_1 = d_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad (5)$$

On peut représenter le dispositif dans son évolution par un diagramme (Fig. 2) sur lequel les distances  $z$  dans la direction de propagation des ondes, qui est aussi la direction de  $\beta c$ , sont portées en abscisse, et le temps  $t$  est porté en ordonnée, ces deux grandeurs étant mesurées avec les étalons de  $S_0$ .

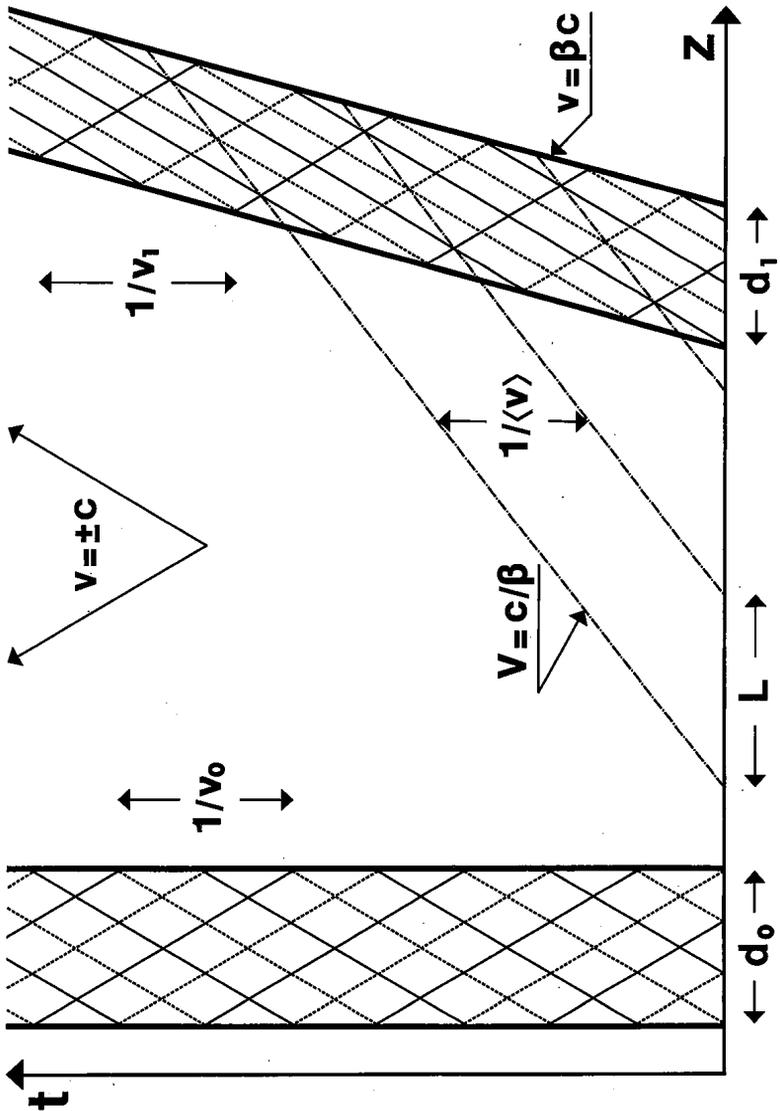


Figure 2.

A gauche est figuré le cas où le système des deux miroirs est immo-

bile, et à droite est représenté le cas où l'ensemble est mobile par rapport au repère  $S_0$  de l'observateur, avec la vitesse uniforme  $\beta c$ . Dans les deux parties de ce diagramme, sont figurées les trajectoires de plans isophases de chacune des ondes électromagnétiques qui se propagent dans un sens et dans l'autre, à la vitesse  $c$ , entre les deux miroirs. En traits pleins sont représentées les trajectoires des plans de champ  $E$  maximum, et en pointillé, celles des plans de champ  $E$  minimum, pour chacune des ondes. Sur ce schéma, le nombre  $n$  de (1) est égal à 3.

Les ondes électromagnétiques se propageant invariablement avec la vitesse  $c$  dans tout référentiel galiléen, si on désigne par  $D_{AV}$  et  $D_{AR}$  les distances respectivement parcourues par un même plan isophase de l'onde  $AV$  et de l'onde  $AR$  entre deux réflexions, on peut d'abord écrire  $d_1$  sous la forme :

$$d_1 = ct_{AR} + \beta ct_{AR} \quad (6)$$

$t_{AR}$  étant ici le temps mis par un plan isophase de l'onde  $AR$  à parcourir la distance  $D_{AR}$ .

$$t_{AR} = D_{AR}/c \quad (7)$$

ce qui donne :

$$d_1 = d_{AR}(1 + \beta) \quad (8)$$

Par substitution dans la relation (5) on obtient :

$$D_{AR} = d_0 \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^{1/2} \quad (9)$$

et par la même méthode :

$$D_{AV} = d_0 \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^{1/2} \quad (10)$$

La condition nécessaire pour que les ondes  $AV$ , par exemple, soient en phase après une réflexion, le parcours  $D_{AR}$  sous forme d'onde  $AR$ , puis une seconde réflexion, peut s'écrire :

$$D_{AR} = \frac{n}{2} c / \nu_{AV} \quad (11)$$

Cette condition est toujours satisfaite puisque d'après (1) et (3),  $D_{AR}$  peut s'écrire :

$$D_{AR} = \frac{n}{2} (c/\nu_0) \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2} \quad (12)$$

Ce raisonnement étant également valable pour les ondes  $AR$ , on voit que, de façon covariante, le système d'ondes est autoentretenu, que l'ensemble soit observé au repos ou en mouvement : la phase est invariante relativiste.

