La quantification est-elle un effet ondulatoire ?

P. Cornille

12, rue Maurice Ravel, 94440 Santeny France

RÉSUMÉ. Ce papier tente de clarifier l'origine de la constante de Planck $\hbar$. En introduisant le concept d'ondes stationnaires inhomogènes, on dérive les relations de Planck-Einstein $E = \hbar\omega$ et de De Broglie $\mathbf{P} = \hbar\mathbf{k}$ et on montre que la quantification résulte d'un effet ondulatoire.

ABSTRACT. This paper attempts to clarify the origin of quantization defined by the Planck's constant $\hbar$*. By introducing the concept of inhomogeneous standing waves, one can derive the Planck-Einstein relation* $E = \hbar\omega$ *and the De Broglie relation* $\mathbf{P} = \hbar\mathbf{k}$ *and explain why quantization can be interpreted as a wave effect.*

1. Introduction.

La mécanique quantique est une théorie qui est supposée décrire la compréhension que l'on a du fonctionnement de la nature. Depuis l'avènement de cette théorie dont la formulation remonte aux années 1920, aucun fait de la nature n'est venu contredire celle-ci. Aussi l'interprétation usuelle, dite de Copenhague, de cette théorie est largement acceptée par la communauté des physiciens. Cependant, certains physiciens sont insatisfaits par l'utilisation de cette théorie comme un outil de classification des phénomènes physiques. Les difficultés conceptuelles de la mécanique quantique proviennent essentiellement du principe de superposition qui permet à un système physique d'avoir un état dans le quel une grandeur n'a pas de valeur spécifique tant qu'aucune mesure n'a été effectuée. Par conséquent deux autres approches théoriques ont été envisagées dans le but d'éliminer ces difficultés.

La théorie des variables cachées a été initialement formulée par De Broglie pour résoudre ces difficultés. Cependant celui-ci renonça à sa tentative d'interprétation de la mécanique ondulatoire à cause de critiques formulées lors de la conférence de Solvay en 1927. Quoique, De Broglie [1,2] fit une autre tentative par la suite, c'est surtout Bohm [3-5] qui proposa en 1952 une théorie des variables cachées qui est une interprétation causale de la théorie quantique en opposition avec l'interprétation non déterministe de la mécanique quantique. En mécanique classique, une particule se déplace selon les lois données par Newton où la force dérive généralement d'un potentiel. Dans l'approche causale développée par Bohm, la particule est soumise à un potentiel quantique supplémentaire de la forme:

$$V(r) = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{\Delta R}{R} \quad R = |\Psi|^2 \tag{1}$$

L'électrodynamique stochastique a été développée par de nombreux physiciens [6-15] depuis trois décennies. Cette théorie peut expliquer la plus part des phénomènes quantiques, elle s'appuie sur la théorie de Maxwell-Lorentz de l'électrodynamique classique avec un postulat supplémentaire à savoir l'existence dans le vide d'un champ fluctuant ou champ du point zéro qui est identifié avec le champ électromagnétique fluctuant de l'électrodynamique quantique. L'opinion partagée par les auteurs travaillant sur cette approche est que celle-ci est capable d'expliquer tous les phénomènes quantiques sans avoir recours aux axiomes de la mécanique quantique. Les sujets analysés avec succès dans le cadre de cette approche comprennent la loi de Planck du rayonnement du corps noir, l'effet Casimir, le décalage de Lamb, les forces de Van de Walls, l'état fondamental de l'atome d'hydrogène pour donner quelques exemples.

On remarque que la constante de Planck $\hbar$ apparaît dans ces trois théories dans le rôle d'une constante dimensionnelle afin que ces théories coïncident avec les résultats expérimentaux. Aucune interprétation n'est donnée quand à la signification physique de cette constante et la raison pour laquelle celle-ci est nécessaire. Dans ce papier nous proposons une nouvelle interprétation de cette constante. En outre nous démontrerons que la quantification associée à cette constante résulte d'un effet ondulatoire à condition de postuler l'existence dans le vide d'ondes stationnaires inhomogènes. Dans ce cas, la constante de Planck apparaît comme un facteur d'échelle pour la déformation de ces ondes. On évoquera aussi dans ce papier le paradoxe de Landé par ce que la résolution de celui-ci conduira à la conclusion que les ondes de De Broglie peuvent être considérées comme des ondes physiques.

