A propos des inégalités de Heisenberg

D. Canals-Frau

22 rue d'Athènes, 75009 Paris

RESUME. Toute mesure est une interaction entre ce qu'on mesure et la chose avec laquelle on mesure. C'est-à-dire un transfert d'énergie ΔE et/ou de quantité de mouvement Δp_x de l'objet à mesurer vers "l'appareil de mesure" ou vice versa. Le temps Δt nécessaire au transfert de l'énergie ΔE est fréquemment regardé comme une "incertitude" quant à la date de ce transfert (supposé instantané). De même, le parcours Δx nécessaire au transfert de la quantité de mouvement Δp_x est fréquemment regardé comme une "incertitude" quant à l'endroit de ce transfert (supposé se faire en un point). A cause du caractère quantique de notre univers physique autant $\Delta E.\Delta t$ que $\Delta p_x.\Delta x$ ne peuvent être inférieurs à h. D'où les inégalités de Heisenberg.

ABSTRACT. Each measurement is an interaction between what is measured (the system) and the thing which measures (the measuring apparatus). This means, an energy transfer ΔE and/or a momentum transfer Δp_x from the system to be measured to the "measuring device" (or vice versa). The time Δt necessary to transfer this energy ΔE is frequently considered as an "uncertainty" as to the date of that transfer (supposed instantaneous). Likewise, the distance Δx covered during the momentum transfer Δp_x is frequently considered as an "uncertainty" as to the place of this transfer (supposedly transferred in a point). Due to the quantum character of our universe, neither $\Delta E.\Delta t$ nor $\Delta p_x.\Delta x$ can be inferior to h, hence Heisenberg's inequalities.

"...de la mécanique quantique qui, sous sa forme présentement admise, n'attribue pas de valeurs certaines aux différentes grandeurs physiques qu'elle envisage, mais prévoit seulement, comme résultats de mesures éventuelles, un ensemble de valeurs possibles affectées chacune

d'une probabilité d'être observée. Et surtout, elle prévoit que toutes les grandeurs ne seront pas simultanément mesurables avec précision, ce qui est le cas, en particulier, pour la position et la vitesse d'un corpuscule, de telle sorte qu'on ne pourra plus attribuer à celui-ci une trajectoire, contrairement à ce que faisait la mécanique de Newton et contrairement à ce que le bon sens semblerait indiquer"[1].

Les mots les plus importants de ces phrases sont les mots "attribuer" (= allouer, assigner, adjuger, conférer, prêter) et "une". Basés sur nos mesures, nous ne pouvons pas "attribuer" au corpuscule une seule trajectoire. La redondance est voulue, pour bien marquer le fait que tout un étroit "faisceau" de trajectoires est compatible avec nos résultats de mesure. Et surtout, surtout, il ne faut pas interpréter la phrase comme si elle affirmait qu'en mécanique quantique le corpuscule n'a pas de "trajectoire" du tout. En fait nous n'en savons rien. Simplement, nous ne savons pas laquelle des trajectoires compatibles avec nos résultats de mesure lui attribuer. D'où le caractère probabiliste des prévisions de la mécanique quantique.

La citation dit "semblerait". Oui effectivement, semblerait. Regardons cela d'un peu plus près. Par exemple, rappelons-nous que pour déterminer une vitesse, il faut 2 "positions" et 2 "temps" : $x_2 - x_1$; et $t_2 - t_1$, d'où $v = (x_2 - x_1)/(t_2 - t_1)$. Les 2 "temps" sont en fait 2 "positions" de quelque chose qu'on *suppose* en mouvement uniforme : l'aiguille d'une horloge, un point sur un écran de téléviseur, etc.

Analysons le Gedankenexperiment suivant : un billard avec une réglette graduée, une grande horloge avec trotteuse, un flash et un appareil photo. Une boule se déplace lentement devant la réglette.

Si je prends une seule photo, j'aurai la "position" de la boule et celle de la trotteuse, mais pas de vitesse. Pour la vitesse il me faut une deuxième photo avec 2 nouvelles "positions" (boule et trotteuse). Avec ces 2 photos le plus rapprochées possible dans le temps, je peux *calculer* la vitesse. Mais je ne saurai pas à quelle date et donc à quelle position de la boule l'attribuer *exactement* : à t_1 et donc x_1 ?, à t_2 et donc x_2 ?, au milieu ?

On fixe ce point arbitrairement, par définition, en disant par ex. : un point qui parcourt entre les dates t et $t + \Delta t$ un chemin Δs est animé à la date t de la vitesse $v = \Delta s/\Delta t$.

La "solution mathématique" de ce problème est donnée par le calcul différentiel. C'est donc une solution limite, idéalisée (?) et pas de physique expérimentale. Il semble logique et très probable que cette solution limite corresponde à ce qui se passe dans la nature. Cela n'empêche que, pour connaître cette vitesse, le physicien doit intervenir à deux reprises (dans notre cas, 2 photos) dans le développement des évènements. Lors d'une expérience de microphysique, chaque intervention peut altérer sérieusement le déroulement naturel des événements.

