

Remarque sur le principe de relativité galiléenne

G.L.M. NOGUEZ*

Université Pierre et Marie Curie
Tour 55/65 - 2ème étage, 4 Place Jussieu
F75252 Paris Cedex 05

RESUME. Le principe de dualité de L. de Broglie et le principe d'incertitude d'Heisenberg conduisent à la même conclusion : la détermination d'un système physique ne peut être que partielle. Ces principes ne sont pas cependant contradictoires avec le principe de relativité galiléenne. En particulier, la dualité relativiste de la 4-Impulsion montre que le quadrivecteur (impulsion-énergie) n'est pas suffisant pour vérifier l'égalité de l'action et de la réaction. Force est d'admettre comme postulat que la localisation d'un repère galiléen associé à un centre de masse ne peut être totale.

La notion de mesure conserve un sens si les postulats suivants sont admis : 1) Un repère galiléen "au repos" peut être associé à tout centre de masse. 2) Les repères au repos doivent obéir à une règle de construction, au sens de la Théorie des ensembles. 3) Les mesures des grandeurs qui ne sont pas prises comme référence doivent être équivalentes pour les différents points de vue de la Dualité de L. de Broglie. Le système d'unités MKSA est contradictoire avec ce principe. Une hypothétique équivalence (masse-charge) permettrait de retenir les systèmes MKS/CGS. 4) La notion de mesure doit être remplacée par celle de densité de probabilité d'une mesure pour une valeur donnée de la grandeur de référence.

ABSTRACT. L. de Broglie's duality principle and Heisenberg's uncertainty principle lead to the same conclusion: the determination of a physical system is at best incomplete. However, these principles are not in contradiction with the galilean principle of relativity. In particular, the relativistic duality of the four-momentum shows that the four-vector (momentum-energy) is insufficient to verify the

* Après avoir reçu le manuscrit de cet article, nous avons malheureusement appris le décès de G. Noguez. Il paraît donc tel qu'il nous a été envoyé, aucune correction n'ayant pu en être faite par l'auteur.

equality of action and reaction. Thus, one has to postulate that the localization of a galilean frame associated to a center of mass cannot be complete.

The measurement concept retains its meaning if the following postulates are assumed: 1) A galilean frame "at rest" may be associated with any center of mass. 2) The frame at rest must obey construction rules in the sense of set theory. 3) The measurements of quantities which are not considered as references must be equivalent for different aspects of the de Broglie Duality. The MKSA units system is in contradiction with this principle. A hypothetical equivalence (mass-charge) permits the retention of MKS/CGS systems. 4) The measurement concept must be replaced by the density of probability of the measurement for a given value of the reference quantity.

INTRODUCTION

Le principe de Dualité de L. de Broglie et le principe d'Heisenberg conduisent à la même conclusion : la détermination d'un système physique ne peut être que partielle. En effet, une détermination totale viderait de tout son sens le principe de Dualité onde-matière et serait contradictoire avec le principe d'incertitude.

Ces principes semblent ainsi s'opposer au principe de Relativité Galiléenne. Comment, en effet, définir un changement de repère galiléen, alors que la détermination du système physique n'est que partielle dans chaque repère ?

A première vue, la Relativité Restreinte pourrait lever cette contradiction, puisqu'elle postule l'égalité de l'action et de la réaction dans le repère lié au centre de masse. La détermination totale du système physique serait donc possible dans ce repère. Cependant, l'équivalence des repères galiléens impliquerait que cette propriété soit vérifiée dans tous les repères galiléens, ce qui contredit les principes précédents.

Cette accumulation de contradictions doit être réduite,... à condition qu'il y ait une contradiction.

Dans un premier article [3], nous avons essayé de démontrer que le principe d'Heisenberg n'est pas contradictoire avec le principe de Relativité Galiléenne. Il existe en effet trois groupes commutatifs de repères galiléens, non commutatifs entre eux, mais cependant tels que la transformation qui permet de passer d'un groupe à l'autre obéisse au principe de Relativité Galiléenne. Ces trois groupes de repères se distinguent par leur grandeur de référence de mesure :

- Le groupe de Galilée (G) ($t' = t, x' = x - ut$), pour lequel le temps est la grandeur de référence ;
- Le groupe dual (N) ($x' = x, t' = t - x/v_\phi$), pour lequel l'espace est la grandeur de référence ;
- Le groupe de Lorentz (L) de direction (u), pour lequel l'espace et le temps sont grandeurs de référence.