2. Continuité et discontinuité.

La nature nous procure deux espèces de grandeurs: une première espèce qui se mesure en nombre entiers et une seconde qui varie de manière continue. On peut citer, par exemple, la description analogique ou numérique d'un signal électronique. On sait aussi que la matière et le rayonnement présentent la même dualité puisque toutes les deux se comportent tantôt comme une onde tantôt comme une particule suivant les conditions expérimentales. La dualité onde-corpuscule est encore le problème non résolu de la mécanique quantique. Cependant si on veut décrire l'existence et le mouvement de la matière et du rayonnement dans le contexte d'une théorie ondulatoire, on se doit d'expliquer comment la quantification joue un rôle dans une telle approche.

La méthode de séparation des variables est la méthode la plus utilisée afin d'obtenir une solution explicite des équations différentielles. Par exemple, la solution générale de l'équation d'ondes en coordonnées sphériques a pour expression:

$$e^{j\omega t} Y_n^m(\theta,\varphi) Z_{n+1/2}(kr)/(kr)^{1/2} \tag{2}$$

où Y_n^m et $Z_{n+1/2}$ sont respectivement la fonction harmonique sphérique et la fonction de Bessel sphérique. Cette solution définit un ensemble d'ondes homogènes ou modes de Fourier-Bessel caractérisées par un ensemble de nombres appelés constantes de séparation qui sont le nombre d'onde k et les nombres entiers m et n. Une solution particulière du problème physique sera obtenue à partir d'une combinaison linéaire des modes qui satisfont les conditions initiales avec une sélection appropriée de ces modes qui soit consistante avec les conditions aux limites.

On sait que l'énergie et le moment angulaire d'un électron dans un atome d'hydrogène sont quantifiés et dépendent de nombres entiers reliés à la solution ci-dessus et de la constante de Planck $\hbar$. Par conséquent les nombres dit quantiques sont parfaitement compréhensibles du point de vue de la mécanique ondulatoire classique. Cependant la question de la signification de la quantification associée à la constante de Planck reste posée. Mathématiquement la dualité onde-corpuscule de la matière et du rayonnement sont décrites par les mêmes relations dites de Planck-Einstein et de De Broglie:

$$E = \hbar\omega \quad \mathbf{P} = \hbar\mathbf{k} \tag{3}$$

Ces relations associent l'énergie et l'impulsion d'une particule point avec la fréquence angulaire ω et le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ d'une onde plane. D'où une première contradiction entre le caractère localisé d'une particule et le caractère étendu d'une onde plane. De plus la constante de Planck implique une quantification de l'énergie et de la quantité de mouvement qui est vue comme une discontinuité du mouvement de la particule. Ce résultat est inattendu puisque une onde est par définition un phénomène continu. Un mode de Fourier défini par les variables $\mathbf{k}, \omega$ représente ce qu'on appelle une onde homogène par opposition avec les ondes inhomogènes où les variables $\mathbf{k}, \omega$ dépendent de l'espace et du temps.

Si le problème physique considéré possède des symétries spatiales ou temporelles, la solution dépendra d'un ensemble d'ondes homogènes caractérisées par les constantes de séparations. En général on est intéressé par un problème stationnaire, cependant la question se pose lorsque l'on passe d'un état stationnaire à un autre. Ce problème a été récemment étudié par Boudet [16, 17] dans le calcul du déplacement de Lamb où un courant périodique est créé durant le passage d'un état stationnaire à un autre. Le fait remarquable dans l'approche suivie par Boudet est que le calcul est effectué à partir de la théorie de Maxwell de manière exacte qui évite les intégrales divergentes et la nécessité d'utiliser les techniques de renormalisation. La constante de Planck est introduite dans le terme source à la fin du calcul comme un facteur dimensionnel.

