Annales de la Fondation Louis de Broglie, Volume 17, n° 3, 1992

Le problème quantique des systèmes comportant des particules de masse négative

J.P. Terletsky

Université de l'Amitié entre les Peuples, Chaire de Physique Théorique
Rue Miklukho-Makhlaï, B 302 Moscou - Russie

RESUME. Dans le cadre des règles quantiques habituelles, on résout le problème de l'interaction de deux particules de masses soit positives (positons) soit négatives (négatons). On examinera le cas de particules ayant des masses de signes opposés ou toutes deux négatives. Dans ce dernier cas, on examinera la possibilité d'atomes et de molécules de masse négative, ainsi que la possibilité d'une matière "négatonique" (par exemple de l'hydrogène moins) pénétrant dans une matière "positonique" avec une faible interaction.

ABSTRACT. The problem of interaction between two particles of positive (positons) or negative (negatons) mass is solved within the framework of usual quantum mechanical rules. Two cases will be investigated: particles having masses of opposite signs or both particles having negative masses. In that latter case, the possibility of atoms or molecules of negative mass will be investigated as well as the possibility of "negatonic" matter (for instance "hydrogen minus") entering into "positonic" matter with a weak interaction.

Considérons un système simple de deux particules de masses m_1 et m_2 de signe quelconque, c'est à dire consistant en positons ($m > 0$) ou en négatons ($m < 0$) ou les deux . Le problème quantique de tels systèmes ne se distingue pas, formellement, du problème quantique des systèmes formés seulement de positons ($m_1, m_2 > 0$). Ainsi, reprenant les calculs habituels des systèmes non relativistes, nous formerons le lagrangien d'un système formé d'une particule de masse m_1 et de coordonnées $\vec{r}_1$ et d'une particule de masse m_2 de coordonnées $\vec{r}_2$. On a donc:

$$L = \frac{m_1 \dot{\vec{r}}_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2 \dot{\vec{r}}_2^{\,2}}{2} - U(\mid \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \mid) \qquad (1)$$

où $U(r)$ est un potentiel d'interaction entre m_1 et m_2.

Dans le système du centre d'inertie $\vec{R}$ avec une distance mutuelle $\vec{r}$ où :

$$\vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad , \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \tag{2}$$

ce lagrangien s'écrira

$$L = \frac{M\dot{\vec{R}}^2}{2} + \frac{m\dot{\vec{r}}^2}{2} - U(r) \tag{3}$$

où

$$M = m_1 + m_2 \quad , \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \tag{4}$$

L'opérateur hamiltonien, comme dans le problème habituel, sera:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2M}\triangle_R - \frac{\hbar^2}{2\mu}\triangle_r + U(r) \tag{5}$$

où $\triangle_R$ et $\triangle_r$ sont les laplaciens en $\vec{R}$ et $\vec{r}$. Les masses m_1 et m_2 peuvent être de signes quelconques, ce que le formalisme quantique n'interdit pas.

L'équation de Schrödinger aura la forme habituelle

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{R},\vec{r},t) = \hat{H}\Psi(\vec{R},\vec{r},t) \tag{6}$$

et nous prendrons une fonction d'onde qui s'écrira

$$\Psi(\vec{R},\vec{r},t) = \Psi_R(\vec{R},t)\Psi_r(\vec{r},t) \tag{7}$$

où

$$\Psi_R(\vec{R},t) = e^{\frac{i}{\hbar}(E_R t - \vec{P}_R\vec{R})} \tag{8}$$

$$\Psi_r(\vec{r},t) = u(r)e^{\frac{i}{\hbar}\epsilon t}, \tag{9}$$

où

$$E_R = \frac{\vec{P}_R^2}{2M};$$

$\vec{P}_R$ est l'impulsion totale du système; $u(r)$ et ϵ sont respectivement une fonction propre et la valeur propre correspondante de l'équation de Schrödinger

$$[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\triangle_r + U(r)]u(r) = \epsilon u(r) \tag{10}$$

Dès les travaux de Schrödinger le cas $m_1 > 0$ et $m_2 > 0$ a été étudié complètement (c'est le cas du problème de Kepler). Nous examinerons deux autres cas: 1) $m_1 < 0$ et $m_2 < 0$ et 2) $m_1 > 0, m_2 < 0$.