Dans un second article [4], nous nous sommes attachés à prouver que ces trois groupes de repères galiléens correspondent au principe de Dualité de L. de Broglie :

- Le groupe de Galilée (G) correspond au point de vue matériel,
- Le groupe dual (N) correspond au point de vue dual ondulatoire.

Pour ces deux groupes de repères galiléens, nous avons montré, en étudiant l'interaction onde-particule, que la vérification de l'égalité de l'action et de la réaction impliquait l'existence d'une onde matérielle de L. de Broglie.

- Le groupe de Lorentz (L) correspond au point de vue mixte "onde-corpuscule". Pour ce point de vue, l'égalité de l'action et de la réaction est postulée dans le repère lié au centre de masse de la particule ponctuelle.

L'invariance de la relation ($u \cdot v_\phi = c^2$) pour ces trois groupes de repères galiléens nous a permis de conclure que le principe de Relativité Restreinte devrait pouvoir être étendu à ces trois groupes (G), (N) et (L).

En fait, il resterait à prouver que le postulat de l'égalité de l'action et de la réaction dans les repères de Lorentz n'est pas contradictoire avec le principe de Dualité de L. de Broglie.

C'est pourquoi ce troisième article débute par la mise en évidence de la dualité relativiste de la 4-Impulsion. La 4-Impulsion se décompose dans tout repère galiléen de Lorentz (L) en deux composantes *orthogonales* générées par un 4-tenseur du second ordre *invariant*. La connaissance d'une seule composante, par exemple le quadri-vecteur "matériel" (quantité de mouvement, énergie totale), ne permet donc pas de vérifier l'égalité de l'action et de la réaction.

Toutes ces contradictions ayant été levées, force est d'admettre comme postulat que la localisation d'un repère galiléen associé à un centre de masse ne peut être que partielle.

Une fois admis ce postulat de non localisation totale, il reste encore à s'assurer que la notion de mesure d'un système physique conserve un sens !

La notion de mesure pourrait conserver un sens si les postulats suivants étaient admis.

- 1) Un repère galiléen peut être associé à tout centre de masse. Dans ce repère, l'accélération résultante du centre de masse est nulle : "la particule est au repos".
- 2) Les repères "au repos" doivent obéir à une *règle de construction*, au sens de la Théorie des Ensembles [5].

En d'autres termes, si l'on postule qu'un repère galiléen "au repos" puisse être associé à une particule élémentaire, il doit être possible de construire le repère galiléen *de même type* associé à un ensemble de particules, à partir des repères associés à chacune des particules. Nous essayons de montrer qu'il en est ainsi dans la deuxième partie de l'article.

- 3) Les mesures des grandeurs qui ne sont pas prises comme référence doivent être *équivalentes* pour les différents points de vue de la Dualité de L. de Broglie : ondulatoire, matériel et mixte.

La dualité relativiste de la 4-Impulsion permet ainsi d'étendre l'équivalence (masse-énergie totale) aux trois points de vue de la Dualité :

- Énergie totale $W = mc^2$: point de vue matériel,
 - Quantité de rayonnement $p^0 = mc$: point de vue ondulatoire,
 - Masse m : point de vue mixte.
- 4) La notion de valeur d'une grandeur mesurable doit être remplacée, pour chaque point de vue, par celle de "densité de probabilité pour qu'une grandeur ait une mesure donnée pour une valeur donnée de la référence"; sachant que la référence diffère pour chaque point de vue.

Le troisième postulat soulève le problème du choix d'un système d'unités: systèmes (MKSA) ou bien systèmes (MKS/CGS) ? [6]. Autrement dit, comment définir les équivalences de l'Ampère (A) pour les différents points de vue de la Dualité de L. de Broglie ?

Une étude comparative de la gravitation et de l'électromagnétisme, appliquées à l'atome d'hydrogène, permettra de conclure, dans la troisième partie de l'article, que masse et charge pourraient – peut-être – être rendues équivalentes, pourvu

- 1) que l'hypothèse de constance de la "Constante" universelle de Gravitation (g) soit remplacée par la troisième loi de Kepler ;
- 2) que la force de Coriolis ($-m \cdot 2\vec{\Omega} \times \vec{V}_R$) soit assimilée à la force magnétique de Lorentz ($q \cdot \vec{V} \times \vec{B}$).