La présence de deux constantes en physique: la constante de Planck $\hbar$ associée à la quantification de l'action et la constante q qui définit la charge élémentaire des particules chargées reste un problème non résolu de la physique moderne. Ces constantes ne sont pas indépendantes puisque elles interviennent dans la définition de la constante de structure fine $\alpha = q^2/\hbar c$ qui est un nombre sans dimension. Ces constantes sont à la base des trois principales théories qui gouvernent le monde physique, à savoir: la mécanique quantique, la relativité restreinte et l'électromagnétisme. Par conséquent l'existence de la constante de structure fine indique que les trois théories ci-dessus sont intimement liées entre elles. Nous pensons que ces constantes définissent les propriétés spatio- temporelles du vide considéré comme un milieu ondulatoire. En effet on démontrera que la quantification associée à la constante de Planck résulte d'un effet ondulatoire à la condition d'assumer la présence dans le vide d'ondes stationnaires inhomogènes.

3. Le concept de paquet d'ondes.

En physique classique, on considère les particules points comme des solutions localisées des équations du champ et par conséquent il est généralement supposé que les équations linéaires du champ n'admettent pas des solutions continues non singulières. Cependant la possibilité d'utiliser des solutions non singulières pour représenter les particules matérielles a été démontrée récemment par plusieurs auteurs [18-28]. Le concept de paquets d'ondes pour représenter des particules matérielles n'est pas nouveau puisque ce concept a été proposé initialement par De Broglie dans le but de combiner les aspects ondulatoire et corpusculaire de la matière. L'origine des ondes de matière a été établie par De Broglie en considérant le mouvement uniforme d'un paquet d'ondes guidé par les ondes pilotes se propageant dans le vide. Cependant De Broglie rencontra une difficulté liée à la dispersion des ondes de matière dans le vide qui fait qu'un paquet d'ondes s'élargit en fonction du temps. Il en a résulté que les recherches menées dans le cadre des théories linéaires concernant les solutions dites solitons furent rapidement abandonnées. Remarquons que la théorie de la mécanique quantique fait face au même problème puisque la fonction probabiliste qui représente une particule matérielle se disperse en fonction du temps. Récemment plusieurs auteurs [18-28] ont proposé des solitons qui sont des solutions non dispersives des équations de Klein-Gordon et de Dirac. Ceci est surprenant puisque les solutions solitons à énergie finie sont généralement obtenues à partir des équations non linéaires. Cornille [27] et Hillion [26] ont mis en évidence le fait que ces solutions ne pouvaient être obtenues qu'à partir d'une superposition d'ondes inhomogènes. La majorité des solutions paquets d'ondes proposées gardent un profil constant seulement pour des vitesses de déplacement constantes, ce qui est le cas des paquets d'ondes données par Barut [28] et Schwinger [19] qui sont solutions d'une équation de Klein-Gordon:

$$\Delta\Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = k_0^2\Phi \tag{4}$$

associée à une loi de dispersion de la forme:

$$\omega(\mathbf{k}) = c(\mathbf{k}^2 + k_0^2)^{1/2} \tag{5}$$

La solution de Barut ne s'étale pas en fonction du temps et possède en outre une énergie finie. Il a considéré un paquet d'ondes bâti avec des ondes homogènes ce qui est consistent avec le fait que la vitesse de groupe soit constante. La solution trouvée par Schwinger est telle que la quantité k_0^2 dépend de l'espace et du temps, dans ce cas cette solution ne peut pas être obtenue à partir d'une superposition d'ondes homogènes. La solution de Schwinger a été généralisée par Beil [20] pour une particule étendue qui se déplace avec une vitesse non uniforme. L'approche présentée dans ce papier diffère des travaux antérieurs dans le fait que pour représenter une particule matérielle sous la forme d'un paquet d'ondes nous considérerons la superposition d'ondes inhomogènes à la place d'ondes homogènes qui sont utilisées par la majorité des auteurs pour concevoir leurs solutions solitons. On supposera qu'une particule matérielle est vraiment un paquets d'ondes résultant de la superposition d'ondes scalaires classiques capables de se déformer en cours de mouvement. On examinera par la suite le comportement du mode principal quand le paquet d'ondes accélère. Il est intéressant de noter que Allis et Müller [29] furent les premiers à concevoir l'électron sous la forme d'un paquet d'ondes inhomogènes, plus récemment Ginzburg [30, p.325] proposa une approche similaire bâtie avec des modes de Fourier $e^{j\varphi}$ dont la phase est définie par la relation:

$$\varphi(\mathbf{r},t) = \int_{t_0}^{t} \omega(\mathbf{r},\tau)d\tau - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{k}(\mathbf{s},t_0)\cdot \mathbf{ds} \tag{6}$$