On peut, par une méthode analogue, vérifier la valeur de la période  $t_1 = 1/\nu_1$  qui sépare deux états électriques identiques en un point donné, lié au système des deux miroirs.

$$t_1 = \frac{1}{\nu_{AV}} + t_1 \frac{\beta c}{c} \quad (13)$$

ou autrement :

$$t_1 = \frac{1}{\nu_{AR}} - t_1 \frac{\beta c}{c} \quad (14)$$

ce qui donne de façon équivalente :

$$t_1 = 1/\nu_0 \sqrt{1 - \beta^2} \quad (15)$$

La fréquence d'horloge de l'ensemble est donc bien :

$$\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

comme il est normal pour toute fréquence d'horloge liée à un point donné entraîné à la vitesse relative  $\beta c$ .

Si on s'inspire de la théorie électromagnétique classique, il en résulte que d'une manière très générale, les ondes du dispositif étudié ici, représentent une certaine énergie. Soit  $E_0$  cette énergie confinée entre les deux miroirs, dans le référentiel  $S_0$ . On peut dire que l'énergie est  $E_0/2$  pour l'onde se propageant dans un sens, et, de même,  $E_0/2$  pour l'onde se propageant en sens inverse.

Si tout le dispositif est observé en mouvement relatif de vitesse  $\beta c$ , l'énergie confinée  $E_0$  doit se transformer en  $E_1$  telle que :

$$E_1 = E_0 / \sqrt{1 - \beta^2} \quad (16)$$

et l'équivalence relativiste entre masse et énergie conduit à écrire pour l'impulsion  $P_1$  de l'ensemble des ondes (à l'exclusion de celle des miroirs) :

$$P_1 = \frac{E_0}{c^2} \frac{\beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (17)$$

On démontre d'ailleurs en théorie électromagnétique classique, que si un volume  $V$  contient des champs oscillants quelconques, qui s'annulent tous sur la surface limitant le volume  $V$ , et si en outre, celui-ci ne contient ni charges libres ni courants, alors, l'énergie électromagnétique contenue dans le volume  $V$  se transforme comme celle d'un corpuscule massique, de même que l'impulsion correspondante [1].

Les conditions ci-dessus sont équivalentes à un confinement de l'énergie électromagnétique, radiante exclusivement, dans un volume donné, comme c'est le cas dans le dispositif présentement étudié.

Un calcul simple montre que pour les ondes unidirectionnelles considérées ici, les deux relations (16) et (17) ne peuvent être simultanément satisfaites qu'à la condition très générale suivante :

$$E = Q\nu \quad , \quad Q = \text{Constante indéterminée} \quad . \quad (18)$$

En effet, avec cette condition (18), on peut considérer que l'énergie  $E_1$  est la somme des énergies  $E_0/2$  transformées, et respectivement associées aux ondes  $AV$  et  $AR$  dont les fréquences sont données par (3) et (4), ce qui donne :

$$E_1 = \frac{Q\nu_0}{2} \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{1/2} + \frac{Q\nu_0}{2} \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^{1/2} \quad (19)$$

$$E_1 = \frac{Q\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (20)$$

et de même, pour les impulsions, on peut écrire :

$$P_{1AV} = \frac{Q\nu_0}{2c} \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{1/2} \quad (21)$$

$$P_{1AR} = \frac{Q\nu_0}{2c} \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^{1/2} \quad (22)$$

L'impulsion globale du système des ondes confinées entre miroirs mobiles, mais liés l'un à l'autre, est donc égale à la différence de ces impulsions élémentaires :

$$P_1 = P_{1AV} - P_{1AR} = \frac{Q\nu_0}{c^2} \cdot \frac{\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (23)$$

On voit donc bien que seule la condition (18) permet de retrouver simultanément les variances relativistes correctes de l'énergie et de l'impulsion associées aux ondes unidirectionnelles, comme cela a déjà été démontré par ailleurs [2].

Si dans la relation (18), le rapport  $Q$  de l'énergie  $E$  à la fréquence  $\nu$  n'était pas constant, ou si la puissance de  $\nu$  différait de 1, les relations (16) et (17) ne pourraient pas être satisfaites.