1. LA 4-IMPULSION ONDULATOIRE

La 4-Impulsion ondulatoire peut être introduite à l'aide de deux relations issues de la Relativité restreinte :

$$W = mc^2, \quad (1)$$

$$W^2 - (pc)^2 = (m_0c^2)^2. \quad (2)$$

Quantité de rayonnement

La relation (1) peut être écrite de deux façons : Expression matérielle :

$$W = (mu)v_\phi = pv_\phi,$$

avec

$$uv_\phi = c^2, \quad m = \gamma m_0, \quad \gamma^{-2} = 1 - u/v_\phi$$

et où p dénote la quantité de mouvement.

Expression ondulatoire :

$$W = (mc)c = p^0c,$$

où p^0 dénote la "quantité de rayonnement".

Energie rayonnée

Le terme (pc) de la relation (2) a la dimension d'une énergie (E) qui peut être appelée "énergie rayonnée". Cette énergie peut être considérée de deux façons :

Expression matérielle :

$$E = (mu)c = pc,$$

où p dénote la quantité de mouvement.

Expression ondulatoire :

$$E = (mc)u = p^0u,$$

où p^0 dénote la quantité de rayonnement.

Nous obtenons ainsi un couple de 4-Impulsions : la 4-impulsion “matérielle” :

$$(p, 0, 0, iW/c) = mI_j = m(u, 0, 0, ic) \quad , \quad j = 1 : 4$$

et la 4-Impulsion “ondulatoire” :

$$(p^0, 0, 0, iE/c) = mI_j^0 = m(c, 0, 0, iu) \quad , \quad j = 1 : 4$$

L’expression de ces 4-Impulsions devient, par transformation de Lorentz (L_{ij}) :

$$mL_{ij}I_j = m_0(0, 0, 0, ic)$$

(la quantité de mouvement devient nulle),

$$mL_{ij}I_j^0 = m_0(c, 0, 0, 0)$$

(l’énergie rayonnée devient nulle).

Invariance de la 4-impulsion

Le 4-tenseur d’ordre 2 dont les coefficients sont ceux de la Transformation de Lorentz inverse :

$$T_{ij} = L_{ij}^{-1} = L_{ji}$$

est unitaire et a la propriété remarquable d’être invariant, tout comme les tenseurs unitaires δ_{ik} , métriques et antisymétriques (2) :

$$T'_{mn} = L_{mi}L_{nk}T_{ik} = T_{mn}.$$

Il en est de même du tenseur inverse T_{ij}^{-1} et du produit d’un de ces deux 4-tenseurs par un des 4-tenseurs unitaires mentionnés.

Le 4-tenseur T_{ij} a la propriété de générer le couple de 4-Impulsions précédent.

Soit

$$C_j = (c, 0, 0, ic) \quad , \quad j = 1 : 4$$

le quadrivecteur caractéristique du phénomène de référence (ie : la lumière), alors

$$m_0T_{ij}C_j = m(I_i + I_i^0) \quad , \quad m_0T_{ij}C_j = m(1 + \beta)C_i,$$

avec $\beta = u/c$.

Il en résulte que toute 4-Impulsion (Q_i) possède deux composantes, l'une matérielle (I_i), l'autre ondulatoire (I_i^0) :

$$Q_i = m(I_i + I_i^0) \quad , \quad I_i \cdot I_i^0 = 0.$$

Fréquence de rayonnement des particules

On peut déduire, à partir de la longueur d'onde de L. de Broglie (λ) :

$$p = h/\lambda,$$

que l'énergie rayonnée (E) peut s'écrire :

$$E = pc = h\nu,$$

si

$$\lambda\nu = c,$$

où ν dénote la "fréquence de rayonnement".

Cette fréquence (ν) diffère de la fréquence (ν') de l'onde matérielle :

$$\nu' = v_\phi/\lambda$$

et de la fréquence cyclique interne (cf [1] p. 227) :

$$\nu_c = m_0c^2/h.$$

Conclusion

Avec cette nouvelle fréquence, on pourrait conclure que l'énergie rayonnée et la fréquence de rayonnement d'une particule au repos sont nulles, alors que la masse m_0 et l'énergie totale $W_0 = m_0c^2$ de la particule ne le sont pas.

Les principes de dualité (onde-photon) de A. Einstein et (onde-particule) de L. de Broglie seraient alors confondus. En effet, pour un photon, $u = c$ donc $E = W$ et $p = p^0$.

Notations

1) Direction

Le mouvement (u) est orienté dans la direction 1 (Ox).