Or on démontre qu'un mode de Fourier inhomogène solution d'une équation de Klein-Gordon donne sous certaines conditions une loi de dispersion explicitée par l'équation [5] où la quantité k_0^2 est constante. Le concept d'ondes inhomogènes est utilisé largement dans de nombreux domaines de la physique sans le noter explicitement comme dans la mécanique quantique, dans les équations d'Hamilton de la théorie du rayon [33], dans le calcul de l'effet Doppler comme on l'exposera par la suite et dans l'effet Sagnac [34].

4. La quantification.

Une analogie avec la physique de l'état solide va nous permettre de déduire les relations relativistes de Einstein et de De Broglie exprimant la quantification de l'impulsion et de l'énergie d'une particule matérielle à partir d'un point de vue purement ondulatoire. En effet, l'équation du mouvement d'un électron dans un cristal a pour expression:

$$\vec{\mathbf{M}} \cdot \frac{\mathbf{dU}}{dt} = \mathbf{F} \tag{7}$$

où $\vec{\mathbf{M}}$ est la masse effective dyadique et $\mathbf{F}$ la force extérieure appliquée à l'électron qui semble être la seule force prise en compte. Cependant l'électron subit de très fortes actions de la part du réseau cristallin qui sont en fait cachées dans la définition de la masse effective. La vitesse de groupe du paquet d'ondes associé à l'électron a pour valeur:

$$\mathbf{U} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E}{\partial \mathbf{k}} \tag{8}$$

où $E(\mathbf{k})$ est l'énergie de l'électron en fonction du vecteur d'ondes. Les composantes de la masse dyadique inverse se calculent à partir de la relation:

$$M_{ij}^{-1} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \tag{9}$$

L'équation de la dynamique relativiste pour une particule de masse au repos m_0 soumise à une force $\mathbf{F}$ a pour expression:

$$\frac{d}{dt}(m_0 \gamma \mathbf{U}) = \mathbf{F} \tag{10}$$

avec la définition $\gamma^2 = (1 - U^2/c^2)^{-1}$ qui nous permet de calculer l'identité:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\gamma^3}{c^2}\frac{d}{dt}(\frac{U^2}{2}) \tag{11}$$

En utilisant l'identité ci-dessus, on peut réécrire l'équation de la dynamique sous une forme dyadique:

$$\frac{\mathbf{dU}}{dt} = \vec{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \mathbf{F} \quad \vec{\mathbf{M}} \cdot \frac{\mathbf{dU}}{dt} = \mathbf{F} \tag{12}$$

où les masses dyadiques directe et inverse ont pour définition:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{M}} &= m_0 \gamma (\vec{\mathbf{I}} + \frac{\gamma^2}{c^2}\mathbf{UU}) \\ \vec{\mathbf{M}}^{-1} &= \frac{1}{m_0 \gamma}(\vec{\mathbf{I}} - \frac{1}{c^2}\mathbf{UU}) \end{aligned} \tag{13}$$

où $\vec{\mathbf{I}}$ est la dyade unité. L'expression ci-dessus montre que dans le cas général, l'accélération n'est pas colinéaire à la force appliquée. En outre le fait que la vitesse d'une particule matérielle soumise à une force constante n'augmente pas linéairement en fonction du temps signifie que celle-ci est soumise à une force résistante de la part du milieu. En physique des solides cette force interne a pour origine l'action de l'ensemble du réseau cristallin formé par les ions. Le concept de masse effective résulte donc de l'effet combiné des forces externe et interne appliquées à l'électron qui se traduit par le caractère dyadique de cette masse. Par analogie avec la physique du solide, on peut considérer que la masse dyadique relativiste d'un électron en mouvement dans le vide résulte donc de l'effet combiné de la force appliquée et d'une force résistante dépendante de la vitesse. L'analogie entre la physique de l'état solide et le vide est un concept utile qui a été utilisé [36] pour expliquer la mer des électrons de Dirac en assumant que le vide se comporte comme un semi-conducteur avec deux bandes séparées par un saut d'énergie $2m_0c^2$.