La fréquence moyenne  $\langle \nu \rangle$  des ondes  $AV$  et  $AR$  est :

$$\langle \nu \rangle = \frac{1}{2}\nu_{1\,AV} + \frac{1}{2}\nu_{1\,AR} = \nu_0/\sqrt{1-\beta^2} \quad (24)$$

Bien que la fréquence propre de battement, en un point donné du système, observé en mouvement, soit :

$$\nu_1 = \nu_0\sqrt{1-\beta^2} \quad (2)$$

la fréquence moyenne  $\langle \nu \rangle$  se transforme, quant à elle, comme l'énergie selon (16).

Sur le diagramme spatio-temporel (Fig. 2), on peut aussi remarquer que les points homologues du système d'ondes confinées entre les miroirs mobiles, sont diversement alignés. Cela paraît, a priori, tout à fait normal, s'agissant d'un système d'ondes autoentretenues, dans un état énergétiquement stationnaire.

Certaines de ces droites d'alignement de points homologues du système, par exemple des centres de ventres de champ électrique, dans des situations électromagnétiques identiques de la cavité, peuvent être assimilées aux trajectoires des plans isophases d'une onde dont la vitesse de phase  $V$  serait supérieure à  $c$ . On peut calculer cette vitesse  $V$ .

Soit  $\delta$  la distance géométrique séparant deux événements homologues du système des ondes  $AV$  et  $AR$ . On voit tout de suite sur le diagramme (Fig. 2) que l'on peut poser :

$$\delta = \frac{D_{AV}}{n} + \frac{D_{AR}}{n} \quad (25)$$

$$\delta = \frac{d_0}{n} \left[ \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{1/2} + \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^{1/2} \right] \quad (26)$$

$$\delta = \frac{2d_0}{n\sqrt{1-\beta^2}} \quad (27)$$

A cette distance géométrique entre points homologues, correspond un écart temporel  $\tau$  tel que :

$$\tau = \frac{d_0}{cn} \left[ \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right)^{1/2} - \left( \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^{1/2} \right] \quad (28)$$

$$\tau = \frac{2d_0\beta}{cn\sqrt{1-\beta^2}} \quad (29)$$

La vitesse  $V$  correspondant sur le diagramme, à la droite passant par deux points homologues du système des ondes  $AV$  et  $AR$  est donc :

$$V = \frac{\delta}{\tau} = \frac{c}{\beta} \quad (30)$$

Plus avant, on peut calculer la période  $T$  séparant le passage de deux de ces trajectoires en un point  $z$  donné. Cette période peut s'écrire :

$$T = \frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_1} \cdot \frac{\beta c}{c/\beta} \quad (31)$$

Le second terme à droite étant le temps mis pour parcourir la distance  $\beta c/\nu_1$  à la vitesse  $c/\beta$ .

$$T = \frac{1}{\nu_1} (1 - \beta^2) \quad (32)$$

$$T = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\nu_0} \quad (33)$$

On voit donc que la fréquence que l'on peut attribuer à cette onde est égale à  $\langle \nu \rangle$  obtenue précédemment en (24).

Pendant la période  $T$ , un plan de phase donnée aura parcouru une longueur d'onde  $L$ , telle que :

$$L = \frac{Tc}{\beta} = \frac{c\sqrt{1-\beta^2}}{\beta\nu_0} \quad (34)$$

mais d'après (18), on peut aussi poser :

$$\nu_0 = E_0/Q \quad (35)$$

ce qui permet d'écrire :

$$L = \frac{Qc^2\sqrt{1-\beta^2}}{E_0\beta c} \quad (36)$$

ou autrement, à l'aide de la relation (17) :

$$L = Q/P_1 \quad (37)$$

Ces ondes, de vitesse de phase  $V = c/\beta$ , de longueur d'onde  $L = Q/P$ , et de fréquence  $\nu = E/Q$ , sont bien les ondes de phase de la mécanique ondulatoire, afférentes au système des ondes confinées entre les miroirs mobiles, si l'on pose  $Q \equiv h$  la constante de Planck.

Mais cette identité entraîne aussi selon (18) que  $E_0 = h\nu_0$ , c'est-à-dire que la quantité globale d'énergie confinée entre les miroirs devient égale à un quantum unique d'énergie radiante.

On sait bien que si toute énergie radiante n'est absorbable que sous forme quantifiée et discrète, la radiation conserve cependant toujours son aspect ondulatoire avant absorption.

Il peut donc être utile de rappeler ici succinctement la théorie classique de l'énergie dans les ondes stationnaires.

