

Sur l'interprétation de certaines propriétés des ondes évanescentes

R. DUTHEIL

Fondation Louis de Broglie
23, quai de Conti, 75006 Paris

RESUME.

Ce travail utilise des résultats établis antérieurement: équations de Klein-Gordon et de Dirac du genre temps et du genre espace dans le système de coordonnées du cône de lumière; en particulier, on a cherché une solution commune à l'équation de Dirac du genre temps et à celle du genre espace et on a obtenu une équation du premier ordre dont on démontre qu'elle est celle d'un photon.

On sait que les ondes évanescentes possèdent une vitesse de groupe supérieure à la vitesse c de la lumière dans le vide. En outre les décalages observés sur le faisceau réfléchi ont reçu des interprétations contradictoires.

Nous montrons qu'il peut exister des photons situés dans la région extérieure au cône de lumière du diélectrique et par rapport au référentiel lié au diélectrique: ces photons sont formellement "du genre espace". On est ainsi amené à considérer que la mesure de la vitesse de groupe supérieure à c est faite, non par rapport au référentiel du vide, mais par rapport au référentiel du diélectrique et nous démontrons que par rapport au référentiel du vide, cette vitesse est toujours inférieure à c .

L'analyse de la propagation de tels photons sur la surface d'un diélectrique nous conduit à montrer qu'il y a dissociation des directions des vitesses de phase et de groupe des ondes évanescentes, ce qui permet de retrouver de façon simple les décalages observés sur le faisceau réfléchi.

ABSTRACT. The evanescent waves are produced on the surface of a dielectric or a dioptr during total reflection on the surface of this dielectric : the waves are propagated on this surface with a group speed higher than that of light in a vacuum, and feature very special properties, such as the displacements observed on the reflected

beam. In this project, we give our interpretation of this group speed and these displacements using a photon model described in a previous paper, in which we analyzed the isomorphism of the $SO(3.1; C)$ and $SO(1.3; C)$ groups, from which it is possible to deduce two complete isomorphic Lorentz groups L_+^T and $L_+^{T'}$, which are respectively subluminal and superluminal with real metrics expressed in inherent coordinates of the respective signatures $(+ - - -)$ and $(- + ++)$. It was possible to find an operator belonging to $SO(2; C)$ and which would enable one to go from one of these groups to the other.

However, it was possible to define an operator [0] belonging to $SO(2; C)$ which enabled one to go from the 2×2 complex matrices λ^* maintaining the metric $(+-)$, with λ^* and $\lambda^{*'}$ belonging to $SO(2; C)$ and conjugated in $SO(2; C)$. From this we deduced the existence of two isomorphic, two-dimensional Lorentz sub-groups l_+^T and $l_+^{T'}$; from these results, and using a purely algebraic method, we redefined a new type of referential frame and new inherent coordinates (τ, ζ) identified with an IMF referential frame (Infinite Momentum Frame) and with the coordinates of the light cone. By writing the time-like and space-like Klein-Gordon and Dirac equations in this coordinate system (τ, ζ) we found a Dirac equation defining an IMF referential frame particle and helicity $|p\lambda\rangle$ with $\lambda = \pm 1$. The solutions to this spinorial equation could be identified with the components of the electromagnetic field tensor.

Using this model, we show in the present paper that, on the surface of a dielectric, there may exist photons situated in the area outside the dielectric's light cone and linked to the dielectric in relation to the referential frame. These photons may be formally considered as "space-like". This, one is logically and necessarily, and with no possible alternative, led to acknowledge that when the experimenter measures the speed of the group of evanescent waves, he is measuring –and this is inherent to the phenomenon– in relation to the dielectric's referential frame and not in relation to the vacuum's referential frame, as the evanescent waves always have a group speed lower than that of light in a vacuum; this is in keeping with the Zeeman Theorem's macrocausality.

Then, by analyzing the propagation of such photons on the surface of a dielectric, we find an essential phenomenon: the disassociation of the phase and group directions of evanescent waves, which makes it possible to rediscover in a simple manner the displacements observed on the reflected beam.

Nous tenons à exprimer toute notre gratitude à Monsieur le Professeur Lichnerowicz, Membre de l'Académie des Sciences; Professeur au Collège de France.

Non seulement il nous a prodigué ses conseils précieux de relativiste éminent, mais il nous a suggéré une idée essentielle : celle de référentiel lié au diélectrique par rapport auquel la vitesse de la lumière peut être supérieure à c , alors que par rapport au référentiel du vide, elle est toujours inférieure à c , ce qui est en accord avec le principe de macrocausalité et le caractère universel de la relativité.

Sans lui ce travail n'aurait pas pu être réalisé.

Qu'il trouve ici l'expression de notre admiration et de notre reconnaissance.

Introduction.

Dans un précédent travail [1], nous avons analysé l'isomorphisme des groupes $SO(3, 1; C)$ et $SO(1, 3; C)$ à partir desquels on peut déduire deux groupes complets de Lorentz isomorphes

$$L_+^T \quad \text{et} \quad L_+^{T'}$$

respectivement sous-lumineux et superlumineux [2,3,4,5,6,7] avec les métriques réelles exprimées en coordonnées inhérentes de signatures respectives $+ - - -$ et $- + + +$.

Nous montrons qu'il est impossible de trouver un opérateur faisant partie de $SO(4; C)$ et permettant de passer de l'un de ces groupes à l'autre. Par contre, il est possible de définir un opérateur [0] appartenant à $SO(2; C)$ qui permet de passer des 2×2 matrices complexes λ^* conservant la métrique $+ -$ aux 2×2 matrices complexes $\lambda^{*'} conservant la métrique $- +$.$

λ^* et $\lambda^{*'}$ appartenant à $SO(2; C)$ sont conjuguées dans $SO(2; C)$. On en déduit l'existence de deux sous-groupes de Lorentz isomorphes et à deux dimensions :

$$l_+^T \quad \text{et} \quad l_+^{T'}$$

conservant les métriques réelles de signatures respectives $+ -$ et $- +$. Ces deux sous-groupes des 2×2 matrices réelles λ et λ' sont conjugués.

A partir de ces résultats et par une méthode purement algébrique, nous définissons un nouveau type de référentiel et de nouvelles coordonnées inhérentes (τ, ζ) que nous pouvons identifier à un référentiel IMF (= Infinite Momentum Frame) et aux coordonnées du cône de lumières introduits par d'autres auteurs de manière différente [3].

Ecrivant ensuite les équations de Klein-Gordon et de Dirac du genre temps et du genre espace dans le système de coordonnées du cône de lumière, nous cherchons une solution commune et nous établissons une équation du premier ordre ou équation de Dirac définissant une particule dont le référentiel propre est du type IMF, ayant une hélicité

$$|p\lambda\rangle$$

telle que $\lambda = \pm 1$. D'autre part, les solutions de cette équation spinorielle peuvent être identifiées aux composantes du tenseur champ-électromagnétique. Dans ces conditions, nous pouvons utiliser ce modèle comme représentant un photon (1).

Dans le présent travail, nous nous servons d'un tel modèle pour interpréter certaines propriétés des ondes évanescentes. On sait que de telles ondes sont produites lors du phénomène de la réflexion totale sur la surface d'un diélectrique ou d'un dioptre et qu'elles se propagent sur cette surface avec une vitesse de groupe supérieure à la vitesse de la lumière dans le vide [9–12].