2) Coefficients

$$v_\phi = c^2/u \quad , \quad \beta = u/c \quad , \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2$$

3) Transformation de Lorentz dans l'espace-temps de Minkowski

$$\begin{aligned} L_{11} = L_{44} = \gamma \quad , \quad L_{14} = -L_{41} = i\beta\gamma, \\ L_{22} = L_{33} = 1 \quad , \quad L_{ij} = 0 \quad \text{sinon} \quad . \end{aligned}$$

2. RÈGLE DE CONSTRUCTION GALILÉENNE

Hypothèses

1) REPERE AU REPOS

On suppose qu'un repère galiléen (G_1) puisse être associé à une particule ponctuelle (P_1) de masse (m_1).

Par définition, l'accélération résultante ($\vec{\gamma}_{G_1}$) de la particule (P_1) est nulle dans ce repère (G_1).

Ce postulat correspond à celui de l'égalité ponctuelle de l'action et de la réaction. La réaction se décompose en "Réaction" (grandeur mesurable) et "Contre-réaction" (grandeur de référence).

2) NON LOCALISATION TOTALE

On suppose que l'origine (G_1) du repère galiléen (G_1) est *distincte* de la particule ponctuelle (P_1).

La localisation de l'origine (G_1) n'est relative qu'au point (P_1) (isotropie) ; cette localisation n'est donc que partielle.

Repérage relatif

Soit (R) un repère relatif d'origine (R). Par rapport à ce repère, l'accélération relative ($\vec{\gamma}_R$) de la particule (P_1) est donnée par la loi de la Dynamique [7] :

$$\vec{\gamma}_R = \vec{\gamma}_{G_1} - \vec{\gamma}_E - \vec{\gamma}_C$$

où $\vec{\gamma}_E$ est l'accélération d'entraînement de (G_1) par rapport au repère (R) ; $\vec{\gamma}_C$ est l'accélération complémentaire de Coriolis ;

$$\vec{\gamma}_C = 2\check{\omega}_E \times \vec{V}_R$$

où $\check{\omega}_E$ est la rotation instantanée du mouvement d'entraînement, \vec{V}_R est la vitesse de (P_1) par rapport au repère relatif (R) .

Mouvement uniforme

L'accélération de la particule (P_1) peut être nulle à la fois dans le repère galiléen (G_1) ($\gamma_{G_1} = 0$) et dans le repère relatif (R) ($\gamma_R = 0$). Il suffit pour cela que l'accélération d'entraînement équilibre l'accélération de Coriolis : Si :

$$\vec{\gamma}_E = -2\check{\omega}_E \times \vec{V}_R \quad (3)$$

alors :

$$\gamma_{G_1} = \gamma_R = 0.$$

Changement de repère galiléen

Supposons, de plus, que le repère relatif (R) soit lui-même un repère galiléen "au repos" associé à une particule ponctuelle (P_2) de masse (m_2) . L'entraînement d'un repère par rapport à l'autre est identique pour les deux repères (G_1) et $(G_2 = R)$. De façon plus précise :

- les accélérations d'entraînement sont opposées :

$$\vec{\gamma}_E(G_1/G_2) = -\vec{\gamma}_E(G_2/G_1),$$

- par contre, les rotations instantanées sont égales :

$$\check{\omega}_E(G_1/G_2) = \check{\omega}_E(G_2/G_1).$$

Dans ces conditions, d'après la relation (3), les vitesses relatives des deux particules (P_1) et (P_2) sont liées :

$$\check{\omega}_E \times \vec{V}_R(P_1/G_2) = \vec{V}_R(P_2/G_1) \times \check{\omega}_E$$

Elles peuvent être opposées. Le mouvement relatif des particules, par rapport à leur repère galiléen respectif, est alors "rectiligne et

uniforme”, puisque leur vitesse relative est constante ($\gamma_R = 0 = \gamma_{G_1} = \gamma_{G_2}$).

Règle de construction

La notion de *masse réduite* [8] permet d’associer un repère galiléen (G) “au repos” au système de particules $((P_1, G_1), (P_2, G_2))$. Dans ce repère, la masse réduite (m) aura une accélération résultante nulle pour une rotation instantanée (ω_E).

- L’origine (G) du repère est le barycentre de (G_1) et (G_2) :

$$m_1 \cdot \overrightarrow{GG_1} = m_2 \cdot \overrightarrow{GG_2} = m \cdot \overrightarrow{GP}$$

- (m) est la masse ponctuelle (P), réduite de m_1 et de m_2 :

$$1/m = 1/m_1 + 1/m_2.$$

Il est important de noter que la définition de l’origine (G) ou de la masse réduite (m) est indépendante du temps.