Dans un demi-espace vide, limité à  $z = 0$  par un plan conducteur parfait, on peut définir une onde électromagnétique incidente par les deux équations :

$$E_i = E_0 \cos \omega \left( \frac{z}{c} - t \right) \quad (38)$$

$$B_i = \frac{E_0}{c} \cos \omega \left( \frac{z}{c} - t \right) \quad (39)$$

L'onde réfléchie sera alors définie par les équations :

$$E_r = -E_0 \cos \omega \left( -\frac{z}{c} - t \right) \quad (40)$$

$$B_r = \frac{E_0}{c} \cos \omega \left( -\frac{z}{c} - t \right) \quad (41)$$

Si l'on pose pour la longueur d'onde  $\lambda$  et pour la période  $T$  les définitions :  $\lambda = 2\pi c/\omega$  et  $T = 2\pi/\omega$ , on peut écrire pour l'onde résultante par superposition, les équations :

$$E_s = 2E_0 \sin 2\pi \frac{z}{\lambda} \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad (42)$$

$$B_s = \frac{2E}{c} \cos 2\pi \frac{z}{\lambda} \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad (43)$$

Cette onde résultante est bien stationnaire, avec les noeuds de chaque champ espacés de  $\lambda/2$  et respectivement décalés de  $\lambda/4$ . On peut alors définir le vecteur de Poynting  $\Pi$  afférent à cette onde stationnaire :

$$\Pi = \frac{4E_0^2}{4\pi} \sin 2\pi \frac{z}{\lambda} \cos 2\pi \frac{z}{\lambda} \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad (44)$$

ou sous une autre forme :

$$\Pi = \frac{E_0^2}{4\pi} \sin \pi \frac{z}{\lambda/4} \sin \pi \frac{t}{T/4} \quad (45)$$

On voit donc que  $\Pi$  est toujours nul, tant sur les plans nodaux que sur les plans ventraux des champs  $E$  et  $B$ . Tous ces plans successifs sont distants entre eux de  $\lambda/4$ , et ce sont donc des plans au travers desquels le flux d'énergie est nul.

Ces calculs de la théorie classique ont été complétés par les résultats expérimentaux de Wiener [3].

Observant un système d'ondes planes stationnaires à l'aide d'une très mince couche d'émulsion photographique déposée sur une plaque transparente inclinée d'un petit angle  $\theta$  par rapport au plan du miroir, Wiener observa au développement des bandes alternativement claires et foncées espacées de  $\lambda/2 \sin \theta$ . Une autre expérience montra que les zones où l'énergie électromagnétique était absorbée étaient les zones ventrales de champ électrique, aucune absorption ne se produisant dans les plans nodaux de champ électrique. L'énergie électromagnétique absorbable est donc associée au champ électrique exclusivement.

Au vu de tout ce qui précède, on peut, dans le cas où la cavité inter-miroirs ne contient qu'un unique quantum d'énergie radiante, examiner les hypothèses suivantes :

**I/ Le quantum unique, comme entité énergétique discrète, quasi-corpusculaire, et d'existence permanente entre émission et absorption, va et vient d'un miroir à l'autre, alternativement en phase avec l'onde  $AV$  et l'onde  $AR$ .**

Dans cette hypothèse, le quantum d'existence permanente passerait partout, d'un miroir à l'autre, et notamment à travers les plans nodaux

de champ électrique, où il n'est cependant jamais observable. Il y aurait là quelque chose de troublant.

Dans le référentiel  $S_1$ , l'énergie propre de ce quantum unique, différente selon son sens de propagation,  $AV$  ou  $AR$ , et changeant de valeur au contact des miroirs par absorption et réémission simultanées, représenterait, outre une variation alternative de l'impulsion du système de miroirs, un flux global d'énergie du miroir  $AR$  au miroir  $AV$ . Ceci se traduirait par un mouvement saccadé de l'ensemble de la cavité matérielle, avec variations instantanées de son énergie cinétique, dues à la dimension quasi-punctuelle du quantum.

Par ailleurs, l'onde de phase correspondant à un quantum unique de fréquence  $\nu$ , se propageant à la vitesse  $c$ , a une longueur d'onde  $\lambda = c/\nu$  et une vitesse de phase égale à  $c$ . Il n'y aurait donc pas, dans la présente hypothèse, d'onde de phase telle que définie plus haut, où  $V = c/\beta$  et  $L = Q/P$ , et par conséquent, il n'y aurait pas l'onde  $AV$  et l'onde  $AR$ , mais seulement l'onde  $AV$  ou l'onde  $AR$ . Ceci veut dire que les ondes, étendues par nature, ne se réfléchiraient pas sur les miroirs. S'il y avait réflexion des ondes, l'onde de phase avec  $V = c/\beta$  serait anormale pour l'unique quantum  $AV$  ou  $AR$ . Cette onde de phase avec  $V = c/\beta$  et  $L = Q/P$  ne peut, en fait, exister que si l'énergie radiante est vraiment stationnaire dans la cavité, ce qui conduit à une autre hypothèse.

## **2/ Le quantum unique, comme entité énergétique discrète, est "prisonnier" entre deux des noeuds de champ électrique du système des ondes stationnaires.**

Cette hypothèse d'un quantum discret et stationnaire serait en accord avec l'existence de l'onde de phase générale du système.

De plus, si le vecteur de Poynting est nul sur les plans ventraux de champ électrique, il y a cependant là une énergie absorbable, selon les expériences de Wiener, comme une énergie statique de flux nul.