Ces ondes évanescentes présentent des propriétés spécifiques [9–12] très particulières : une première et importante propriété liée aux ondes évanescentes concerne les décalages observés sur le faisceau réfléchi : ces décalages ont reçu des interprétations [13,14,15,16] souvent contradictoires.

C'est à l'interprétation de ces décalages qu'est consacré ce travail : nous montrons que sur la surface d'un diélectrique, il peut exister des photons situés dans la région extérieure au cône de lumière du diélectrique et par rapport au référentiel lié au diélectrique. Ces photons peuvent être considérés formellement comme des photons "du genre espace". Nous sommes ainsi amenés d'une manière nécessaire et logique sans possibilité d'une autre alternative au fait que quand l'expérimentateur effectue une mesure de la vitesse de groupe des ondes évanescentes il l'effectue, et ceci est inhérent au phénomène, par rapport au référentiel du diélectrique, et non par rapport au référentiel du vide. Nous démontrons par ailleurs, que par rapport au référentiel du vide, le phénomène de l'onde évanescente présente toujours une vitesse inférieure à celle de la lumière dans le vide. Il en résulte que la macro-causalité exprimée sous forme relativiste par le Théorème de Zeeman [17] est respectée.

Dans ces conditions, l'analyse de la propagation de tels photons sur la surface d'un diélectrique nous conduit à trouver un phénomène

essentiel qui est la dissociation des directions des vitesses de phase et de groupe des ondes évanescentes, ce qui nous permet de retrouver de façon simple les décalages observés sur le faisceau réfléchi.

I. Sur la nature d'un photon à la surface d'un diélectrique.

Précédemment, nous avons décrit un modèle de particule dont le référentiel propre est du type IMF [1]. Dans le vide, et par rapport au référentiel IMF (τ, ζ, y', z') , l'analyse des équations K.G. du genre temps et du genre espace :

$$2 \frac{\partial}{c\partial\tau} \frac{\partial}{\partial\zeta} \psi = 2\partial_0\partial_1\psi = \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\psi \quad (1)$$

$$2 \frac{\partial}{c\partial\tau} \frac{\partial}{\partial\zeta} \tilde{\psi} = 2\partial_0\partial_1\tilde{\psi} = -\frac{m^2c^2}{\hbar^2}\tilde{\psi}' \quad (2)$$

conduit à trouver comme équation du premier ordre ou équation de Dirac du photon dans le référentiel (τ, ζ, y', z') ou $y' = y = 0$; $z' = z = 0$

$$[\Gamma_0\partial_0 + \Gamma_1\partial_1]\psi = 0 \quad (3)$$

avec

$$\Gamma_0 = 2\gamma_0 \quad , \quad \Gamma_1 = 2\gamma_1 \quad (4)$$

et

$$\gamma_0 = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma_1 = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (5)$$

L'équation (3) décrit en effet par rapport au référentiel IMF considéré, et dans le vide, une particule d'hélicité $|p\lambda\rangle$ avec $\lambda = \pm 1$ que l'on considère comme un modèle de photon. A l'équation (3) correspond l'équation du deuxième ordre

$$4 \frac{\partial}{c\partial\tau} \frac{\partial}{\partial\zeta} \psi = 0 \quad (6)$$

ou

$$4 \frac{\partial}{\partial\tau} \frac{\partial}{\partial\zeta} \psi = 0 \quad (7)$$

en prenant $c = 1$.

L'équation (3) est également susceptible de représenter un photon dans un diélectrique de permittivité ϵ . Soit en effet ϵ_0 la permittivité

du vide, ϵ celle du diélectrique. Nous supposons la perméabilité μ du diélectrique égale à celle μ_0 du vide. Nous avons

$$n = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^{1/2} \quad (8)$$

n étant supérieur à un ($n > 1$).

Les équations K.G. du genre temps et du genre espace s'écrivent pour le diélectrique et par rapport au référentiel IMF précédent :

$$2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi = 2 \partial_0 \partial_1 \psi = \frac{m^2}{n^3 \hbar^2} \psi \quad (9)$$

$$2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\psi} = 2 \partial_0 \partial_1 \tilde{\psi} = -\frac{m^2}{n^3 \hbar^2} \tilde{\psi} \quad (10)$$

en prenant $c = 1$. Nous poserons

$$\chi^2 = \frac{m^2}{\hbar^2} \quad , \quad \chi'^2 \chi'^2 = \frac{m^2}{n^3 \hbar^2} \quad , \quad \text{soit} \quad \chi = \frac{m}{k} \quad , \quad \chi' = \frac{m}{n^{3/2} \hbar} \quad (11)$$

Le raisonnement déjà utilisé (1) donne comme équation du premier ordre dans le diélectrique

$$[\Gamma_0 \partial_0 + \Gamma_1 \partial_1] \psi = 0 \quad (12)$$

Considérons maintenant l'équation (6). On peut l'obtenir en combinant linéairement (1) et (2) ou (9) et (10). Généralisons en considérant les systèmes

$$I2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi = \chi^2 \psi \quad (13)$$

$$2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\psi} = -\chi^2 \tilde{\psi} \quad (14)$$

$$II2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi = \chi'^2 \psi \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\psi} = -\chi'^2 \tilde{\psi} \quad (16)$$

D'une manière analogue, combinons linéairement (14) et (15) d'une part, et (13) et (16) d'autre part. Avec (14) et (15), nous obtenons la nouvelle équation

$$4 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\psi} = [-\chi^2 + \chi'^2] \tilde{\psi} \quad (17)$$

soit

$$4 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\psi} = -\frac{m^2}{\hbar^2} \left(1 - \frac{1}{n^3}\right) \tilde{\psi} = -\frac{M^2}{\hbar^2} \tilde{\psi} \quad (18)$$

en posant

$$M = m \left(1 - \frac{1}{n^3}\right)^{1/2} \quad (19)$$

M étant la “masse propre”. De même avec (13) et (16), nous obtenons

$$4 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi = [\chi^2 - \chi'^2] \psi \quad (20)$$

soit

$$4 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi = \frac{M^2}{\hbar^2} \psi \quad (21)$$

Par analogie avec l'équation (6), nous considérons l'équation

$$4 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi = \pm [\chi^2 - \chi'^2] \psi \quad (22)$$

comme l'équation du deuxième ordre généralisée d'un photon. Si $\chi = \chi'$, le photon est normal : on retrouve l'équation (6) correspondant à la propagation dans le vide ou à l'intérieur du diélectrique. Si $\chi \neq \chi'$, comme $n > 1$ et compte tenu de (19), le signe + dans (22) correspond à un photon du genre temps, le signe - à un photon “du genre espace”, ces deux particules ayant la même “masse propre”, M . L'équation (22) représente une particule que l'on peut identifier dans tous les cas à un photon : pour le photon “du genre espace”, par exemple, l'équation du premier ordre s'écrit :

$$[\Gamma_0 \partial_0 + \Gamma_1 \partial_1] \tilde{\psi} = iM/\hbar \tilde{\psi} \quad (23)$$

ou

$$[i\Gamma_0 \partial_0 + i\Gamma_1 \partial_1] \tilde{\psi} = -M/\hbar \tilde{\psi} \quad (24)$$

correspondant à une particule d'hélicité $|p\lambda\rangle$ avec $\lambda = \pm 1$.

