

Feynman et l'Electrodynamique Stochastique

M. SURDIN

Centre des Faibles Radioactivités,
Laboratoire Mixte CNRS-CEA,
91190 Gif-sur-Yvette

RESUME. La méthode des Intégrales de Chemin est utilisée pour montrer l'équivalence qui existe entre la Mécanique Quantique et l'Electrodynamique Stochastique.

Une étude nouvelle du comportement de l'oscillateur harmonique en présence du Champ de Zéro conduit à des résultats intéressants.

ABSTRACT. Using the concept of Path Integrals a formal equivalence of Quantum Mechanics and Stochastic Electrodynamics is proposed.

Novel considerations on the behaviour of a harmonic oscillator in the presence of the Zero Point Field are presented.

C'est par une dépêche d'Agence que nous avons appris au début de 1988 le décès de Richard P. FEYNMAN.

Feynman était un des plus brillants physiciens de sa génération. Ses contributions originales à l'édification de la Mécanique Quantique et de l'Electrodynamique Quantique sont durables. Le contenu physique avait pour lui autant d'importance que la formulation mathématique. En cela il était bien l'héritier de nos maîtres, Albert Einstein et Louis de Broglie.

Je n'ai pas eu le privilège de connaître Feynman personnellement et je n'ai pas la compétence nécessaire pour parler de ses contributions à la Mécanique Quantique. C'est ainsi que je me limiterai dans ce qui suit à signaler l'influence des travaux de Feynman sur l'origine et le développement de l'Electrodynamique Stochastique.

Cet article est dédié à la mémoire de Richard P. FEYNMAN.

Introduction

Inspirés par la notion de l’“absorbeur” de Wheeler et Feynman [1], Braffort, Spighel et Tzara [2] ont émis l’hypothèse de l’existence, à la température du zéro absolu, d’un champ électromagnétique fluctuant universel –le champ de zéro (CDZ). Braffort et Tzara [3] ont étudié le comportement d’un oscillateur harmonique non-relativiste soumis à l’action du CDZ. Ils ont trouvé des résultats équivalents à ceux de la Mécanique Quantique (MQ). On peut considérer que leur travail a jeté les bases de l’Electrodynamique Stochastique (EDS).

Depuis, de nombreux résultats ont été obtenus en EDS (une théorie classique) qui ont leurs équivalents en MQ. Cette équivalence entre la MQ et l’EDS a été souvent observée mais à ce jour elle n’a pas été *formellement* démontrée. Une partie importante de ce qui suit sera consacrée à la démonstration formelle de l’équivalence entre la MQ et l’EDS. C’est le formalisme des Intégrales de Chemin qui sera utilisé. On peut noter que l’application en physique classique de ces intégrales est rare, sinon unique, car elles ont été élaborées pour servir en MQ (voir Feynman et Hibbs [4]).

Au commencement, le développement de l’EDS et ses applications ont bénéficié de la démarche de la MQ, ne serait ce que par le fait que les résultats de l’EDS étaient *in fine* comparée à ceux de la MQ, considérés comme références. Comme, d’autre part, l’approche aux phénomènes physiques dans le cadre de l’EDS diffère de celle de la MQ, dans plusieurs cas les résultats obtenus en EDS ont contribué à éclairer d’une lumière nouvelle la compréhension des phénomènes considérés.

Un exemple intéressant est donné par les expériences du type EPR. On sait que la MQ rend compte des résultats expérimentaux. Cependant, on est conduit à conclure que la MQ est une théorie non-locale, c’est-à-dire qu’elle ne satisfait pas, entre autres, à la Relativité Restreinte (RR). Cette conclusion paraît troublante à MM. Piccioni, Mehlhop et Wright, par contre elle est acceptée par Shimony [5].

Il est possible qu’on soit ici dans le cas où Feynman recommande de ne pas poser la question : “Comment cela peut être ainsi ?”, car dit-il : “Personne ne sait pourquoi cela est ainsi” [6]. En EDS, une théorie classique, il n’y a pas de “mauvaises” questions il y a de bonnes réponses et les autres.

Utilisant la notion du CDZ de l’EDS on rend compte des résultats expérimentaux des expériences du type EPR sans déroger à la RR [7].