Mais alors, avec quelle fréquence électromagnétique du système un tel quantum serait-il en phase ?  $\nu_0\sqrt{1-\beta^2}$ ,  $\nu_{AV}$ ,  $\nu_{AR}$  ? Pour avoir la variance relativiste correcte, il faudrait qu'il ne soit en phase qu'avec l'onde de phase de fréquence  $< \nu > = \nu_0/\sqrt{1-\beta^2}$ , c'est-à-dire la fréquence moyenne du système des ondes stationnaires. Un quantum radiant peut-il être en phase avec une fréquence moyenne ? On sait qu'Einstein [4] répondit par la négative à cette question.

Si, au moment de sa détection, le quantum unique se mettait en phase soit avec l'onde  $AV$  soit avec l'onde  $AR$ , par un mécanisme inconnu, son énergie propre serait variable, tout comme l'énergie globale dans la cavité, ce qui n'est pas acceptable.

Ces deux premières hypothèses, assimilant le quantum unique à une boule de billard, présentent donc des difficultés, ce qui conduit à une troisième hypothèse.

**3/ Le quantum unique, comme entité énergétique discrète, quasi-corporelle, et d'existence permanente, n'existe pas. L'énergie quantifiée est répartie dans l'ensemble du système des ondes stationnaires. Cette énergie ne peut cependant être observée que sous une forme condensée, entière, et localisée.**

Dans cette hypothèse, l'énergie et l'impulsion du système ont, dans tout référentiel galiléen, des valeurs permanentes, et de variance relativiste correcte.

La question du flux énergétique d'un miroir à l'autre, soulevée par la première hypothèse, ne s'applique pas ici. L'énergie est confinée entre les miroirs sans interaction énergétique avec eux, puisque le vecteur de Poynting est nul sur les plans réfléchissants de conductivité infinie.

A l'énergie confinée entre les miroirs correspond, tout naturellement, l'onde de phase de la mécanique ondulatoire.

Comme l'énergie quantifiée est toujours détectée sous forme localisée, quasi-ponctuelle, il doit y avoir "réduction" de l'onde au moment de l'absorption, et ce, de façon instantanée. C'est là le point délicat qui va être examiné à présent.

Pour approfondir la description d'une onde électromagnétique stationnaire, il est nécessaire de revenir rapidement sur le raisonnement originel de Maxwell, dont découle toute la théorie de ces ondes.

Avant Maxwell, les équations de l'électromagnétisme étaient les suivantes :

$$\nabla \cdot D = 4\pi\rho \quad \text{Loi de Coulomb} \quad . \quad (46)$$

$$\nabla \times H = \frac{4\pi}{c}J \quad \text{Loi d'Ampère} \quad . \quad (47)$$

$$\nabla \times E = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{Loi de Faraday} \quad . \quad (48)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad \text{Absence de monopôles magnétiques libres} \quad (49)$$

La loi d'Ampère est assurément vraie pour les courants continus et fermés sur eux-mêmes, car la divergence du courant est identiquement nulle.

$$\frac{4\pi}{c} \nabla \cdot J = \nabla \cdot (\nabla \times H) \equiv 0 \quad (50)$$

mais cette loi est incomplète, car elle devrait être compatible avec l'équation de continuité pour le courant et les charges, quand  $J$  est variable.

$$\nabla \cdot J + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (51)$$

L'idée géniale de Maxwell fut d'écrire l'équation de la loi de Coulomb sous forme différentielle :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{4\pi} \nabla \cdot \frac{\partial D}{\partial t} \quad (52)$$

Dès lors, le courant continu d'Ampère peut être remplacé par le courant total :

$$J \rightarrow J + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial D}{\partial t} \quad (53)$$

Ce courant total est formé par le courant de charges vrai, le courant de déplacement, ou la somme de deux. La divergence de chacun de ces courants en l'absence de l'autre, ou de leur combinaison, dans un circuit quelconque, est nulle.

Dans le vide, en l'absence de charges libres, les équations de Maxwell sont donc :

$$\nabla \cdot E = 0 \quad (54)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (55)$$

$$\nabla \times E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (56)$$

$$\nabla \times B = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \quad (57)$$

d'où l'on tire les équations des ondes :

$$\square E = 0 \quad , \quad \square B = 0 \quad (58)$$

Le courant de déplacement a bien une divergence nulle mais son rotationnel n'est en général pas nul. En effet :

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \nabla(\nabla \cdot B) - \nabla^2 B \quad (59)$$

et l'équation  $\nabla^2 B = 0$  entraîne :

$$\nabla^2 B = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \tag{60}$$

On est donc amené à penser que les courants de déplacement dans le vide doivent être refermés sur eux-mêmes, tout comme les courants de conduction, ou la combinaison des deux.