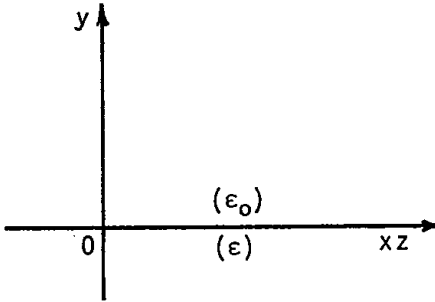


Figure 1.

Considérons maintenant (figure 1) la surface (xz) séparant la diélectrique du vide. Par analogie avec les phénomènes de tension interfaciale en chimie-physique, nous assimilerons cette surface à une interface ayant une face (ϵ_0) en rapport avec le vide de permittivité ϵ_0 et une face (ϵ) en rapport avec la diélectrique de permittivité ϵ . Si un photon se propage sur cette surface, on peut le considérer comme appartenant à la fois au milieu ϵ_0 et au milieu ϵ . Nous admettons que sur l'interface ce photon peut être décrit par l'équation

$$4 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \tilde{\psi} = -\frac{M^2}{\hbar^2} \tilde{\psi} \quad (25)$$

ou par l'équation

$$4 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi = -\frac{M^2}{\hbar^2} \psi \quad (26)$$

et les deux équations de Dirac correspondantes. Cependant, si l'on veut rester en accord avec le Théorème de Zeeman [17], l'équation (25) ne pourra être interprétée par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} ayant l'invariant de vitesse c , alors que ce sera possible pour l'équation (26). Par contre, nous pouvons interpréter l'équation (25) par rapport au référentiel R_ϵ associé au diélectrique et ayant comme invariant de vitesse $c' = c/n$. Par rapport à R_{ϵ_0} et R_ϵ les cônes de lumière respectifs ont les configurations ci-dessous (figures 2 et 3) :

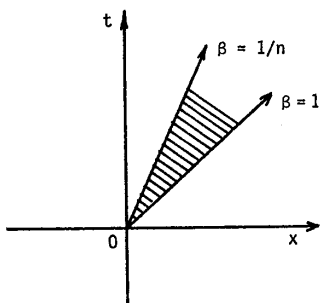


Figure 2. $\beta = v/c$ (R_{ϵ_0})

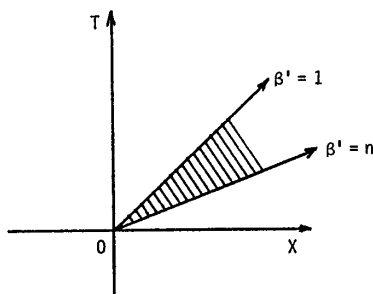


Figure 3. $\beta' = v'/c' = n\beta$ (R_{ϵ})

La partie commune aux deux cônes est du genre temps par rapport à R_{ϵ_0} , mais elle est située dans la région extérieure au cône du diélectrique par rapport à R_{ϵ} : tout se passe comme si, par rapport à R_{ϵ} , la partie commune était du “genre espace”. Insistons sur le fait qu’il ne s’agit là que d’une analogie formelle avec la région du genre espace extérieure au cône de lumière du vide défini par rapport à R_{ϵ_0} ; $\beta = 1/n$ définit une ligne d’univers du genre temps par rapport à R_{ϵ_0} et $\beta' = n$ une ligne d’univers qui est l’analogie formel d’une ligne d’univers du genre espace, par rapport à R_{ϵ} . Nous désignerons les lignes d’univers définies par rapport à R_{ϵ} et au cône du diélectrique sous les termes de lignes d’univers intérieures et extérieures au cône du diélectrique. Les lignes d’univers intérieures sont du genre temps, les lignes d’univers extérieures des analogues formelles de lignes d’univers du genre espace.

Dans ces conditions, il est possible de définir des lignes d’univers extérieures par rapport à R_{ϵ} pour toute valeur de β' , y compris pour l’ensemble des valeurs $\beta' > n$ définissant par rapport à R_{ϵ} des lignes d’univers situées en dehors de la partie commune aux deux cônes.

On voit alors que quand on définit les coefficients de Fresnel pour $\alpha' = n\alpha > 1$, c’est-à-dire pour un vecteur d’onde complexe dans le plan (xy) , l’angle $i'(\alpha' = \sin i')$ étant imaginaire, ou quand un expérimentateur mesure en O la vitesse du groupe initiale d’une onde évanescente dirigée suivant Ox et telle que

$$Vg = n\alpha c > c \tag{27}$$

une telle vitesse ne peut exister par rapport à R_{ϵ_0} où l’on a toujours

$$Vg < c \quad \text{ou} \quad \beta_g = \frac{Vg}{c} \leq 1$$

Par contre, par rapport à R_ϵ cette vitesse s'écrira :

$$Vg = n\alpha c = n^2\alpha c' \quad (28)$$

$$\beta'_g = n^2\alpha > n \quad (29)$$

et définit une ligne d'univers extérieure par rapport à R_ϵ (figure 4).

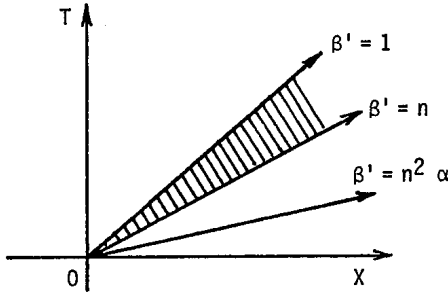


Figure 4.

En fait, quand l'expérimentateur écrit :

$$\beta = n\alpha > 1$$

il ne fait qu'exprimer la vitesse Vg par rapport à c , alors qu'en réalité elle est nécessairement mesurée par rapport à R_ϵ . Nous noterons ce fait en écrivant

$$\beta'_g = n^2\alpha = n\bar{\beta}_g > n \quad (30)$$

$$\bar{\beta}_g = n\alpha > 1 \quad (31)$$

L'expérimentateur fait donc nécessairement, et ceci d'une manière inhérente, la mesure de la vitesse de groupe de l'onde évanescente, non par rapport au référentiel de vide R_{ϵ_0} , mais par rapport au référentiel du diélectrique R_ϵ : tout se passe comme si, au moment de la mesure, l'expérimentateur était lié à R_ϵ . De la même manière, du reste, quand un observateur mesure la vitesse de la lumière dans le vide, soit c , tout se passe comme s'il était associé à un référentiel IMF du vide avec la métrique

$$d\sigma^2 = d\tau d\zeta + d\zeta d\tau = 0 \quad (32)$$

et faisait la mesure par rapport à ce référentiel, traduisant secondairement le résultat dans son repère ORF, à l'aide de ses coordonnées et de sa métrique spécifique.

Ce résultat résulte d'une nécessité logique et il ne peut exister d'autre alternative.