Dans un article intéressant, Crawford [35] dérive la relation de De Broglie à partir de l'effet Doppler en considérant la collision élastique d'un électron avec un miroir massique et en utilisant les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion. Dans cette approche, Crawford met en évidence le concept d'ondes inhomogènes sans le dire explicitement. L'approche présentée ci- dessous diffère de celle suivie par Crawford car elle s'appuie sur un raisonnement direct sur le concept ondulatoire indépendamment de toute considération sur les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion.

Supposons maintenant qu'une particule matérielle soit constituée d'ondes stationnaires vérifiant une relation de dispersion dans le vide de la forme:

$$\omega(\mathbf{k}) = c(\mathbf{k}^2 + k_0^2)^{1/2} \tag{14}$$

La vitesse de groupe pour un paquet d'ondes décrit par la loi de dispersion ci-dessus a pour expression:

$$\mathbf{U} = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = c^2 \frac{\mathbf{k}}{\omega} \tag{15}$$

A partir de l'équation précédente, on obtient les relations suivantes $\omega = c^2 k/U$ et $\gamma = \omega/ck_0$ qui impliquent l'égalité $\gamma U = ck/k_0$. Or la grandeur k_0 est un paramètre dont la valeur n'est pas fixée *a priori*, il s'ensuit que l'identification $\hbar = m_0 c/k_0$ ne permet pas de justifier que la constante de Planck $\hbar$ est une constante puisque celle-ci dépend de deux paramètres m_0 et k_0. Pour démontrer la relation de De Broglie, calculons maintenant la quantité:

$$\frac{\partial U_i}{\partial k_j} = \frac{c^2}{\omega}(\delta_{ij} - \frac{1}{c^2}U_i U_j) \tag{16}$$

Par définition, on a:

$$dU_i = \sum_j \frac{\partial U_i}{\partial k_j} dk_j$$

d'où:

$$\mathbf{dU} = \frac{c^2}{\omega}(\vec{\mathbf{I}} - \frac{1}{c^2}\mathbf{UU}) \cdot \mathbf{dk} \tag{17}$$

D'autre part en utilisant l'identité [11], on obtient:

$$\mathbf{d}(\gamma\mathbf{U}) = \gamma(\vec{\mathbf{I}} + \frac{\gamma^2}{c^2}\mathbf{UU}) \cdot \mathbf{dU} \tag{18}$$

Après substitution de la relation [17] définissant $\mathbf{dU}$ dans l'équation ci-dessus, il en résulte la relation:

$$\mathbf{d}(\gamma\mathbf{U}) = \frac{\gamma c^2}{\omega}\mathbf{dk} \tag{19}$$

L'équation [15] nous permet de réécrire l'équation ci-dessus sous la forme:

$$d(\gamma U_i) = \frac{\gamma c^2}{\omega} dk_i = \gamma U_i \frac{dk_i}{k_i} \tag{20}$$

Il en résulte l'équation différentielle $d[\ln(\gamma U_i/k_i)] = 0$ dont l'intégration conduit à la relation $\gamma\mathbf{U}_i = Cte_i\mathbf{k}_i$. On peut maintenant utiliser la relation $\gamma U = ck/k_0$ pour prouver que les Cte_i sont identiques, il s'ensuit la relation $\gamma\mathbf{U} = Cte\,\mathbf{k}$ où la constante d'intégration Cte est indépendante de k_0 et peut maintenant être choisie égale à $\hbar/m_0$ afin de retrouver la relation de De Broglie. Il s'ensuit que la constante $\hbar$ est une simple constante d'intégration. L'équation différentielle ci-dessus implique donc la quantification de la vitesse durant le processus d'accélération de la particule. Ce point de vue est confirmé par les expériences de Jennison [53] sur le mouvement d'ondes stationnaires piégées dans une cavité qui sera examiné à nouveau lorsque nous aborderons l'étude de la relation existante entre les ondes de matière et les ondes inhomogènes.