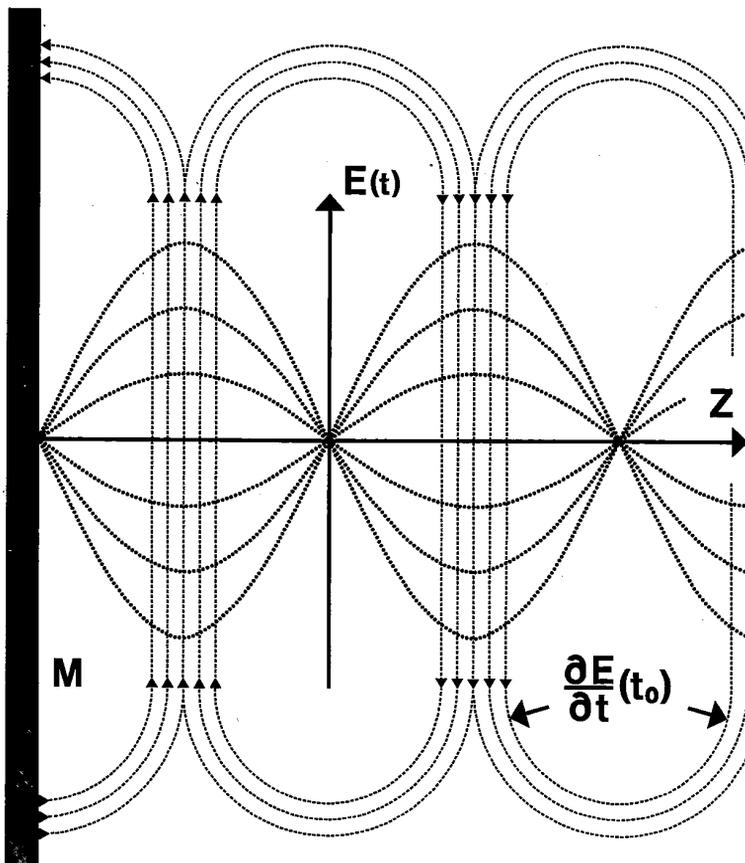


Figure 3.

Si on applique cette conclusion aux ondes stationnaires, les courants de déplacement, confondus en direction avec le champ électrique, et qui

sont, a priori, limités par les plans nodaux de ce dernier champ, où ils sont toujours nuls, doivent se refermer sur eux-mêmes, d'une façon ou d'une autre. La fermeture la plus simple qui vienne à l'esprit, est le bouclage du courant de déplacement entre zones ventrales successives du champ électrique, et dans le plan de celui-ci.

Les éléments électriques d'une onde stationnaire, dans cette configuration, sont schématisés sur la Figure 3, au voisinage d'un miroir  $M$ . De part et d'autre de l'axe  $Z$  sont figurées (en gros points) les distributions du champ  $E$ , perpendiculaire à  $Z$ , à divers instants  $t$ , avec les noeuds et ventres déjà décrits. Les courants de déplacement, à un instant donné  $t_0$ , sont représentés en pointillé. Ces courants sont refermés sur eux-mêmes entre zones ventrales de champ électrique, mais aussi avec la surface du miroir  $M$ , sur laquelle circule un courant de conduction, bien que le champ  $E$  y soit nul, car la conductivité de  $M$  est ici supposée infinie.

Le système des ondes stationnaires confinées entre deux réflecteurs forme alors un ensemble cohérent dont chaque élément, électrique et magnétique, est directement lié au tout.

Supposons maintenant qu'un atome, situé dans une zone ventrale de champ électrique, effectue une transition brusque, avec absorption de l'énergie quantifiée  $h\nu$ . A cette transition correspond, par exemple, une variation du moment angulaire orbital d'un électron atomique, selon les règles de sélection bien connues. D'une façon très générale, une telle variation brusque de l'état dynamique d'une particule chargée est équivalente à l'incorporation d'un courant vrai  $J$  dans un circuit fermé autour d'une surface  $\Sigma$ .

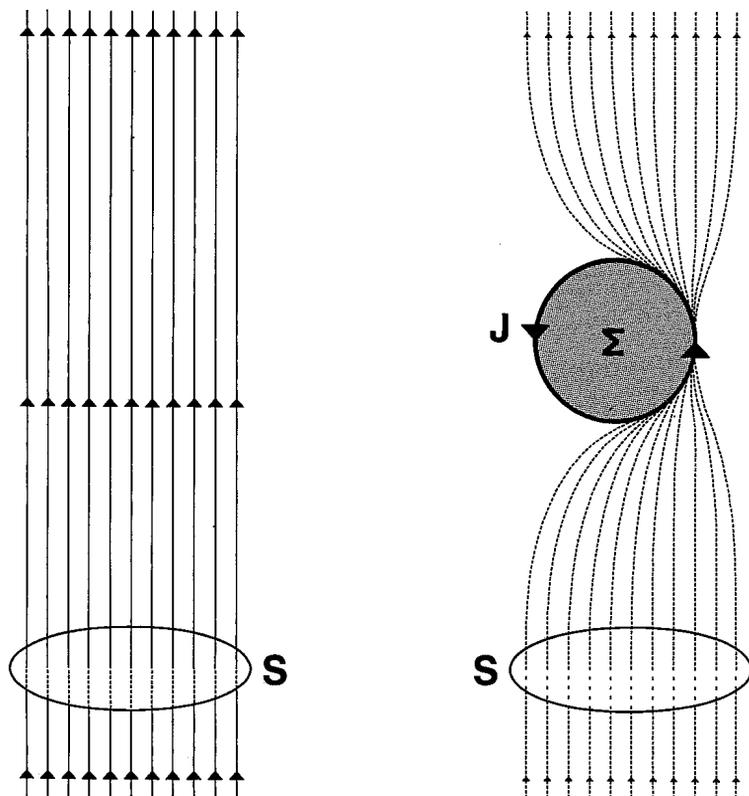


Figure 4.