Dans ces conditions, il est clair que pour la mesure de la vitesse β'_g on peut considérer R_ϵ comme un référentiel de coordonnées (X, T) (figure 4) X, T étant des coordonnées inhérentes [4], la métrique associée étant de signature $(-+)$.

$$dS^2 = -c'^2 dT^2 + dX^2 > 0 \tag{33}$$

Le résultat est identique si l'on considère le référentiel IMF $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ du diélectrique correspondant à (X, T) où [1]

$$d\sigma^2 = -d\tilde{\tau}d\tilde{\zeta} - d\tilde{\zeta}d\tilde{\tau} > 0 \tag{34}$$

avec

$$d\tilde{\zeta} < 0 \quad , \quad d\tilde{\tau} > 0$$

Dans ces conditions, l'équation du deuxième ordre

$$4 \frac{\partial}{\partial \tilde{\tau}} \frac{\partial}{\partial \tilde{\zeta}} \tilde{\psi} = - \frac{M^2}{\hbar^2} \tilde{\psi} \tag{35}$$

et l'équation du premier ordre correspondante pourront représenter la propagation de l'onde évanescente sur l'interface, par rapport au référentiel IMF du diélectrique (τ, ζ) correspondant au référentiel (X, T) , c'est-à-dire que (35) doit s'écrire explicitement

$$4 \frac{\partial}{c' \partial \tilde{\tau}} \frac{\partial}{\partial \tilde{\zeta}} \tilde{\psi} = - \frac{M^2 c'^2}{\hbar^2} \tilde{\psi} \tag{36}$$

et l'équation du premier ordre correspondante

$$[\Gamma_0 \frac{\partial}{c' \partial \tilde{\tau}} + \Gamma_1 \frac{\partial}{\partial \tau \tilde{\zeta}}] \tilde{\psi} = \frac{i M c'}{\hbar} \tilde{\psi} \tag{37}$$

(36) est formée à l'aide des opérateurs quantiques [1] à partir de l'expression

$$4 \Pi \Pi^0 = -M^2 c'^2 \tag{38}$$

avec $\Pi < 0$; $\Pi^0 > 0$. Π et Π^0 étant les composantes du quadrivecteur impulsion-énergie dans le référentiel IMF $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ du diélectrique. Par

rapport au référentiel (X, T) du diélectrique correspondant à $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$, P et P^0 étant les composantes de ce quadrivecteur impulsion-énergie, nous aurons

$$(P)^2 - (P^0)^2 = -2\Pi\Pi^0 = \frac{1}{2}M^2c'^2 = M'^2c'^2 \quad (39)$$

$$M'^2 = \frac{1}{2}M^2 \quad (40)$$

et par rapport au référentiel (X, T) du diélectrique, on aura

$$(P^0)^2 = \frac{M'^2c'^2}{\beta_g'^2 - 1} = \frac{M'^2c^2/n^2}{n^2\bar{\beta}_g^2 - 1} \quad (41)$$

$$(P)^2 = \frac{M'^2\beta_g'^2c'^2}{\beta_g'^2 - 1} = \frac{M'^2\bar{\beta}_g^2c^2}{n^2\bar{\beta}_g^2 - 1} \quad (42)$$

Recherchons maintenant l'équation représentant la propagation du photon évanescant par rapport au référentiel IMF du vide (τ, ζ) de R_{ϵ_0} . Nous avons montré précédemment qu'il existe un opérateur [1]

$$[0] = \begin{pmatrix} o & i \\ i & o \end{pmatrix} \quad (43)$$

faisant partie du groupe $SO(2; C)$, qui est le groupe des 2×2 matrices complexes λ^* et $\lambda^{*'}$ conservant les métriques de signatures respectives $+-$ et $-+$; λ^* et $\lambda^{*'}$ sont conjuguées dans $SO(2; C)$. Il en résulte qu'il existe deux sous-groupes de Lorentz isomorphes et à deux dimensions

$$l_+^T \quad \text{et} \quad l_+^{T'}$$

conservant les métriques réelles de signatures $+-$ et $-+$ et que les deux sous-groupes des 2×2 matrices réelles λ et λ' sont conjugués.

Sur ces bases, nous avons établi l'existence des référentiels IMF et la possibilité de représenter dans un même référentiel IMF et dans les coordonnées du cône de lumière les deux ensembles de coordonnées liées dans des référentiels ordinaires respectivement aux sous-groupes l_+^T et $l_+^{T'}$ avec les signatures respectives des métriques $+-$ et $-+$.

Ceci étant, considérons le référentiel IMF du diélectrique $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ soit R_ϵ . Π et Π^0 correspondent à $l_+^{T'}$. Désignons par

$$\pi'^0 \quad \text{et} \quad \pi'$$

l'ensemble des valeurs correspondant dans $R_\epsilon(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ à l_\pm^T telles que

$$-4\Pi\Pi^0 = 4\pi'^0\pi' = M^2c'^2 \tag{44}$$

avec

$$\begin{aligned} \Pi^0 &> 0 \quad , \quad \Pi < 0 \\ \pi'^0 &> 0 \quad , \quad \pi' > 0 \end{aligned} \tag{45}$$

Si le référentiel IMF considéré est maintenant celui du vide $R_{\epsilon_0}(\tau, \zeta)$ nous devons écrire

$$4\pi'^0\pi' = M^2c'^2 = \frac{M^2c^2}{n^2} \tag{46}$$

soit en posant

$$\pi^0 = n\pi'_0 \quad , \quad \pi = n\pi' \tag{47}$$

π^0 et π représentent les composantes du quadrivecteur impulsion-énergie du photon évanescent par rapport au référentiel du vide $R_{\epsilon_0}(\tau, \zeta)$.

Par rapport à (τ, ζ) nous pouvons écrire

$$4\pi^0\pi = M^2c^2 \tag{48}$$

$$\pi^0 > 0 \quad , \quad \pi > 0 \tag{49}$$

Dans ces conditions, l'équation représentant la propagation de l'onde évanescente par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} s'obtiendra en remplaçant dans (48) π^0 et π par les opérateurs quantiques, ce qui donne comme équations du deuxième ordre et du premier ordre respectivement

$$4\frac{\partial}{c\partial\tau}\frac{\partial}{\partial\zeta}\psi = \frac{M^2c^2}{\hbar^2}\psi \tag{50}$$

$$[\Gamma_0\frac{\partial}{c\partial\tau} + \Gamma_1\frac{\partial}{\partial\zeta}]\psi = \frac{Mc}{\hbar}\psi \tag{51}$$

Or les équations (50) et (51) sont celles d'un photon du genre temps, ce qui signifie que par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} , la vitesse de groupe β_g de ce photon sera toujours inférieure à un, c'est-à-dire que l'on aura toujours :

$$v_g < c$$

et donc que le théorème de Zeeman [17] et la macrocausalité seront respectés par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} .

Remarquons que d'après (47) nous pouvons écrire

$$\pi'^0 = \frac{\pi^0}{n} \pi' = \frac{\pi}{n}$$

d'où l'on déduit par la transformation IMF-ORF [1]

$$p'^0 = \frac{p^0}{n} p' = \frac{p}{n} \quad (52)$$

D'autre part, nous pouvons écrire en utilisant l'opérateur [O]

$$\begin{pmatrix} p'^0 \\ p' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} o & i \\ i & o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P^0 \\ P \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad p'^0 = [i]P \quad , \quad p' = [i]P^0 \quad (53)$$

De (52) et (53) nous déduisons

$$\frac{p'}{p'^0} = \frac{p}{p^0} = \frac{P^0}{P} = \frac{1}{\beta'_g} \quad (54)$$

Or

$$\frac{p}{p^0} = \beta_g \quad (55)$$

donc

$$\beta_g = \frac{1}{\beta'_g} = \beta'_\phi \quad (56)$$

$$\beta'_g = \frac{1}{\beta_g} = \beta_\phi \quad (57)$$

β'_ϕ et β_ϕ désignant respectivement les vitesses de phase du photon extérieur au cône de lumière du diélectrique dans R_ϵ et du photon du genre temps dans R_{ϵ_0} .