De façon paradoxale, un bon exemple de mouvement “rectiligne et uniforme” devrait être celui d’un système de deux particules... en rotation autour du barycentre des repères galiléens respectifs !

3. MASSE ET CHARGE

1) Charge coulombienne et masse gravitationnelle

La résolution de l’équation de Schrödinger [8] permet de déterminer l’énergie de l’atome d’hydrogène dans un état quantique (W_n) défini par le nombre quantique (n) :

$$W_n = -h \cdot \frac{me^4}{8h^3\epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -h\nu_n,$$

où m est la masse réduite de l’atome :

$$m^{-1} = \text{masse}^{-1}(\text{noyau}) + \text{masse}^{-1}(\text{électron}).$$

Cette énergie correspond à celle qui est définie pour le modèle de Bohr [9] :

$$W_n = -h \cdot cR \cdot \frac{1}{n^2},$$

où (R) est la constante de Rydberg.

La résolution de l'équation de Schrödinger permet aussi de définir le rayon moyen (a_n) de l'atome d'Hydrogène dans un état quantique (W_n) :

$$a_n = n \cdot \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} = n \cdot a,$$

où a est le rayon de Bohr.

L'énergie totale (W_n) peut alors s'écrire :

$$W_n = \frac{1}{2} m a_n^2 \omega_n^2,$$

où $\omega_n = 2\pi \cdot 2\nu_n$ est la vitesse de rotation de l'électron de Bohr [10].

De la même façon, l'énergie potentielle mutuelle (E_p) de l'électron et du noyau peut s'écrire :

$$E_p(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} = -ma^3\omega_1^2 \cdot \frac{1}{r},$$

ou bien encore, en fonction du nombre quantique (n) :

$$E_{p_n}(r_n) = -ma_n^3\omega_n^2 \cdot \frac{1}{r_n} = E_p(r) \cdot \frac{1}{n^2};$$

avec $r_n = n \cdot r$.

Il en résulte que l'énergie totale (W_n) et l'énergie potentielle (E_{p_n}) sont liées par la relation :

$$W_n = \frac{1}{2} \cdot E_{p_n}(r_n = a_n).$$

Le moment cinétique de l'atome d'Hydrogène ne dépend pas de l'indice (n) :

$$Hz_n = ma_n^2\omega_n = ma^2\omega_1 = \hbar.$$

Les résultats obtenus seraient les mêmes si la force de Coulomb $e^2/4\pi\epsilon_0 \cdot 1/r_n^2$ était remplacée par la force de Gravitation :

$$\vec{f} = g \cdot (\text{masse(noyau)} \cdot \text{masse(électron)}) \cdot \frac{\vec{r}}{r_n^{n_3}}.$$

En effet, d'après la troisième loi de Kepler [11] :

$$a_n^3 \omega_n^2 = g \cdot (\text{masse}(\text{noyau}) + \text{masse}(\text{électron}))$$

et d'après l'expression de la masse réduite, la force de gravitation a pour expression :

$$\vec{f} = m a_n^3 \omega_n^2 \frac{\vec{r}_n}{r_n^3}.$$

L'énergie potentielle de la masse réduite est donc :

$$E_{p_n}(r_n) = -m a_n^3 \omega_n^2 \frac{1}{r_n}$$

et son énergie totale :

$$W_n = \frac{1}{2} E_{p_n}.$$

Les résultats sont identiques ! Ce qui est dû au fait que la "constante" universelle de Gravitation (g) n'est plus considérée comme invariante. La variation de la constante (g) serait définie par la troisième loi de Kepler, c'est-à-dire par la loi qui sert à évaluer la masse des planètes !

2) Masse "mécanique" et charge électrique

Dans la règle de construction des repères galiléens "au repos" proposée précédemment, aucune hypothèse n'est émise sur l'orientation relative de la rotation instantanée d'entraînement ($\vec{\omega}_E$) et de la vitesse relative (\vec{V}_R). Autrement dit, le produit vectoriel ($\vec{\omega}_E \times \vec{V}_R$) peut être direct, inverse ou bien nul. Il en résulte trois états mécaniques du système de particules (P_1, P_2) que nous pouvons appeler :

- Etat attractif ($-2\vec{\omega}_E \times \vec{V}_R$ direct),
- Etat répulsif ($-2\vec{\omega}_E \times \vec{V}_R$ inverse),
- Etat neutre ($-2\vec{\omega}_E \times \vec{V}_R$ nul).