Un tel processus est schématisé sur la Figure 4. Sur la partie gauche de la figure, est représentée la situation juste avant la transition : les lignes de courant de déplacement sont tracées en traits pleins. La valeur du courant  $J$  est l'intégrale du flux de courant de déplacement à travers la surface  $S$ , définie par la condition  $\partial E/\partial t = 0$  sur son pourtour, et à l'extérieur de  $S$ .

$$J = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\partial E}{\partial t} ds \quad (61)$$

Sur la partie droite de la figure, la totalité de ce courant de déplacement est devenu courant vrai, fermé et continu sur tout le pourtour de la surface  $\Sigma$ . Ce courant vrai, égal en valeur au courant de déplacement

primitif total  $J$ , tangent en un point au circuit entourant  $\Sigma$ , annule instantanément le courant de déplacement qui lui a donné naissance, et qui figure donc en pointillé, ceci pour respecter la nullité de la divergence de tout courant quelqu'il soit. Cette annulation, si elle est totale entre deux noeuds du champ électrique, n'intervient, bien entendu, et comme on va le voir plus loin, que si toute l'énergie contenue dans l'onde stationnaire est égale à un quantum unique  $h\nu$ . Ce quantum  $h\nu$  est  $h\nu_0$  dans le référentiel  $S_0$ , mais plus généralement,  $h\nu = h\nu_0/\sqrt{1-\beta^2}$  dans un référentiel  $S_1$  quelconque.

La description ci-dessus s'appliquerait de même, au cas où le courant de déplacement  $J$  se transformerait brusquement en un courant de conduction, donc corpusculaire, et fermé lui aussi, dans une boucle conductrice, ou tout autre capteur.

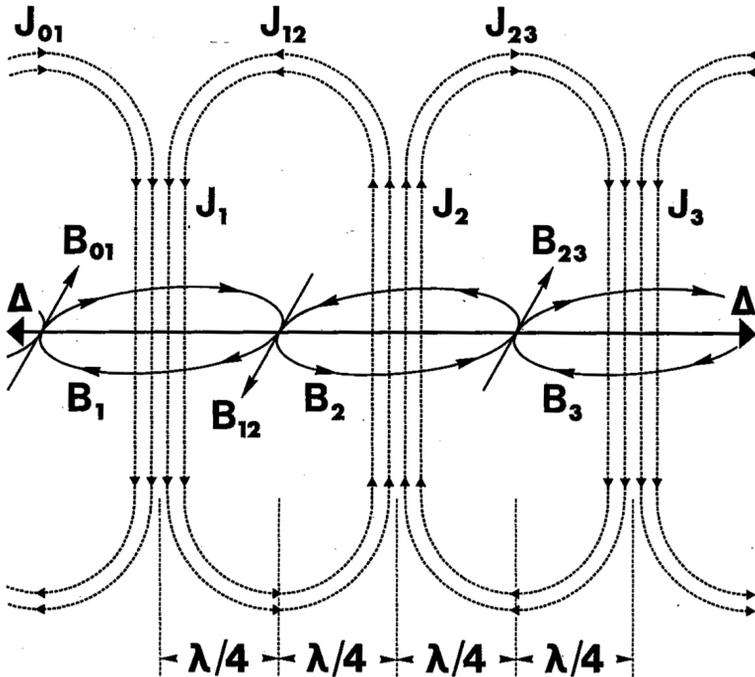


Figure 5.

On peut, à présent, étudier l'effet de l'annulation brusque et totale d'une nappe unique de courant de déplacement sur une onde

électromagnétique stationnaire. On suppose dans le cas présent, que comme précédemment, cette onde est confinée dans la cavité résonante constituée par deux miroirs, et que son énergie totale est égale à un quantum unique  $h\nu$ .

Sur la figure 5 sont représentées en pointillé les lignes de courant de déplacement, et en traits pleins les lignes de champ magnétique, à un instant donné  $t_0$ , et à un endroit quelconque de l'onde stationnaire, le long d'un axe  $\Delta$ .

A un instant ultérieur  $t_0 + \epsilon$ , il y a annulation brusque de la totalité du courant  $J_1$ .

$$J_1 \rightarrow 0 \quad (62)$$

De ce fait, le champ magnétique  $B_1$  n'existe plus.

$$B_1 = 0 \quad (63)$$

Du fait que  $\nabla \cdot \partial E / \partial t = 0$  les courants  $J_{01}$  et  $J_{12}$  n'existent plus.

$$J_{12} = 0 \quad (64)$$

Par conséquent, le champ axial  $B_{12}$  est nul ou statique.

$$\frac{\partial B_{12}}{\partial t} = 0 \quad (65)$$

Puisque  $B_1 = 0$ , et que  $\nabla \cdot B_{12} = 0$ , le courant  $J_2$  est nul ou statique.