II. Interprétation des décalages observés suivant x et y sur le faisceau réfléchi.

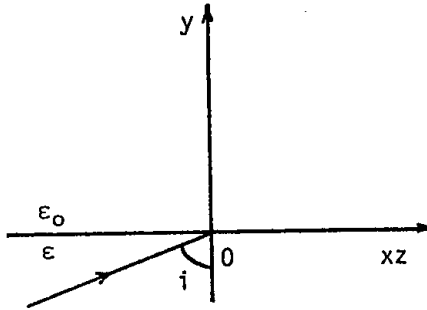


Figure 5.

Soit un rayon incident situé dans le plan (yox) arrivant en o sur la surface (xoz) du diélectrique (figure 5) dans les conditions de la réflexion totale, c'est-à-dire quand

$$\alpha' = n\alpha > 1 \quad , \quad \alpha = \sin i \tag{58}$$

On observe se propageant à partir de O une onde évanescente, dont le vecteur d'onde k situé dans le plan (yox) est complexe, faisant avec Oy l'angle imaginaire i' tel que

$$\sin i' = \alpha' = n\alpha > 1 \tag{59}$$

mais dont la composante k_x est réelle. Cette onde présente une vitesse de groupe initiale dirigée suivant Ox telle que

$$(v_g)_0 = n\alpha c > c \quad , \quad (\bar{\beta}_g)_0 = n\alpha > 1 \tag{60}$$

D'après la section I, la vitesse de groupe de cette onde évanescente est mesurée par rapport au référentiel du diélectrique R_e , soit (X, T) ou par rapport au référentiel INF $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ du diélectrique correspondant à (X, T) . Dans le référentiel $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ l'onde évanescente et le photon associé situé dans la région extérieure du cône de lumière du diélectrique sont décrits par l'équation du deuxième ordre

$$4 \frac{\partial}{c' \partial \tilde{\tau}} \frac{\partial}{\partial \tilde{\zeta}} \tilde{\psi} = - \frac{M^2 c'^2}{\hbar^2} \tilde{\psi} \tag{61}$$

et l'équation du premier ordre ou équation de Dirac

$$[\Gamma_0 \frac{\partial}{c' \partial \tilde{\tau}} + \Gamma_1 \frac{\partial}{\partial \tilde{\zeta}}] \tilde{\psi} = \frac{IMc'}{\hbar} \tilde{\psi} \quad (62)$$

ou

$$M^2 = m^2 [1 - \frac{1}{n^3}] \quad (63)$$

Or nous avons

$$(v_g)_0 = n\alpha c = n^2 \alpha c' \quad (64)$$

$$(\beta'_g)_0 = n^2 \alpha > n \quad (65)$$

$$(\beta'_g)_0 = n(\bar{\beta}_g)_0 \quad (66)$$

Dans ces conditions (63) peut s'écrire

$$M^2 = m^2 [1 - (\frac{n\alpha}{(\beta'_g)_0})^3] = m^2 [1 - (\alpha(\bar{\beta}_g)_0)^3] \quad (67)$$

$(\beta'_g)_0 = n(\bar{\beta}_g)_0 = n^2 \alpha$ représentant la vitesse de groupe initiale du photon en o . Nous supposons que d'une manière générale la vitesse du photon en O , comme nous le montrerons dans une prochaine communication,

$$\beta'_g = n\bar{\beta}_g \quad (68)$$

va constamment diminuer sous l'effet d'une force superficielle existant sur l'interface (Xz) et dirigée suivant OX . Il y a donc une diminution continue de β'_g à partir de la valeur initiale $(\beta'_g)_0$ pendant la propagation du photon suivant Ox , rapportée à (X, T) ou $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$.

En conséquence, la "masse propre" du photon sera :

$$M = m [1 - (\frac{n\alpha}{(\beta'_g)})^3]^{1/2} = m [1 - (\alpha\beta_g)^3]^{1/2} \quad (69)$$

Le photon évanescent sera donc représenté par l'équation (61) ou (62) avec la valeur (69) pour M . La valeur de M va constamment diminuer à partir de la valeur initiale (63) ou (67) pour devenir égale à zéro quand

$$\beta'_g = n\alpha$$

ou

$$\bar{\beta}_g = \alpha \quad (70)$$

Par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} , soit (x, t) ou le référentiel IMF correspondant à (x, t) , soit (τ, ζ) il y aura propagation le long de Ox d'un photon du genre temps, dont la vitesse d'après (56) (Section I) sera

$$\beta_g = \frac{1}{\beta'_g} = \beta'_\phi \quad , \quad (\beta_g)_0 = \frac{1}{n^2\alpha} = (\beta'_\phi)_0 \quad (71)$$

avec constamment

$$\beta_g < 1 \quad (72)$$

la vitesse, sous l'effet de la force superficielle existant sur l'interface (x, z) , envisagée précédemment, augmentant constamment de $(\beta_g)_0 = 1/n^2\alpha$ à $\beta_g = 1/n\alpha$.

Par rapport à (τ, ζ) de R_{ϵ_0} les équations du deuxième et premier ordre du photon seront respectivement

$$4 \frac{\partial}{c\partial\tau} \frac{\partial}{\partial\zeta} \psi = \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} \psi \quad (73)$$

$$[\Gamma_0 \frac{\partial}{c\partial\tau} + \Gamma_1 \frac{\partial}{\partial\zeta}] \psi = \frac{Mc}{\hbar} \psi$$

avec

$$M = m[1 - (n\alpha\beta_g)^3]^{1/2} \quad (74)$$

Analysons le phénomène d'une part par rapport au référentiel de mesure, c'est-à-dire le référentiel du diélectrique R_ϵ , soit (X, T) ou $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ et d'autre part par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} , soit (x, t) ou (τ, ζ) .

En O , le photon incident arrive sur la face (ϵ) de l'interface à la vitesse $c' = c/n$. Il est transmis sous forme d'un photon, dont la ligne d'univers par rapport à R_ϵ est dans la région extérieure du cône de lumière du diélectrique et se propageant suivant OX sur la face (ϵ_0) de l'interface (figure 6).

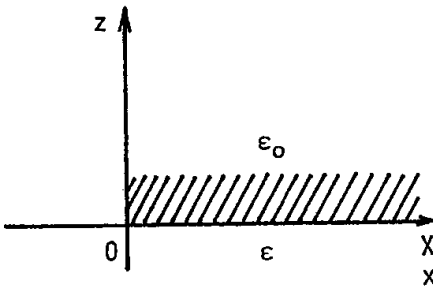


Figure 6.

Par rapport à (X, T) de R_ϵ sa vitesse initiale en O est

$$\beta'_g = n^2\alpha \quad (75)$$

Pour $\beta'_g = n$, soit $\bar{\beta} = \beta = 1$ nous avons

$$\beta_g = \frac{1}{n}$$

comme vitesse de groupe par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} , c'est-à-dire que pour les valeurs telles que

$$\beta'_g < n \quad \beta_g > \frac{1}{n} \quad (76)$$

les lignes d'univers sont dans la région commune au cône du vide et au cône du diélectrique (figure 7).