L'équivalent du CDZ en MQ serait la notion des fluctuations du vide. Il est possible que si on tenait compte de celles-ci en MQ, comme on le fait en EDS, on rendrait compte des résultats expérimentaux ci-dessus sans qu'on soit conduit à la non-localité de la MQ.

Un autre aspect mérite attention c'est celui des fluctuations de l'espace-temps. A ce propos il est intéressant de citer l'opinion de Wigner [8] : "... that we should abandon the idea of sharply defined space-time and that we should modify the underlying geometry. In the prequantum days, and I believe also in general relativity, a space-time point is specified as a crossing point of two world-lines, and general relativity is based on the postulate that the distance between two very close points is sharply defined. However, in quantum theory, the point of collision is not sharply defined and no space-time point can be defined that way.

Another reason for changing the postulate of sharply defined space-time points is that there is no wave function that could specify it. A delta function of space coordinates is not permissible because it contains negative energy states. However, I must admit that even if we permit a function of finite size it is, as a rule, not possible to make it invariant under all transformations that leave a point invariant (Lorentz transformations without displacements). Finally, I would like to see the idea of sharply defined space-time points changed because it is the source of the need for normalization in the present theory. I must admit, on the other hand, that the introduction of a new geometry in space-time of relativistically invariant structures is difficult because the distance, if relativistically invariant, vanishes for two states that are on the same light cone. Nevertheless, I believe we should overcome this difficulty".

Un autre plaidoyer en faveur d'une nouvelle définition de l'espace-temps a été exprimé par Frederick [9]. Il pense que la relation d'incertitude implique qu'à tout point de l'espace on peut "emprunter" au vide n'importe quelle quantité d'énergie à condition qu'elle soit empruntée pour une durée de temps suffisamment courte. Cette fluctuation de l'énergie du vide, du fait des équations du champ de la Relativité Générale, entraîne des fluctuations de la métrique. On a alors, entre autres, un vide rempli de singularités de Schwarzschild virtuelles. Ceci peut être délicat. Cependant, une autre possibilité consisterait à imposer, *ab initio*, une incertitude au tenseur métrique et voir si des résultats de cette incertitude on peut déduire la MQ.

Plusieurs approches dans ce sens ont été proposées par Frederick (l.c.)[9], Davidson [10], Namsrai [11] et Roy [12]. Ils ont montré l'intérêt et les limitations de cette démarche.

On peut noter ici que l'EDS, alors que son développement a été indépendant des programmes esquissés plus haut les satisfait, apparemment. Puisque sans la considération explicite d'une incertitude sur le tenseur métrique elle obtient les résultats escomptés en introduisant la notion du CDZ.

Enfin, examinons quelques aspects des fondements de la Mécanique. Prenons d'abord le Principe de d'Alembert. Grâce à la considération de *déplacements virtuels* ce principe conduit à l'établissement des équations de Lagrange. Mais quel est le contenu physique de ces déplacements virtuels ? Cette question n'est même pas posée dans les traités classiques (voir Goldstein [13]). Cependant, une réponse dans le cadre de l'EDS est proposée ci-dessous.

Considérons maintenant le Principe de Hamilton. Si pour un système on considère une fonction L des coordonnées, des vitesses et du temps, le Principe de Hamilton s'énonce comme suit : le mouvement d'un système entre les instants t_1 et t_2 est tel que l'intégrale

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt \quad (1)$$

est un extrémum pour la trajectoire du mouvement. Les équations de Lagrange en découlent.

Dans le cas du mouvement d'une particule la question se pose alors, Narlikar et Padmanabhan [14] l'ont posée, à savoir : le "mécanisme" par lequel la particule choisit la trajectoire physique d'action stationnaire n'est pas clair du tout. Les conditions données aux limites sont : la position initiale et la position finale. La vitesse initiale n'est pas donnée, ainsi la particule ne "sait" pas dans quelle direction elle doit partir ni avec quelle vitesse. Il n'est pas clair comment la particule peut "reconnaître" toutes les trajectoires et "choisir" celle qui est stationnaire. Il faut noter que la physique classique ne reconnaît que la trajectoire stationnaire. Ainsi, dans un ensemble de trajectoires "non-physiques", possibles a priori, le principe classique de l'action stationnaire sélectionne une trajectoire physique unique par un mécanisme qui n'est pas apparent.