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial t^2} = 0 \quad (66)$$

Cette condition est impossible, car il n'y a pas de courant de déplacement continu dans ce cas. Donc  $J_2$  est nul.

$$J_2 = 0 \quad (67)$$

Ceci entraîne que  $B_2 = 0$ , etc.

La transition brusque  $J_1 \rightarrow 0$  annule donc toute l'onde, et par conséquent la totalité de l'énergie  $h\nu$  qu'elle contenait se trouve logiquement concentrée dans le courant corpusculaire  $J$  entourant la surface  $\Sigma$ , comme dans l'exemple de la Figure 4.

Le mécanisme de réduction de l'onde électromagnétique stationnaire n'est donc pas, en un certain sens, un processus classique. La disparition brusque de l'onde au moment de l'absorption d'énergie résulte de la transformation instantanée d'un courant de déplacement dans le vide, en un courant corpusculaire, de conduction, phénomène quantique assurément. La divergence nulle de tout courant rend à ce moment la survie de l'onde stationnaire incompatible avec les équations de Maxwell, et par là, entraîne son annulation.

Cette hypothèse de la réduction d'une onde stationnaire est de toute évidence, une théorie semi-classique, en ce sens que l'onde y est traitée classiquement, et que la quantification de l'énergie absorbée provient du caractère quantique de l'absorbeur. Ce point de vue est proche de certaines théories très modernes de l'électrodynamique [5].

Dans cet esprit, on peut d'ailleurs remarquer que dans le calcul des éléments de l'onde de phase afférente à l'ensemble de l'énergie contenue dans la cavité résonante, on est arrivé, pour la longueur d'onde  $L$  à la valeur :

$$L = \frac{Qc^2\sqrt{1-\beta^2}}{E_0\beta c} \quad (36)$$

après avoir établi que :

$$E_0 = Q\nu_0 \quad (18)$$

où  $Q$  est une constante de proportionnalité que l'on peut écrire :

$$Q = Nh \quad , \quad N = 1, 2, 3... \text{ entier} \quad (68)$$

Ceci impliquerait que l'énergie de l'onde confinée dans la cavité serait constituée de  $N$  quanta d'énergie radiante, et ne modifierait en rien l'onde de phase, ce qui paraît normal quand on relit les raisonnements de Louis de Broglie [6].

Mais la constante  $Q$  pourrait tout aussi bien ne pas être un multiple entier de  $h$ . On aurait, dans ce cas :

$$Q = Nh + Rh \quad , \quad N = \text{entier} \quad , \quad 0 < R < 1 \quad (69)$$

Il y aurait donc, pour une fréquence  $\nu_f$  donnée, fréquence fondamentale d'une cavité résonante, une fraction de l'énergie globale qui serait absorbable, soit  $Nh\nu_f$ , et un reliquat  $Rh\nu_f$ , non absorbable car inférieur à un quantum. Toutes les valeurs de  $R$  étant équiprobables, l'espérance

mathématique de cette inconnue serait égale à  $1/2$ . Ceci voudrait dire que, même quand il n'y aurait plus d'énergie absorbable, donc observable, dans la cavité résonante, il y demeurerait une énergie résiduelle égale à  $h\nu_f/2$ , en moyenne, pour le mode fondamental  $\nu_f$ .

Il en serait de même pour une autre fréquence harmonique de  $\nu_f$  prise isolément, car toutes les harmoniques ne peuvent, bien entendu, pas se superposer dans la cavité, tout en préservant le caractère résiduel et non-absorbable de l'ensemble.

En conclusion, il apparait donc, à travers les divers développements de cette étude des ondes stationnaires dans une cavité résonante, qu'une description de la radiation en termes classiques n'est peut-être pas à rejeter. Une telle description est compatible avec d'autres propriétés, essentiellement quantiques, qu'elle permet même de retrouver.

Les raisonnements exposés ouvrent une possibilité de réconciliation de la physique quantique avec l'électromagnétisme de Maxwell, la logique propre de cette dernière théorie n'ayant jamais été mise en défaut.

## Références

- [1] W. Heitler, *The quantum Theory of Radiation*, Clarendon Press, Oxford, 3d. ed. (1954)16.
- [2] C. Cormier-Delanoue, *Ann. Fond. L. de Broglie* **12** (1987)37.
- [3] O. Wiener, *Ann. der Phys.* **40** (1890)203.
- [4] A. Einstein, *Verh. Deutsch. Phys. Ges.* **18** (1916)318.
- [5] A.O. Barut, *Found. of Phys.* **17**(1987)549.
- [6] L. de Broglie, *Ondes électromagnétiques et photons*, Gauthier-Villars, Paris (1968)33.

*(Manuscrit reçu le 4 février 1989)*