Pour obtenir la condition de quantification de Planck, il suffit de calculer la variation de l'énergie cinétique par rapport à ω qui nous est donnée par l'équation:

$$\frac{d}{d\omega}\frac{U^2}{2} = \frac{d}{d\omega}\frac{c^4k^2}{2\omega^2} \tag{21}$$

après calcul, on obtient une première relation:

$$\gamma^3 d(\frac{U^2}{2}) = \gamma c^2 \frac{d\omega}{\omega} \tag{22}$$

L'identité [11] nous donne une seconde relation:

$$\gamma^3 d(\frac{U^2}{2}) = d(\gamma c^2) \tag{23}$$

L'élimination de la variation de l'énergie cinétique entre les deux équations ci-dessus nous donne l'équation $d[\ln(\gamma c^2/\omega)] = 0$ qui implique une seconde condition de quantification $m_0\gamma c^2 = \hbar\omega$.

On note que l'équation [9] nous permet de retrouver un résultat bien connu de la physique électronique des solides, à savoir que la masse dyadique inverse a pour expression:

$$M_{ij}^{-1} = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial^2\omega}{\partial k_i \partial k_j} = \frac{c^2}{\hbar\omega}(\delta_{ij} - \frac{1}{c^2}U_iU_j) \tag{24}$$

En vertu de la seconde condition de quantification, la définition ci-dessus n'est autre que l'équation [13]. A partir de l'équation ci- dessus, on peut calculer la masse effective d'une particule qui permet de retrouver les masses relativistes longitudinale $m_L^* = \gamma^3 m_0$ et transverse $m_T^* = \gamma m_0$ après diagonalisation de la matrice démontrant ainsi la consistance de cette approche.

Si on assume maintenant que les grandeurs $\mathbf{k}$ et ω sont des fonctions implicites du temps, alors les ondes associées au paquet d'ondes sont des ondes inhomogènes. Il s'ensuit que l'accélération d'une particule matérielle est liée à la dispersion du vide et au concept d'onde inhomogène puisque l'on a:

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_j \frac{\partial^2\omega}{\partial k_i \partial k_j}\frac{dk_j}{dt} \neq 0 \tag{25}$$

L'équation ci-dessus implique donc que l'accélération d'une particule sera différente de zéro seulement si les ondes de matière dans le vide considéré comme un milieu ondulatoire sont dispersives.

Les relations de quantification qui ont été obtenues en considérant l'accélération d'une particule matérielle en fonction des variables $\mathbf{k}, \omega$ seront précisément les relations de Planck- Einstein et de De Broglie à la condition d'utiliser une identité bien connue de la théorie du rayon:

$$\mathbf{U} = \frac{\mathbf{dr}}{dt} = \frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}} \tag{26}$$

Il résulte de l'identité ci-dessus que la vitesse de groupe des ondes de matière est égale à la vitesse de la particule dont le mouvement est gouverné par celles-ci. L'hypothèse avancée par De Broglie est donc consistante, cependant Molcho [33] a démontré que l'identité précédente n'est pas toujours vérifiée.

La quantification résulte donc de la déformation des ondes stationnaires associées à la particule lors de l'accélération de celle-ci. Cette déformation ne peut pas être quelconque si on veut préserver le caractère oscillatoire des ondes stationnaires. Il est donc particulièrement remarquable de retrouver ici le concept des ondes inhomogènes introduit dans l'interprétation de la transformation de Lorentz [44]. Il n'y a donc pas d'effet quantique au sens habituel de ce terme donné dans la littérature. De plus cette quantification ne résulte certainement pas d'une incertitude (principe d'incertitude de Heisenberg) sur le paquet d'ondes qui représente la particule ni d'un effet de mesure dû à l'interaction de l'appareil de mesure sur la chose mesurée. Tout simplement il faut un temps minimum pour permettre aux ondes de se propager et de se déformer. Dans plusieurs articles [27, 32] nous abordons la manière dont la particule sous la forme d'un paquet d'ondes peut intégrer la structure d'un champ quantifié dans le cadre d'une approche théorique non dualiste de la matière et du rayonnement. Nous reviendrons sur ce problème lorsque nous étudierons la signification des ondes de matière.