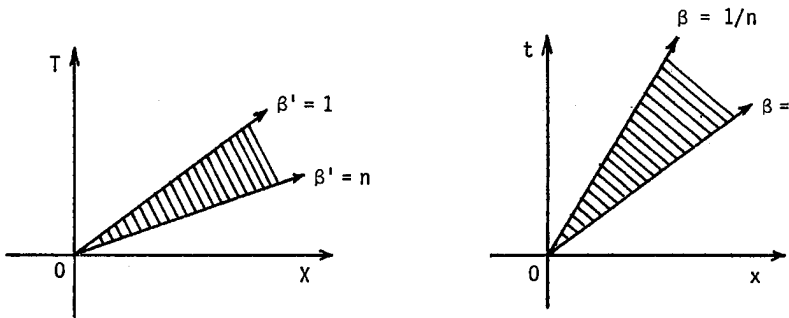


Figure 7.

Nous distinguerons donc un premier domaine de valeurs de la vitesse tel que

$$n^2\alpha > \beta'_g > n \quad (77)$$

et

$$\frac{1}{n^2\alpha} < \beta_g < \frac{1}{n} \quad (78)$$

où les lignes d'univers sont situées en dehors de la région commune aux deux cônes (figure 8).

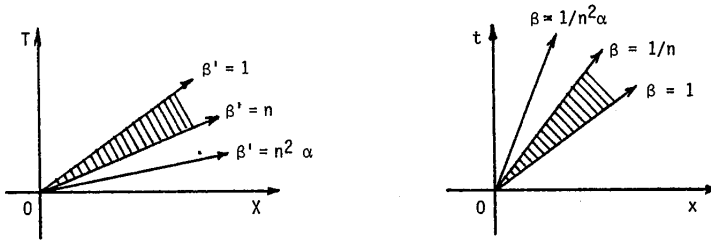


Figure 8.

Dans ce domaine et par rapport à R_ϵ , soit (X, T) , le photon se propage suivant OX avec une vitesse décroissante, mais toujours supérieure à nc' , c'est-à-dire à c , et la propagation a lieu sur la face (ϵ_0) de l'interface, alors que par rapport au référentiel de vide R_{ϵ_0} soit (x, y) , il se propage toujours sur la même face (ϵ_0) de l'interface suivant Ox (confondu avec OX , les notations x et X distinguant la nature différente des coordonnées), avec une vitesse croissante, mais toujours inférieure à c . Les vitesses de phase respectives

$$\beta'_\phi \quad \text{et} \quad \beta_\phi$$

soit dans ce domaine dirigées suivant OX (ou ox).

Pour $\beta'_g = n$, soit $\bar{\beta} = 1$, $\beta_g = 1/n$, on se trouve dans les limites de la région commune aux deux cônes.

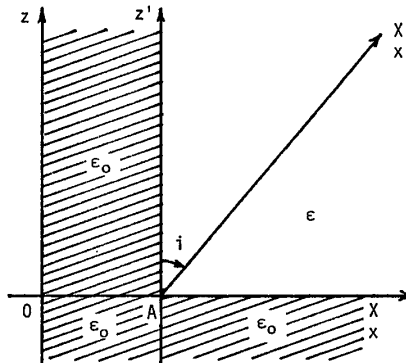


Figure 9.

Soit A (figure 9) le point de OX (et de ox) pour lequel

$$\beta'_g = n(\bar{\beta} = 1) \quad , \quad \beta_g = \frac{1}{n}$$

En A , le photon, toujours sur la face (ϵ_0) de l'interface et de vitesse $\beta'_g = n$ devrait avoir la vitesse

$$\beta_g = 1(v_g = c)$$

par rapport à $R_{\epsilon_0}(x, t)$. Or en fait cette vitesse a la valeur

$$\beta_g = \frac{1}{n}$$

Nous interprétons ce fait de la manière suivante : le photon doit nécessairement se trouver en A sur la "surface de séparation" des deux faces (ϵ_0) et (ϵ) de l'interface, c'est-à-dire AX (ou Ax), la normale en A à cette surface étant Az' . Le photon ne pouvant être observé par rapport à R_{ϵ_0} , soit (x, t) fait l'angle imaginaire i' avec Az' dans la face (ϵ_0) (ce qui signifie qu'il ne peut pas se propager par rapport à R_{ϵ_0}) et sera donc transmis de la face (ϵ_0) à la face (ϵ) de l'interface (figure 9) suivant la relation

$$\alpha' = \sin i' = n \sin i = n\alpha > 1 \quad (79)$$

qui est réversible (passage de (ϵ_0) à (ϵ) en A et non de (ϵ) à (ϵ_0) comme en O et par rapport au plan (yox)) et peut être appliquée à l'interface qui appartient par ses deux faces aux milieux ϵ_0 et ϵ . Le photon sera donc transmis suivant Ax' en faisant l'angle i ($\sin i = \alpha$) avec Az'

$$(Az', Ax') = i$$

sa vitesse initiale en A par rapport à R_{ϵ_0} étant

$$(\beta_g)_A = \frac{1}{n} \quad (80)$$

dirigée suivant Ax' . Pour

$$\frac{1}{n} < \beta_g < \frac{1}{n\alpha} \quad (81)$$

β_g sera dirigée dans la direction Ax' .

Par rapport à R_{ϵ_0} , la propagation de ce photon sera décrite par les équations du deuxième ordre et du premier ordre

$$4 \frac{\partial}{c\partial\tau} \frac{\partial}{\partial\zeta} \psi = \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} \psi$$

$$\begin{aligned}
 & \rightarrow x' \\
 & [\Gamma_0 \frac{\partial}{c\partial\tau} + \Gamma_1 \frac{\partial}{\partial\zeta}] \psi = \frac{Mc}{\hbar} \psi \\
 & \rightarrow x'
 \end{aligned} \tag{82}$$

mais le référentiel IMF (τ, ζ) de R_{ϵ_0} sera orienté dans la direction x' .

Par rapport au référentiel du diélectrique R_ϵ , $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ sera orienté dans la direction X' (confondue avec x'), les lignes d'univers du photon étant situées dans la région extérieure au cône de lumière du diélectrique, les équations du deuxième ordre et du premier ordre qui décrivent la propagation du photon seront

$$\begin{aligned}
 & 4 \frac{\partial}{c'\partial\tilde{\tau}} \frac{\partial}{\partial\tilde{\zeta}} \tilde{\psi} = \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} \tilde{\psi} \\
 & \rightarrow X' \\
 & [\Gamma_0 \frac{\partial}{c'\partial\tilde{\tau}} + \Gamma_1 \frac{\partial}{\partial\tilde{\zeta}}] \tilde{\psi} = \frac{iMc'}{\hbar} \tilde{\psi} \\
 & \rightarrow X'
 \end{aligned} \tag{83}$$

Par rapport à R_{ϵ_0} , à partir de A les vitesses β_g augmentent de $1/n$ à $1/n\alpha$, alors que par rapport à R_ϵ elles décroissent de n à $n\alpha$.

Les lignes d'univers sont dans la région commune aux deux cônes (figure 10).