Le comportement du système mécanique serait alors comparable à celui d'un système de charges électriques, si la force de Coriolis ($-m \cdot 2\vec{\omega}_E \times \vec{V}_R$) est assimilée à la force magnétique de Lorentz ($q \cdot \vec{V}_R \times \vec{B}$).

Il se pourrait donc que masse et charge aient des comportements équivalents.

Conclusion

Ainsi, il semblerait bien que le principe d'Incertitude d'Heisenberg et le principe de Dualité de L. de Broglie "relativisent" la Relativité Galiléenne : toute localisation est relative à une référence de mesure qui, elle-même, ne peut être mesurée.

Nous nous sommes attachés à mettre en évidence les propriétés de trois groupes commutatifs de repères galiléens (G), (N) et (L). Ces trois groupes sont limités à une seule et même direction, celle du mouvement. Cette direction n'est définie que par les origines des deux repères en mouvement relatif. L'orientation des repères n'est donc pas "triangulée". Ce "degré de liberté" nous a permis de proposer une règle de construction des repères galiléens "au repos" qui permette d'introduire la force de Coriolis. La "ressemblance" avec la force magnétique de Lorentz ($q \cdot \vec{V} \times \vec{B}$) devient alors troublante.

Nous nous sommes attachés à trois grandeurs physiques : deux grandeurs de référence –l'espace et le temps– et une mesure sur l'espace-temps –la masse–. Ces trois grandeurs sont intimement liées aux trois groupes de repères galiléens (G), (N) et (L), en relation avec le postulat de non-localisation totale.

- Le groupe de repères de Galilée (G) utilise le temps comme grandeur de référence. Pour ce groupe, la position et la masse, sous sa forme équivalente : l'énergie, sont mesurables.
- Le groupe de repères dual (N) utilise l'espace comme grandeur de référence. Pour ce groupe, la date et la masse, sous ce qui serait sa forme équivalente : la quantité de rayonnement/mouvement, sont mesurables.
- Le groupe de repères de Lorentz (L) utilise l'espace et le temps comme grandeurs de référence. Pour ce groupe, la masse, sous ses formes matérielles ($p, W/c^2$) ou ondulatoires ($p^0, E/c^2$), est mesurable.

En aucun cas, les trois grandeurs –espace, temps, masse– ne peuvent être mesurées ensemble.

Notre raisonnement ne laisse aucune place à la quatrième unité (A) du système d'unités (MKSA). C'est pourquoi nous avons essayé de montrer que cette unité devrait pouvoir être assimilée à la masse.

Références

- [1] G. Lochak, *Sur quelques interprétations physiques de la constante de Planck*, Annales de la Fondation Louis de Broglie, Vol. 13, n, 1988, pp. 219:244.
- [2] L. Landau & E. Lifchitz, *Théorie des champs*, Physique Théorique, Tome 2, pp 29:30, Editions Mir, 1970.
- [3] G. Noguez, *Remarque sur le principe d'Heisenberg*, Annales de la Fondation Louis de Broglie, Vol. 13, n, pp 245:252, 1988.
- [4] G. Noguez, *Remarque sur le principe de dualité de L. de Broglie*, Annales de la Fondation Louis de Broglie, Vol. 13, n, pp 283:298, 1988.
- [5] N. Bourbaki, *Théorie des ensembles*, A.S.I. 1141, Hermann, Paris, 1966.
- [6] G. Fournet, *Systèmes d'unités*, Encyclopaedia universalis, Vol. 16, pp 472:475, 1968.
- [7] M. Cazin et J. Morel, *Dynamique*, Encyclopaedia universalis, Vol. 5, pp 848:857, 1968.
- [8] J.P. Mathieu, *Optique quantique*, Tome 2, pp 97:123, SEDES, Paris, 1965.
- [9] J. Leite Lopez, *Atome*, Encyclopaedia universalis, Vol. 2, pp 755:767, 1968.
- [10] Larousse et al., *La théorie quantique des spectres*, Grand mémento encyclopédique Larousse, Vol. 2, pp 444:445, 1937.
- [11] B. Morando, *Mécanique céleste*, Encyclopaedia universalis, Vol. 10, pp 657-661, 1968.

(Manuscrit reçu le 7 janvier 1989)