

Sur l'interprétation du théorème de Vaschy : dysharmonie entre le modèle coulombien du magnétisme et la théorie des circuits ampériens

O. COSTA DE BEAUREGARD

Institut Henri Poincaré
11 rue P. et M. Curie, 75005 Paris

RESUME. Correctement interprété, ce théorème (peu connu, mais aisé à démontrer) met en évidence une différence testable entre les modèles ampérien et coulombien du magnétisme, le premier seul étant compatible avec la magnétostatique des courants.

ABSTRACT. *Interpreted correctly, this (little known, but easily demonstrated) theorem displays a testable difference between the Amperian and Coulombian models of magnetism, the former only being compatible with the magnetostatics of currents.*

Le “Théorème de Vaschy”, cité sans référence bibliographique par Louis de Broglie [1] et par Marc Jouguet [2], énonce ceci : étant donné un système magnétostatique comprenant au moins un circuit ampérien C d'intensité constante I créant un champ $\vec{H}_c = \vec{\partial} \times \vec{A}$, et un aimant permanent coulombien permanent M créant un champ $\vec{H}_m = \vec{\partial} U$, l'intégrale volumique du produit scalaire $\vec{H}_c \cdot \vec{H}_m$ étendue à l'espace entier est nulle.

La démonstration est élémentaire, mais l'interprétation correcte diffère de celle qui est souvent énoncée.

La mutuelle énergie d'un tel système est certainement non nulle, sa variation étant expérimentable par déplacement relatif des deux éléments ; ce qu'a prouvé Vaschy est donc que la mutuelle énergie du système n'est pas exprimable comme un terme appartenant à la formule maxwellienne $H^2/4\pi$ de l'énergie du champ.

A cette première difficulté s'en ajoute une seconde : la valeur admise pour la mutuelle énergie d'un courant d'intensité I et des sources du champ extérieur $\vec{H}$ est $I\Phi$; si ces champs dérivent d'un potentiel vecteur $\vec{A}$, cette énergie est exprimable comme $I \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$, et, sous cette

forme, est interprétable comme localisée dans le courant. Mais cela n'est pas possible si $\vec{H}$ dérive d'un potentiel scalaire. Ainsi, ne pouvant être localisée ni dans le champ, ni dans le circuit, la mutuelle énergie *doit* alors être *entièrement* localisée dans l'aimant coulombien.

C'est là une conclusion difficile à accepter, mais qui peut en principe être testée.

Evidemment, la mutuelle énergie de deux dipôles coulombiens ou de deux mini-circuits ampériens de mêmes moments magnétiques $|M|$ est équipartie entre eux ; par contre, celle d'un dipôle coulombien et d'un mini-circuit ampérien serait entièrement contenue dans le dipôle ; la balance peut en principe trancher. Incidemment, il y a là un cas de *non-équivalence entre les schèmes coulombien et ampérien du magnétisme*.

Remarques complémentaires : Dans le contexte postulé par Vaschy, le flux Φ de $\vec{H}_m$ à travers deux surfaces appuyées sur le circuit C et ne coupant pas l'aimant sont égaux ; *en ce sens* la mutuelle énergie $I\Phi$ peut être considérée comme appartenant au courant. Mais si l'une des deux surfaces coupe l'aimant, les deux flux sont inégaux ; ladite mutuelle énergie serait donc placée dans l'aimant comme dans une banque, ne pouvant résider au domicile du courant.

Le couple appliqué à un feuillet magnétique d'intensité I à la première expression (1) ci-dessous ; la seconde est dérivable si, et *seulement* si $\vec{H} = \vec{\partial} \times \vec{A}$:

$$\vec{C} = I \int \int \vec{H} \cdot \vec{ds} = I \oint \vec{A} \cdot \vec{dl}; \quad (1)$$

encore un argument favorable au schème ampérien et défavorable au schème coulombien du magnétisme.

Conclusion

Le Théorème de Vaschy, dont la démonstration est simple et indiscutable, met en évidence une très grave dysharmonie entre le schème coulombien du magnétisme et la physique des courants ampériens. Il recommande avec une grande force persuasive le schème ampérien du magnétisme, comme étant consanguin à toute la physique des courants ampériens –ce qui n'a rien que de parfaitement naturel !

Références

- [1] L. de Broglie, *Portugaliae Physica* 3, 1949, 1-19.
- [2] M. Jouguet, *Traité d'Electricité Théorique*, Gauthier-Villars, 1968, pp. 200-201.

(Manuscrit reçu le 25 juin 1991)