En EDS, la réponse à cette question est de même nature que celle évoquée, plus haut, à propos des expériences EPR. C'est le CDZ qui "informe" la source des particules des propriétés du milieu et de celles du "récepteur".

Les mêmes remarques peuvent être faites à propos du Principe de Moindre Action de Maupertuis et, en particulier, sous la forme que lui donne Jacobi.

Electrodynamique Stochastique

Seule une brève introduction à cette théorie sera donnée ici. On trouvera des revues générales de l'EDS par Boyer [15] et Surdin [16]. Ces références peuvent être complétées par celle du [17].

L'EDS est une théorie classique enrichie d'un postulat fondamental, à savoir : l'existence au zéro absolu de températures d'un champ électromagnétique fluctuant universel –le champ de zéro (CDZ).

Utilisant des considérations thermodynamiques, comme celles utilisées par Wien, on obtient une expression donnant la densité spectrale de l'énergie du CDZ. Pour le cas unidimensionnel on a :

$$\epsilon(\omega)d\omega = \frac{K\omega^3}{3\pi c^3}d\omega \quad (2)$$

où ω est la pulsation, c la vitesse de la lumière et K une constante ayant les dimensions d'une action.

L'application de l'invariance de Lorentz au spectre du CDZ conduit au même résultat. Toutefois, ces considérations ne fournissent pas la valeur numérique de K . La plupart des résultats obtenus en EDS ont leurs homologues en MQ si on fait $K = \hbar$.

Le résultat qui nous intéresse ici est celui relatif à la nature physique de l'onde de de Broglie. On sait que de Broglie dès l'origine a considéré que son onde avait une réalité physique sans, toutefois, en préciser la nature. Pour la bonne compréhension de ce qui suit on reprend les arguments essentiels de [18].

Considérons le mouvement d'une particule chargée électriquement, un électron par exemple. Alors que la particule se meut sur sa trajectoire le CDZ agit sur elle et lui imprime un mouvement harmonique qui se superpose au mouvement sur sa trajectoire moyenne. En effet, du fait de l'action du CDZ la particule est déplacée de sa trajectoire $r_0(t)$ d'un petit déplacement $\eta = r - r_0$. Cet écart agit sur le milieu dans lequel la particule se meut, et le polarise. Le milieu réagit sur la particule avec une force $f(r)$ dépendant de sa position. Le développement en série de Taylor de $f(r)$ pour de petits déplacements perturbatifs η est donné par

$$f(r) = f(r_0) - \left| \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{r_0} \eta + \dots \quad (3)$$

Le signe moins du deuxième terme assure la stabilité du mouvement.

Ainsi, pour de petits déplacements η par rapport à sa trajectoire $r_0(t)$ la force résultante agissant sur la particule, en première approximation, est celle d'un *oscillateur harmonique*. Ce résultat est tout à fait général que la particule soit chargée électriquement ou qu'elle soit neutre.

On applique au mouvement de la particule résultant de l'action du CDZ, qui se superpose au mouvement non perturbé, la loi de l'oscillateur harmonique de l'EDS. Après élaboration on obtient

$$\lambda = \frac{2\pi K}{m \cdot v} = \frac{2\pi K}{p} \quad (4)$$

où λ est la longueur de l'onde de de Broglie, m la masse de la particule, v sa vitesse moyenne ou p l'impulsion le long de sa trajectoire. Si on pose $K = \hbar$ on obtient l'équation usuelle de de Broglie.

L'éq(4) peut s'interpréter comme suit : l'oscillateur harmonique dont le "centre" se meut à une vitesse v émet et reçoit une onde électromagnétique de longueur d'onde λ ; cette onde est "attachée" à la particule et l'accompagne avec la vitesse v . On peut noter que la charge électrique n'apparaît pas dans l'éq(4). On peut conclure que la particule peut être chargée électriquement ou être neutre. En fait, le CDZ polarise la particule neutre, créant un dipôle électrique instantané qui se comporte vis à vis du CDZ et le milieu environnant comme une particule ayant une charge électrique équivalente au dipôle induit.