Dans le premier cas, d'après (4), on a $M < 0$ et $\mu < 0$. Donc $E_R < 0$ et ϵ s'obtient en résolvant (10) avec des conditions aux limites normales. On devra écrire:

$$[-\frac{\hbar^2}{2 \mid \mu \mid}\triangle_2 - U(r)]u(r) = (-\epsilon)u(r) \tag{11}$$

On sait que, si $U(r) < 0$ (ainsi, pour l'atome d'hydrogène $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$) l'équation (10) a des solutions à valeurs propres ϵ négatives et discrètes. Alors l'équation (11), qui est identique à (10) avec $U(r) > 0$, aura des valeurs propres discrètes négatives $(-\epsilon)$, ce qui signifie que ϵ est positif.

Donc la mécanique quantique, pour $M < 0$ et $\mu < 0$, prévoit l'existence d'atomes à énergie de translation négative E_R et à énergie discrète interne ϵ positive. Ainsi, un atome négatonique hydrogénoïde avec $U(r) = +\frac{\alpha}{r}$ (au lieu du potentiel habituel $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$ avec $\alpha > 0$) pourra constituer un atome d'hydrogène moins ayant une énergie de translation négative ϵ_R - avec un spectre énergétique positif pour son énergie interne ϵ, avec $0 < \epsilon < \epsilon_{max}$.

Dans le second cas, si $m_1 > 0$ et $m_2 < 0$ on a deux possibilités: (2a) si $m_1 >\mid m_2 \mid$ c'est à dire d'après (4), $M > 0$ et $\mu < 0$ ou (2b) si $m_1 <\mid m_2 \mid$ c'est à dire $M < 0$ et $\mu > 0$. Dans le cas (2a) $E_r > 0$ et le spectre discret interne est $\epsilon > 0$ ne sera possible que si $U(r) > 0$, comme dans le premier cas $m_1 < 0, m_2 < 0$. Dans le cas (2b),$E_R < 0$ et un spectre discret $\epsilon < 0$ sont possibles avec $U(r) < 0$.

Ainsi, pour un système constitué d'un positon et d'un négaton, il est possible de trouver un atome hydrogénoïde ayant aussi bien une énergie cinétique positive de son centre de masse, avec une énergie interne négative si $U(r) > 0$, qu'une énergie cinétique négative du centre de masse avec un spectre discret interne négatif si $U(r) < 0$.

Prenons l'exemple du cas (2a), quand le positon et le négaton ont des charges électriques de même signe, c'est à dire $U(r) = \frac{e^2}{r}$. Alors

$$\epsilon_n = \frac{e^4 \mid \mu \mid}{2\hbar^2}\frac{1}{n}, n = n_r + \ell - 1, \tag{12}$$

c'est à dire $\epsilon_n > 0$ avec $\epsilon_{max} = \frac{e^4|\mu|}{2\hbar^2}$. Ainsi, le système dans son ensemble aura une énergie positive:

$$O < E < \frac{1}{2 \mid \triangle m \mid}(P_R^2 + \frac{e^4}{\hbar^2} m_1 \mid m_2 \mid), \tag{13}$$

où

$$\triangle m = m_1 - \mid m_2 \mid$$

Pour $P_R = 0$, c'est à dire un centre d'inertie immobile, on a

$$E_{max} = \frac{e^4}{2\hbar^2} \frac{m_1 \mid m_2 \mid}{\mid \triangle m \mid}, \tag{14}$$

qui peut devenir arbitrairement grand si $\triangle m$ est petit.