5. Le paradoxe de Landé et l'effet Doppler.

Landé [38, 39], dans une revue critique des fondements de la mécanique quantique, affirme que la relation De Broglie $\mathbf{P}_0 = \hbar\mathbf{k}_0$ est incompatible avec la relativité Galiléenne puisque dans une transformation de Galilée, l'impulsion change selon la formule:

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{P} - m_0\mathbf{U} \tag{27}$$

tandis que le vecteur nombre d'onde $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}$ reste inchangé dans la transformation, d'où le paradoxe. Pour résoudre ce paradoxe, il est nécessaire de passer en revue la signification de l'effet Doppler qui ne peut pas être interprété comme un effet de vitesse résultant d'une transformation de Galilée contrairement à ce qui est affirmé dans certains livres. Par exemple l'effet Doppler est expliqué dans le livre de Mme Tonnelat [40, p.96] comme le résultat d'un changement de référentiel accompagné d'une transformation de Galilée qui pour un terme phase a pour expression:

$$\omega_0 = \omega - \mathbf{U} \cdot \mathbf{k} \quad \mathbf{k}_0 = \mathbf{k} \tag{28}$$

Sachant que $\omega = \mathbf{U}_0 \cdot \mathbf{k}$, on obtient à partir des relations ci-dessus la loi classique de composition des vitesses:

$$\mathbf{U}_0 = \mathbf{c} + \mathbf{U} \tag{29}$$

où $\mathbf{U}_0$ est la vitesse de l'onde reçue par l'observateur dans le cadre de la théorie balistique et $\mathbf{c}$ la vitesse de l'onde émise par la source mobile. On sait par expérience que la vitesse $\mathbf{c}$ de propagation d'une onde sonore est indépendante de la vitesse de la source, par conséquent l'effet Doppler classique pour une onde est bien donné par la formule:

$$\omega_0 = \omega - \mathbf{U} \cdot \mathbf{k} \tag{30}$$

avec maintenant la condition $\mathbf{k} = (\omega/c^2)\mathbf{c}$, dans ce cas on obtient une seconde relation qui met en évidence un changement de longueur d'onde non pris en compte dans une transformation de Galilée:

$$\mathbf{k}_0 = \mathbf{k} - \frac{\omega}{c^2}\mathbf{U} \tag{31}$$

Si on substitue la valeur de $\mathbf{k}$ dans l'équation [30], il s'ensuit:

$$\omega_0 = \omega - \mathbf{U} \cdot \mathbf{k}_0 - \omega\frac{\mathbf{U}^2}{c^2} \tag{32}$$

qui montre que l'effet Doppler calculé à partir d'une transformation de Galilée diffère de l'effet Doppler véritable par un terme du second ordre en U^2/c^2. La différence est facilement compréhensible si on note que le concept d'onde est étranger à la mécanique de Newton puisque les interactions entre particules se propagent avec une vitesse infinie. De plus il est important de remarquer que la vitesse $\mathbf{c}$ d'une onde émise sera indépendant de la vitesse de la source $\mathbf{U}$ seulement si les variables $\mathbf{k}, \omega$ varient simultanément par rapport au temps durant la phase d'accélération de la source définissant ainsi une onde inhomogène. L'effet Doppler est donc le résultat d'une déformation de l'onde émise induite par le milieu. Par conséquent l'effet Doppler peut être interprété comme un effet d'accélération associé à la déformation de l'onde et ne résulte pas d'un effet de vitesse. La déformation de l'onde restera acquise et gardera une forme constante dés que l'accélération de la source cesse. Bruce [41] a aussi montré la nécessité de prendre en compte les modifications de la fréquence angulaire ω et du vecteur nombre d'ondes $\mathbf{k}$ pour concevoir un paquet d'ondes qui garde son profil durant son mouvement.

Nous sommes maintenant en mesure d'expliquer le paradoxe de Landé et l'interprétation qui en a été faite par Levy-Leblond [42]. En effet si on multiplie la formule [31] par la constante de Planck et utilise les relations de Planck-Einstein et de De Broglie, on obtient:

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{P} - \frac{E}{c^2}\mathbf{U} = \mathbf{P} - m_0\mathbf{U} \tag{33}$$

ce qui clarifie le paradoxe mis en évidence par Landé.