On peut aussi envisager l'identification des déplacements η aux déplacements virtuels de d'Alembert, ce qui leur donne un sens physique.

On a noté [17b] que dans le cadre de l'EDS il apparaît comme si toutes les lois de la physique découlaient d'un seul concept –le champ de zéro. Comme, d'autre part, le comportement de l'oscillateur harmonique paraît essentiel dans l'établissement en EDS de l'équation de de Broglie, il a paru intéressant de pousser l'étude de l'interaction entre l'oscillateur harmonique et le CDZ. Cette étude, présentée dans l'Annexe, aboutit à la conclusion que l'énergie au repos de l'électron est fournie par le CDZ.

Intégrales de chemin

Dans ce qui suit le traitement est strictement classique (non quantique). Afin de souligner l'équivalence formelle entre la MQ et l'EDS

la démonstration suit étroitement le canevas établi par Feynman et Hibbs [4] et, pour autant que possible, les mêmes définitions et les mêmes notations sont utilisées.

Soit $L(\dot{r}, r, t)$ le lagrangien du système considéré, alors pour un chemin $r(t)$ entre les points a et b on peut définir une quantité S , telle que

$$S = \int_{t_a}^{t_b} L(\dot{r}, r, t) dt \quad (5)$$

En mécanique classique il n'y a qu'une seule trajectoire spécifique, qui partant de a aboutisse en b , c'est la trajectoire classique $\bar{r}$ pour laquelle S est un extrémum.

Ici, du fait du CDZ et les fluctuations du chemin qui en résultent, il peut y avoir plusieurs chemins d'aller de a en b . On considère, alors, une quantité $K(b, a)$ comme une amplitude d'aller de a en b . Cette amplitude est la *valeur moyenne* de toutes les contributions $\phi[r(t)]$ de chaque chemin entre a et b , telle que

$$K(b, a) = \underset{\text{sur tous les chemins de } a \text{ à } b}{\text{M}} \phi[r(t)] \quad (6)$$

où M_n représente la *valeur moyenne* sur tous les chemins n .

C'est ici que la définition de $K(b, a)$ diffère de celle de Feynman et Hibbs l.c. en leur équation (2.14), soit

$$K(b, a) = \underset{\text{sur tous les chemins de } a \text{ à } b}{\sum} \phi[r(t)]$$

où $\sum_n$ est la *somme* de toutes les contributions $\phi_n[r(t)]$ de chaque chemin entre a et b .

Cette différence n'est qu'apparente car, comme on va le montrer plus loin, M_n et $\sum_n$ ne diffèrent que par une constante de normalisation.

La contribution de chaque chemin a une phase proportionnelle à l'action S , soit

$$\phi[r(t)] = A \cdot e^{iS[r(t)]/C} \quad (7)$$

où C est une constante de proportionnalité, A une constante utilisée pour la normalisation et l'action S est donnée par l'éq(5).

L'énergie d'un état stationnaire et son impulsion sont données par

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= -W \\ \nabla \cdot S &= \vec{p} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Pour déterminer la constante C on considère $\phi_n[r(t)]$ relative à une onde monochromatique de fréquence ν_n , on a

$$\phi_n[r(t)] = A_n \cdot e^{i2\pi(r/\lambda_n - \nu_n t)} \quad (9)$$

Utilisant les éqs (4) et (8b) on obtient

$$p_n = \frac{2\pi C}{\lambda_n} = \frac{2\pi K}{\lambda_n} \quad (10)$$

d'où $C \equiv K$ et l'éq(7) peut s'écrire

$$\phi[r(t)] = A \cdot e^{iS[r(t)]/K} \quad (11)$$

Dans le cas où l'onde considérée n'est pas monochromatique mais possède une largeur de raie finie, on utilise l'analyse de Fourier pour déterminer la constante C .

L'éq(11), si on fait $K = \hbar$, est la même que celle correspondante à l'éq(2.15) de Feynman et Hibbs, l.c.