Un tel système ne peut être détruit en lui communiquant l'énergie positive d'un positon. Dans un tel processus, seule l'énergie cinétique du centre de masse sera augmentée, mais sans réaliser une désintégration par éloignement mutuel du positon et du négaton. Seul un négaton pourrait briser un tel système. En comptant que $\triangle m$ peut être très petit, c'est à dire que les masses m_1 et $\mid m_2 \mid$ peuvent être presque égales, E_{max} peut être très grand ($E_{max} \gg m_1 c^2, \mid m_2 \mid c^2$) et que le système ne pourra être détruit en le bombardant par un positon d'énergie quelconque, nous remarquons ici une surprenante analogie avec une particule constituée de quarks (grande énergie interne et impossibilité de séparer les quarks).

A notre avis, le cas le plus intéressant est celui d'un système formé de négatons avec $U(r) > 0$ (c'est le premier cas). Si les deux négatons (par exemple un proton-moins et un électron-moins) ont des charges imaginaires[1] opposées $(+ie, -ie)$, alors $U(r) = \frac{e^2}{r}$ et un tel système constitue un atome-moins d'hydrogène ayant une énergie cinétique négative et une énergie interne discrète positive. De tels atomes d'hydrogène-moins peuvent constituer des molécules-moins et posséder, en général, toutes les propriétés de l'hydrogène ordinaire avec une énergie négative, formant un gaz ou un liquide négatonique. Contrairement à l'hydrogène gazeux ou liquide ordinaires, un tel hydrogène négatonique ne sera pas comprimé sous l'effet de sa propre force de gravitation mais pourra être concentré sous l'effet du champ gravitationnel d'objets positoniques (planètes, étoiles, galaxies).

[1] Des charges imaginaires sont sources de quasi-champs avec une densité d'énergie négative

Il peut exister tout un monde d'atomes négatoniques ou de molécules de différente composition chimique analogue aux atomes et molécules positoniques habituels.

La principale objection contre l'hypothèse avancée ici, d'un monde négatonique consiste, comme on sait, dans l'interdit lancé par Dirac contre l'existence de particules à masses négatives, qui devraient, selon lui, collapser vers des niveaux énergétiques de plus en plus bas. Cette affirmation est empruntée aux lois de la thermodynamique, plus précisément, au postulat d'existence d'un état d'équilibre. Cependant, un système dynamique constitué de particules de masses positives et négatives n'obéit pas à ce postulat et ne constitue donc pas un système thermodynamique. Un tel système formé de positons et de négatons, ne peut être que quasithermodynamique, en ce sens que la partie positonique et la partie négatonique peuvent être considérées séparément comme des systèmes thermodynamiques mais seulement au cours d'un intervalle de temps inférieur au temps de relaxation imposé par l'interaction des positons et des négatons. D'après toutes les estimations, cette interaction est faible et le temps de relaxation est très long. Il est même possible que les négatons et les positons n'interagissent que par les forces de gravitation.

Ainsi, on peut considérer les positons comme se trouvant dans un état de quasi-équilibre à température positive T_+ et les négatons dans un quasi-équilibre à température négative T_-. Quant à l'interaction entre deux tels systèmes, elle ne peut conduire qu'à une hausse de T_+ et de T_- avec une vitesse qui dépend d'une petite constante d'interaction et de la concentration en négatons et en positons [3].

En vertu de ce qui précède, il paraît admissible de supposer que la Terre concentre dans son champ gravifique de l'hydrogène négatonique à assez basse température T_-, qui peut remplir l'espace qui nous entoure, pénétrant partout sans être décelable par une expérience ordinaire, sinon au cours d'expériences gravitationnelles particulières.

L'hypothèse d'un milieu environnant constitué de matière négatonique expliquerait bien des phénomènes mystérieux observables !

Références

[1] J.P. Terletsky, Journ. de Phys. Vol 23, N° 11, P. 910, (1962)
[2] J.P. Terletsky, Ann. Fond. Louis de Broglie, Vol 15, N° 1, P. 59, (1989)
[3] J.P. Terletsky, Ann. Fond. Louis de Broglie, Vol 17, N° 1, P. 75, (1982)

(Manuscrit reçu le 5 avril 1991)