On dit généralement qu'en mécanique classique on peut mesurer exactement la position d'un objet. Oui, peut-être, s'il ne bouge pas. S'il a aussi une vitesse, la chose n'est pas évidente. Sur notre première photo, la boule paraissait pratiquement immobile puisqu'elle se déplaçait lentement par rapport à la durée du flash qui est ici le temps de pose. L'utilisation d'un temps de pose plus court montrerait des images plus nettes de la boule et de la trotteuse. Mais si on raccourcit le temps de pose il arrive un moment où la plaque n'est plus impressionnée. Il est donc difficile de mesurer *exactement* la position, et plus encore, la vitesse d'un objet en mouvement.

Pour mesurer *exactement* la position d'un objet en mouvement il faudrait que le temps de mesure soit nul c'est-à-dire, que la trotteuse soit immobile. Puisque, par définition de mouvement, c'est dans un temps nul que l'objet parcourt une distance nulle. La mécanique classique *suppose* que rien ne s'oppose à la réalisation –au moins en pensée– de ces conditions, malgré la contradiction évidente consistant à vouloir mesurer "la" position d'un "mouvement", qui en fait est une succession *continue* de positions.

En plus, toute mesure est en dernière analyse un échange d'énergie et/ou de quantité de mouvement. Dans notre exemple, les mesures sont faites sur la plaque photographique. Une bouffée de photons issus du flash frappe la boule, la réglette et la trotteuse. Une partie de cette bouffée (disons l'énergie $\Delta_1 E$) est renvoyée sur la plaque photographique. Et ces échanges ne sont pas instantanés. Dans notre cas, pendant le laps de temps nécessaire à la mesure (disons, temps de pose $\Delta_1 t$, minimum pour impressionner la plaque), la boule et la trotteuse ont continué leurs mouvements. Dans ces conditions, il est difficile de donner la position exacte de la boule correspondant à une date exacte. Et encore plus pour le calcul de la vitesse, nécessaire pour prévoir une trajectoire, qui nécessite une deuxième mesure.

La théorie classique prétend que rien ne s'oppose à la réduction de $\Delta_1 E$ et de $\Delta_1 t$, au moins en pensée. Mais l'expérimentateur pousse de hauts cris puisqu'il est dépendant de la sensibilité de la plaque photographique ($\Delta_1 E$) et de la “décharge” du flash ($\Delta_1 t$).

Toutes ces considérations sont indépendantes du caractère quantique du monde physique. C'est-à-dire, qu'aux difficultés énoncées il faut ajouter celles provenant du fait que h, la constante de Planck, n'est pas nulle.

Du point de vue de la physique classique on peut transférer une quantité de mouvement Δp_x (dans la direction x) aussi petite qu'on veut ; et ce transfert se fait aussi pendant un parcours Δx, aussi petit qu'on veut : il n'y a pas de limite inférieure à l'action $\Delta p_x \cdot \Delta x$.

On pourrait *refaire* une hypothétique histoire de la physique moderne en disant : la mécanique quantique est née de la *constatation* qu'on *ne peut pas* transférer une quantité de mouvement Δp_x, pendant un parcours Δx tel, que l'action $\Delta p_x \cdot \Delta x < h$: il y a une limite inférieure. Ou encore, qu'on *ne peut pas* transférer une quantité d'énergie ΔE, dans un temps Δt tel que l'action $\Delta E \cdot \Delta t < h$.

C'est-à-dire, non seulement tout transfert de quantité de mouvement Δp_x doit se faire forcément le long d'un parcours Δx, comme en mécanique classique, [1] mais encore, le produit $\Delta p_x \cdot \Delta x$ a une limite inférieure –contrairement à ce que *suppose* la théorie classique. Et tout transfert d'énergie ΔE nécessite un certain temps Δt pour se faire, comme (pratiquement) en mécanique classique, mais encore, le produit $\Delta E \cdot \Delta t$ a une limite inférieure –contrairement à ce que *suppose* la théorie classique.

Une autre façon de dire la même chose. La mécanique quantique est née de l'observation que toute mesure est une interaction. C'est-à-dire, un transfert d'énergie et/ou de quantité de mouvement de l'objet à mesurer vers l'appareil de mesure (ou vice versa). Cette interaction nécessite un certain temps pour se faire, pendant lequel l'objet peut parcourir une certaine distance. Et alors on ne peut lui attribuer *exactement* ni une position ni une date correspondant tous deux à ce transfert : le transfert de l'énergie ΔE et/ou de la quantité de mouvement Δp_x, ne s'est fait ni à la date t_1, ni à l'endroit x_1, mais dans le laps de temps Δt et/ou le long du chemin Δx. (Un peu comme dans une course de

[1] Sauf quand une grande masse au repos est frappée par une petite masse : alors le recul peut être insignifiant. Situation qui est utilisée dans l'effet Mössbauer.

relais où, pendant un court instant, 2 coureurs tiennent le témoin (sinon il tomberait) en parcourant une courte distance).