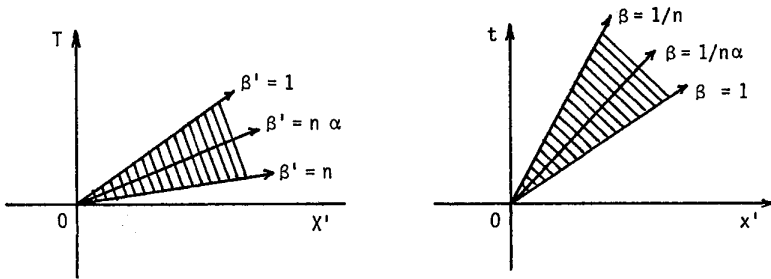


Figure 10.

Pour $\beta'_g < n$ et $\beta_g > 1/n$, il reste à interpréter les équations initiales où les référentiels IMF (τ, ζ) et $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ sont dirigés suivant Ox (ou OX). C'est ici qu'intervient le phénomène essentiel qui est donc la cause des

décalages observés sur le faisceau réfléchi, ce phénomène consistant en une dissociation à partir de A des directions des vitesses de groupe et des vitesses de phase. En effet à partir de A , les équations initiales en (τ, ζ) et $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$, les référentiels IMF étant toujours dirigés dans la direction (x) (ou X) doivent être interprétés par rapport aux vitesses de phase respectives, soit

$$(\beta_\phi)_A = n \quad , \quad (\beta'_\phi)_A = \frac{1}{n} \quad (84)$$

Ces vitesses de phase respectives sont dirigées suivant Ox (ou OX) alors que les vitesses de groupe respectives sont dirigées dans la direction Ax' (AX').

Dans ces conditions, pour

$$\beta'_g \leq n \quad \text{et} \quad \beta_g \geq \frac{1}{n}$$

les équations initiales en $(\tilde{\tau}, \tilde{\zeta})$ et (τ, ζ) représentent la propagation des ondes de phase respectives dans une direction parallèle à OX (ou Ox) soit

$$\begin{aligned} 4 \frac{\partial}{c' \partial \tilde{\tau}} \frac{\partial}{\partial \tilde{\zeta}} \tilde{\psi} &= - \frac{M^2 c'^2}{\hbar^2} \tilde{\psi} \\ &\rightarrow x \\ [\Gamma_0 \frac{\partial}{c' \partial \tilde{\tau}} + \Gamma_1 \frac{\partial}{\partial \tilde{\zeta}}] \tilde{\psi} &= \frac{IMc'}{\hbar} \tilde{\psi} \\ &\rightarrow X \end{aligned} \quad (85)$$

avec pour $\beta'_g \leq n$

$$M^2 = m^2 [1 - (n\alpha\beta'_\phi)^3] \quad (86)$$

et

$$\begin{aligned} 4 \frac{\partial}{c \partial \tau} \frac{\partial}{\partial \zeta} \psi &= \frac{M^2 c^2}{\hbar^2} \psi \\ &\rightarrow x \\ [\Gamma_0 \frac{\partial}{c \partial \tau} + \Gamma_1 \frac{\partial}{\partial \zeta}] \psi &= \frac{Mc}{\hbar} \psi \\ &\rightarrow x \end{aligned} \quad (87)$$

avec pour $\beta_g \geq 1/n$.

$$M^2 = m^2 [1 - (\frac{n\alpha}{\beta_\phi})^3] \quad (88)$$

Quand $\beta'_g = n\alpha$, soit $\beta_g = 1/n\alpha$, on a

$$M = 0 \tag{89}$$

ce qui entraîne d'après (41) et (42)

$$P^0 = P = 0 \tag{90}$$

et corrélativement

$$p^0 = p = 0 \tag{91}$$

p^0 et p étant les composantes par rapport à $R_{\epsilon_0}(x', t)$ du quadrivecteur d'impulsion-énergie du photon du genre temps : il n'y a donc plus de propagation sur la face (ϵ) de l'interface (figure 11).

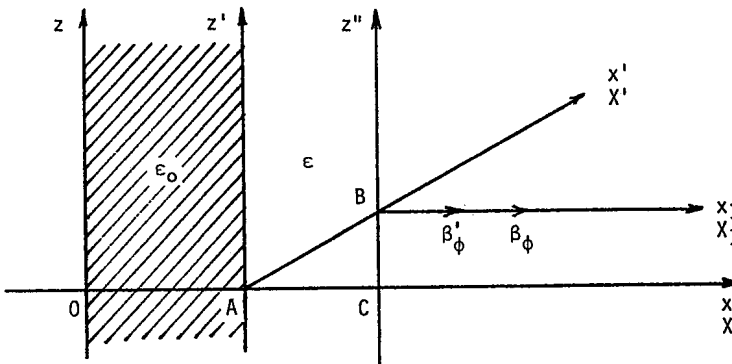


Figure 11.

On ne peut plus dans ces conditions interpréter les vitesses de groupe β'_g et β_g . Par contre (figure 11) si B désigne le point de OX' (ou ox') pour lequel

$$\beta'_g = n\alpha \tag{92}$$

soit

$$\beta_g = \frac{1}{n\alpha} \tag{93}$$

les vitesses de phase correspondantes, soit :

$$\beta'_\phi = \frac{1}{n\alpha} \tag{94}$$

$$\beta_\phi = n\alpha \tag{95}$$

sont parallèles à AX (ou Ax), donc dirigées suivant BX_1 (ou Bx_1) et elles ont la signification suivante : considérons (figure 12) en effet dans le plan Bx_1y_1 (ou BX_1y_1) tel que By_1 soit parallèle à Oy un photon se propageant à l'intérieur du diélectrique (ϵ) à partir de B , le vecteur d'onde faisant l'angle i ($\sin i = \alpha$) avec la normale By_1 .

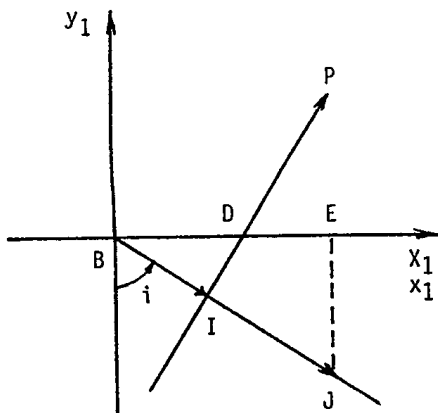


Figure 12.

Soit $1/n$ ($c' = c/n$ avec $c = 1$) la vitesse de groupe de ce photon et soit P l'onde plane passant par I telle que

$$BI = \frac{1}{n}$$

Cette onde coupe OX_1 (ou Ox_1) au point D tel que

$$BD = \frac{1}{n\alpha}$$

De même, soit n la vitesse de phase de ce photon telle que

$$BJ = n$$

La projection sur OX_1 (ou Ox_1) de BJ donne

$$BE = n\alpha$$

Nous pouvons donc identifier ce photon au photon réfléchi, d'où l'existence de deux décalages, un décalage suivant Ox_1 tel que

$$\bar{x} = OC$$

et un décalage suivant Oz (figure 11) tel que

$$\bar{z} = CB$$

Au cours de ce processus, où les décalages observés ont essentiellement pour cause la dissociation des directions des vitesses de phase et de groupe il y a conservation de l'énergie et de l'impulsion par rapport au référentiel du vide R_{ϵ_0} .