Ainsi, comme il a été remarqué plus haut, en MQ $K(b, a)$ est obtenu en prenant $\sum_n$ la *somme* sur tous les chemins entre a et b de $\phi_n[r(t)]$, alors qu'ici on considère la *valeur moyenne* $\overline{M}_n$ sur tous les chemins de a à b . Cependant, les *résultats de ces deux opérations sont exprimés mathématiquement de la même manière*. En effet, la somme sur tous les chemins est donnée, utilisant les notations de Feynman et Hibbs, par l'aire sous la courbe $f[r_n(t)]$ convenablement normalisée ; la valeur moyenne est donnée par

$$\overline{M}_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n=N} f[r_n(t)] \quad (12)$$

Figure 1.

où N est le nombre des ordonnées entre t_a et t_b de la courbe $f[r_n(t)]$.

Si les ordonnées sont prises à intervalles égaux h (voir fig. 1), alors

$$M_n = \frac{h \sum_n f[r_n(t)]}{Nh} = \frac{1}{t_b - t_a} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \cdot h \sum_n f[r_n(t)] \quad (13)$$

Mais, comme $\lim_{h \rightarrow 0} \cdot h \sum_n f[r_n(t)]$ est l'aire sous la courbe $f[r(t)]$, donc M_n convenablement normalisée, a la même valeur que la somme correspondante $\sum_n f[r_n(t)]$ en MQ.

Commentaire

En EDS le noyau $K(b, a)$ a la même expression mathématique qu'en MQ. Cependant, en MQ il correspond à la *somme* sur tous les chemins possibles, alors qu'en EDS il correspond à la *valeur moyenne* des chemins possibles. Tenant compte des perturbations de la trajectoire dues au CDZ ce résultat est satisfaisant.

Chemin faisant, nous avons remarqué que les déplacements virtuels de d'Alembert seraient réels et correspondraient aux fluctuations de la trajectoire dues au CDZ.

D'autre part, il a été montré [7] comment le CDZ "informe" la source des particules des propriétés du milieu et de celles du "récepteur". Ainsi, les positions initiale et finale sont liées entre elles par l'intermédiaire du CDZ. Le chemin classique est la moyenne de tous les chemins possibles résultants de l'action du CDZ. Ainsi, la question posée par Narlikar et Padmanabhan [14] trouve sa réponse en EDS.

Annexe

Comme il a été noté plus haut l'oscillateur harmonique a une importance particulière en EDS. Il a donc paru intéressant d'étudier plus avant son comportement en présence du CDZ.

On considère un oscillateur harmonique chargé électriquement, l'équation du mouvement est alors

$$\left. \begin{aligned} -\tau \ddot{r} + \ddot{r} + \omega_0^2 r &= (e/m)E(t) \\ \tau &= (2e^2)/(3mc^3) \\ \omega_0^2 &= e^2/(mr_0^3) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A1})$$

où e est la charge électrique élémentaire, m la masse de la particule, que plus loin on égalera à celle de l'électron, $E(t)$ est la composante électrique du CDZ dont la densité spectrale est donnée par l'éq(2), r_0 est l'amplitude moyenne des oscillations.

On a montré [19] que l'énergie perdue par rayonnement est exactement compensée par l'énergie apportée à l'oscillateur harmonique par le CDZ. L'éq(A1c) correspond à l'égalité des énergies potentielle et cinétique. D'autre part, $\tau\omega_0 \ll 1$, c'est-à-dire que la bande passante de l'oscillateur harmonique est très étroite. On peut donc, avec une très bonne approximation, considérer que le mouvement est sinusoïdal.

Si on considère la composante électrique de l'éq(A1), l'énergie totale de l'oscillateur s'écrit

$$\frac{1}{2}m\omega_0^2 \cdot r_0^2 = \frac{1}{2}K\omega_0 \quad (\text{A2})$$

d'où

$$\omega_0 = K/(mr_0^2) \quad (\text{A3})$$

Combinant les éqs(A1c) et (A3), il vient

$$K^2 = me^2 r_0 \quad (\text{A4})$$

et

$$K\omega_0 = e^2/r_0 \quad (\text{A5})$$

Cependant, $K\omega_0$ est l'énergie de l'oscillateur harmonique où on a tenu compte des deux composantes –électrique et magnétique du champ de zéro [18b].