Le temps Δt nécessaire au transfert de l'énergie ΔE est fréquemment regardé comme une "incertitude" quant à la date de ce transfert (supposé instantané). De même que le parcours Δx nécessaire au transfert de la quantité de mouvement Δp_x est fréquemment regardé comme une "incertitude" quant à l'endroit de ce transfert (supposé se faire en un point). A cause du caractère quantique de notre univers physique, on trouve qu'autant l'action $\Delta E \cdot \Delta t$, que l'action $\Delta p_x \cdot \Delta x$ ne peuvent être inférieures à h. C'est ce qu'expriment les inégalités de Heisenberg [2], obtenues par l'étude détaillée d'une mesure faite à l'aide d'un microscope.[2]

On voit donc que ces inégalités ont leurs racines dans la physique expérimentale et constituent, par leur limite inférieure h, un des socles incontournables de la mécanique quantique, c'est-à-dire de nos connaissances du monde physique.

Je voudrais encore rappeler que les 2 phrases : "nos connaissances des phénomènes physiques" et "la description du monde physique par la mécanique quantique" ont le même contenu, sont synonymes. C'est pour cela que la mécanique quantique ne pourra *jamais* être prise en défaut. A condition, bien sûr, de la débarrasser des "excroissances" plus ou moins fantaisistes qui encombrent beaucoup de manuels et qui sont le cauchemar des étudiants. Comme par exemple, le postulat de la "réduction du paquet d'ondes" [3].

Ce dernier paragraphe a un petit air provocateur. En fait il n'en est rien si on tient compte de l'évolution de notre interprétation de la physique depuis les années 20.

Au siècle dernier, l'ancienne théorie classique considérait que le domaine de validité des "lois de la physique" – c'est à-dire nos formules et équations – n'avait pas de limites, qu'il était en fait infini. A savoir, que ces "lois" étaient valables non seulement dans le domaine dans lequel les expériences de laboratoire ou les mesures cosmologiques, les avaient confirmées, mais qu'elles étaient vraiment universelles.

Au début de ce siècle nos connaissances du monde physique se sont considérablement élargies à la microphysique et aux très grandes vitesses,

---

[2] On peut aussi récrire les inégalités de Heisenberg avec les dispersions statistiques d'observables non compatibles. Si on utilise les "incertitudes moyennes" on trouve $h/4\pi$.

proches de celle de la lumière. Alors cette croyance dans l'universalité des lois a subi de rudes secousses et notre méthodologie post-classique a été obligée de limiter la validité de toutes les "lois", autant celles de la micro que celles de la macro physique, aux domaines dans lesquels elles ont été confirmées par des mesures. En dehors de ces domaines, il ne s'agit plus de physique proprement dite, mais d'hypothèses de travail ou, mieux, de spéculations sur le comportement éventuel de la nature [5]. C'est dans ce sens qu'on peut dire que la mécanique quantique ne pourra jamais être prise en défaut.

La même chose peut être affirmée de la physique classique moderne: le fait que la prévision de l'endroit correct où placer la cible dans un accélérateur de particules ne puisse pas se faire à l'aide de la physique classique, ne veut pas dire que cette physique est fausse, mais simplement que ce n'est plus de son domaine de validité. Et son domaine étant celui où elle a été confirmée par des mesures, la physique classique version moderne ne pourra jamais être prise en défaut.

Malheureusement, notre méthodologie post-classique n'est pas encore entrée dans les mœurs, et surtout, l'ensemble de ses règles ne figure pas encore dans la plupart des manuels. D'où un manque dans la formation des physiciens qui est à l'origine des quiproquos dont nous souffrons actuellement. Comme par ex., le paradoxe du chat de Schrödinger, le paradoxe EPR, les inégalités de Bell et leurs conséquences pseudo-physiques [6], la réduction du paquet d'ondes [4], la réversibilité du temps [5], etc.

Références

[1] G. Lochak, Ann. Fond. L. de Broglie, **14** (1989) 315, p. 317.
[2] W. Heisenberg, *Physikalische Prinzipien der Quantentheorie*, Hochschultaschenbücher-Verlag, Mannheim 1958, p. 11.
[3] D. Canals-Frau, Ann. Fond. L. de Broglie, **11** (1986) 301, p. 307.
[4] D. Canals-Frau, Ann. Fond. L. de Broglie, **13** (1988) 253.
[5] D. Canals-Frau, Ann. Fond. L. de Broglie, **12** (1988) 475, p. 477.
[6] D. Canals-Frau, Ann. Fond. L. de Broglie, **14** (1989) 263.

(Manuscrit reçu le 11 février 1990)