III. Sur la conservation de l'énergie et de l'impulsion par rapport à R_{ϵ_0} .

Dans le référentiel IMF associé au photon incident qui se propage dans le diélectrique, nous avons aussi bien par rapport à R_{ϵ_0} que par rapport à R_{ϵ}

$$\pi_i^0 = h \frac{\nu'}{c'} \times \sqrt{2} = h \frac{\nu}{c} \times \sqrt{2} = mc \times \sqrt{2} \quad (96)$$

$$\pi_i = 0$$

valeurs données par la transformation IMF-ORF avec

$$c' = \frac{c}{n} \quad , \quad \nu' = \frac{\nu}{n} \quad (97)$$

On peut schématiquement considérer que l'interface (x, z) du diélectrique contient N électrons par unité de surface, soit N_x électrons par unité de longueur sur Ox . En O se produit une interaction électron-photon incident : il y a annihilation du photon incident, l'électron passant d'un état d'impulsion à un autre état d'impulsion, et création d'un photon du genre temps, tel que par rapport au référentiel IMF (τ, ζ) de R_{ϵ_0} , dirigé initialement suivant ox , on a

$$4\pi^0 \pi = M^2 c^2 = m^2 c^2 [1 - (n\alpha\beta_g)^3] \quad (98)$$

avec comme vitesse de groupe initiale

$$(\beta_g)_0 = \frac{1}{n^2 \alpha}$$

D'une manière générale, on sait qu'on tient compte de l'interaction en ajoutant à l'hamiltonien du système un terme caractérisant l'énergie d'interaction, qui sera fonction des opérateurs de champ.

Nous pouvons ici très simplement écrire les équations de conservation, en remarquant d'abord que l'analyse de la valeur de

$$M^2 = [1 - (n\alpha\beta_g)^3] \quad (99)$$

montre que pour une valeur donnée de n , on peut avoir

$$\pi^0 > mc \times \sqrt{2}\pi^0 < mc \times \sqrt{2} \quad (100)$$

suivant les valeurs de $\alpha(n\alpha > 1)$.

Dans ces conditions désignons par rapport au référentiel IMF (τ, ζ) de R_{ϵ_0} dirigé initialement suivant Ox , par k_x la valeur de l'impulsion cédée au photon par l'électron dans la direction Ox entre O et A et par k^0 l'énergie cédée au photon incident par l'électron ou réciproquement à l'électron par le photon incident, suivant les deux possibilités (100). Les équations de conservation s'écrivent entre O et A

$$\pi^0 = \pi_i^0 \pm k^0 \pi = \pi_i + k_x = k_x \quad (101)$$

A partir de A , l'impulsion a la direction Ax' : l'équation (101) sera considérée par rapport au référentiel IMF (τ, ζ) de R_{ϵ_0} dirigée dans la direction Ax' , soit

$$\pi^0 = \pi_i^0 \pm k^0 \pi = \pi_i + k'_x = k'_x \quad (101')$$

Quand β_g varie de $1/n^2\alpha$ à $1/n\alpha$ en passant par la valeur $1/n$, valeur pour laquelle a lieu le changement de direction de la vitesse de groupe du photon, π^0 et π (de même que p^0 et p dans le système ORF correspondant à (τ, ζ)) diminuent constamment et deviennent nulles pour la valeur

$$\beta_g = \frac{1}{n\alpha} \quad (102)$$

car

$$M = 0 \quad (103)$$

On voit sur (101') que l'on a alors, puisque $\pi^0 = \pi = 0$

$$k^0 = \mp h \frac{\nu}{c} \times \sqrt{2} = \mp mc \times \sqrt{2}$$

$$k_{x'} = 0 \tag{104}$$

Le signe – dans (104) signifie qu'à la fin du processus l'électron a perdu l'énergie

$$h \frac{\nu}{c} \times \sqrt{2} = mc \times \sqrt{2}$$

mais a retrouvé en grandeur son impulsion initiale ; (104) correspond alors à l'émission du photon réfléchi. Le signe + correspond à la deuxième possibilité : à la fin du processus l'électron initial, ou un autre électron a acquis l'énergie supplémentaire.

$$h \frac{\nu}{c} \times \sqrt{2}$$

et le photon réfléchi est créé par une transition de l'électron revenant à son état fondamental.

Dans ces deux cas, dans le référentiel IMF correspondant au photon réfléchi, aussi bien par rapport à R_{ϵ_0} que par rapport à R_{ϵ} nous avons

$$\pi_r^0 = h \frac{\nu}{c} \times \sqrt{2} = mc \times \sqrt{2}$$

$$\pi_r = 0 \tag{105}$$

Il y a donc bien conservation de l'énergie et de l'impulsion par rapport à R_{ϵ_0} .

Cet article est la refonte d'une communication présentée par A. Lichnerowicz à la Société Royale des Sciences de Liège (R. Dutheil, Bull. Soc. Roy. Sc. Liège, **53**, 5, (1984).

Références

- [1] R. Dutheil, Bull. Soc. Royale Sciences, Liège, **53** (3-4), p. 129-142 (1984).
- [2] A. Rachman and R. Dutheil, Lett Nuovo Cimento, **8**, 611 (1973).
- [3] A. Rachman and R. Dutheil, Lett Nuovo Cimento, **8**, 893 (1973).
- [4] R. Dutheil et A. Rachman, Bull. Soc. Royale Sciences Liège, **47** (5-8), pp. 161-191 (1978).
- [5] R. Dutheil, *Théorie de la Relativité et Mécanique quantique dans la région du genre espace*, 215 p., Editions Derouhux, 10 place Saint-Jacques, Liège.
- [6] R. Dutheil, Ann. Fond. L. de Broglie, **15**, n°4, pp. 449-470, (1990).
- [7] R. Dutheil et J. Steyart, *Recent developments in gravitation world Scientific*, 5-9 september 1989, Proceedings in the Relativity Meeting of Barcelone, p. 423.

- [8] J. Kogut and L. Susskind, Physics Reports, Physics Letters C, **8**, 75 (1973).
- [9] S. Huard, *Interaction onde évanescente-atomes, mesure du quantum d'impulsion et mise en évidence de la polarisation de l'onde*. Thèse, Université Paris XI, 30 septembre 1977.
- [10] J.M. Vigoureux, Thèse Université Reims (1973).
- [11] F. Goos et H. Hachen, Ann. Phys. Lpz (6), 1, 333 (1947) ; Ann. Phys. Lpz (6), 5, (1949).
- [12] C. Imbert, Physics Letters **31A**, 337, (1970).
- [13] H.K. Lotsch, Optik **32**, 116 et 189 (1970) ; Optik **32**, 299 et 553 (1971).
- [14] O. Costa de Beauregard, Lett Nuovo Cimento **3**, 15, 613.
- [15] O. Costa de Beauregard et C. Imbert, Phys. Rev. D7, 3555 (1973).
- [16] O. Costa de Beauregard, C. Imbert et J. Ricard, Int. Journ. of Theor. Phys. **4**, 125, (1971).
- [17] E.C. Zeeman, Journ. of Math Phys. **5**, 490 (1964).

(Manuscrit reçu le 11 juillet 1990)