Eq(A5) montre que l'énergie d'un oscillateur harmonique en présence du CDZ est la même que l'énergie d'une charge statique e uniformément distribuée sur une sphère de rayon r_0 .

Comme la direction du CDZ dans l'espace est aléatoire, le rayonnement, par rapport au centre, de l'oscillateur est isotrope dans l'espace. Ainsi, le champ électrique F du dipôle oscillant, si on ne tient pas compte de sa phase ni de sa polarisation, est le même que le champ électrostatique –le champ de Coulomb– créé par une sphère uniformément chargée.

La densité spectrale de ce champ à une distance r du centre de l'oscillateur harmonique est alors

$$\frac{1}{8\pi} F \cdot F^* = \frac{1}{8\pi} \frac{e^2}{r^4} \quad (\text{A6})$$

On est tenté de considérer le cas où r_0 serait le rayon classique de l'électron, soit $r_0 = e^2/(mc^2)$. Alors, si on remplace cette valeur dans l'éq(A5), on obtient

$$K\omega_0 = mc^2 \quad (\text{A7})$$

On vérifie que $\omega_0\tau = \frac{mc^2}{K} \cdot \frac{2e^2}{3mc^3} = (2/3)(e^2/Kc) = (2/3)\alpha \ll 1$, où α est la constante de structure fine.

L'éq(A7) peut s'interpréter comme suit : l'énergie au repos de l'électron est fournie par le CDZ.

Références

- [1] J.A. Wheeler et R.P. Feynman, *Rev. Mod. Phys.* **17** (1945) p. 157.
- [2] P. Braffort, M. Spighel et C. Tzara, *Comptes Rendus Acad. Sci.* **239** (1954) p. 157.
- [3] P. Braffort et C. Tzara, *Comptes Rendus Acad. Sci.* **239** (1954) p. 1779.
- [4] R.P. Feynman et A.R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals*, McGraw Hill (New York) 1965.
- [5] O. Piccioni, W. Mehlhop et B. Wright contre A. Shimony, *Scientific American (correspondance)* **259** (1988), p. 3.

- [6] R.P. Feynman, *The Character of Physical Law*, MIT Cambridge (Mass) 1967.
- [7] M. Surdin, *Ann. Fond. Louis de Broglie* **11** (1986), p. 41.
- [8] E.P. Wigner dans *New Techniques and Ideas in Quantum Measurements Theory*, *Annales of the New York Academy of Science* **480** (1986) p. XIX.
- [9] O. Frederick, *Phys. Rev.* **D13** (1976) p. 3183.
- [10] M. Davidson, *Lett. Math.. Phys.* **4** (1980) p. 101.
- [11] Kh. Namsrai, *Ial J. Theoret. Phys.* **20** (1981) p. 365.
- [12] S. Roy, *Phys. Lett.* **A115** (1986) p. 156.
- [13] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley Press, 1951.
- [14] J.V. Narlikar et T. Padmanabhan, *Gravity, Gauge Theories and Quantum Cosmology*, D. Reidel Publishing Co. 1986.
- [15] T.H. Boyer, *A brief survey of Stochastic Electrodynamics*, dans *Foundations of Radiation Theory and Quantum Mechanics* Ed A.O. Barut 1981.
- [16] M. Surdin, *Stochastic Electrodynamics, an Overview*, dans *Old and New Questions in Physics, Cosmology, Philosophy and Theoretical Biology*, *Essays in Honor of Wolfgang Yourgrau* Ed A. van der Merwe, Plenum Press 1983.
- [17] M. Surdin (a) *Ann. Fond. Louis de Broglie* **10** (1985) p. 125. (b) *Ann. Fond. Louis de Broglie* **11** (1986) p. 319.
- [18] M. Surdin (a) *Ann. Fond. Louis de Broglie* **4** (1979) p. 139. (b) *Found. Phys.* **12** (1982) p. 873.
- [19] M. Surdin, *Ial J. Theoret. Phys.* **9** (1973) p. 183.

(Manuscrit reçu le 16 décembre 1988)