Dans un article remarquable, Wignall [43] souligne que la transformation de Galilée n'est pas la limite classique de la transformation de Lorentz. Wignall obtient une nouvelle transformation en effectuant les substitutions $\gamma = 1$ et $\gamma - 1 = \beta^2$ dans les formules de Lorentz qui laisse la phase d'une onde invariante dans la transformation. Ceci confirme les commentaires ci-dessus concernant le calcul de l'effet Doppler classique qui peut être obtenu en faisant $\gamma = 1$ dans la transformation de Lorentz. En outre Wignal montre que la covariance de l'équation de Schrödinger dans une transformation de Galilée n'implique pas que la fonction d'onde ψ se transforme selon la relation $\psi' = e^{jf}\psi$ comme le prétend Levy-Leblond. En fait le facteur supplémentaire e^{jf} résulte simplement de l'utilisation impropre de la transformation de Galilée. Par conséquent l'interprétation du paradoxe de Landé donnée par Levy-Leblond ne répond pas à la question soulevée par Landé et ne peut pas constituer un argument contre le fait que les ondes de matière peuvent être considérées comme des ondes physiques comme le note justement Wignall.

6. Ondes de matière et ondes inhomogènes.

Une onde homogène de la mécanique quantique est obtenue en effectuant la substitution des relations de Planck-Einstein et de De Broglie dans la phase d'une onde classique, d'où:

$$\psi = e^{j(Et-\mathbf{P}\cdot\mathbf{r})/\hbar} \tag{34}$$

Levy-Leblond remarque que la fonction d'onde ci-dessus ne tend pas vers une onde classique lorsque la constante de Planck $\hbar$ tend vers zéro puisque la phase tend vers l'infini. Cependant l'existence de la constante de structure fine $\alpha = q^2/\hbar c$ interdit un tel passage à la limite indépendamment des autres constantes q et c. Ceci signifie que la fonction d'onde ψ peut être considérée comme une onde classique à la condition que la constante de Planck $\hbar$ garde une valeur finie et que l'on n'utilise pas la covariance dans une transformation de Galilée. Dans une revue critique [44] de la relativité restreinte, nous avons souligné que la covariance des équations dans une transformation de Galilée ou de Lorentz n'est pas imposée par la nature tandis que le point de vue de l'invariance l'est. Ce point est fondamental pour comprendre la différence entre l'approche ci-dessus et celle suivie par De Broglie dans l'interprétation des ondes de matière.

En effet De Broglie décrit l'électron comme une onde stationnaire associée à un mouvement vibratoire (ou Zitterbewegung) de fréquence $\omega_0 = m_0c^2/\hbar$ dans le référentiel au repos de l'électron et comme une onde progressive dans le référentiel du laboratoire où l'électron est en mouvement. La fameuse relation $\gamma = h/p$ est dérivée par De Broglie en effectuant une transformation de Lorentz entre le référentiel au repos et celui du laboratoire et en postulant l'invariance de la phase dans la transformation. Le lecteur intéressé par une revue critique du point de vue de De Broglie peut consulter avec profit trois papiers [45-47] publiés sur ce sujet.

De Broglie associe au mouvement d'une particule dans le référentiel du laboratoire une onde de groupe résultant de la superposition d'ondes progressives homogènes consistant avec le fait que la vitesse de groupe $\mathbf{U}(\mathbf{k})$ est constante pour une valeur donnée de $\mathbf{k}$. Si on adopte le point de vue relativiste suivi par De Broglie dans sa conception du paquet d'ondes, on doit faire face à une contradiction qui s'ensuit du fait que d'une part les ondes de matière sont dispersives produisant un élargissement du paquet d'ondes au cours du temps et que d'autre part un paquet d'ondes en mouvement uniforme observé dans le référentiel du laboratoire est contracté dans l'espace ce qui est une conséquence incontournable de la théorie de la relativité restreinte. Si l'électron est un paquet d'ondes ni l'élargissement ni la contraction ne sont acceptables. Dans le cas où ces effets existent en même temps, ils doivent se compenser. Le fait est que la contraction spatiale due à la relativité n'a jamais été observée directement. En outre Terrell [48] et Weisskopf [49] ont donné des arguments théoriques contre la possibilité expérimentale de mesurer un tel effet.

Pour toutes les raisons énoncées ci-dessus, on doit renoncer au concept de covariance associé avec tout changement de référentiel d'inertie qui a été critiqué avec raison par Landé (38, p.547) quand celui-ci souligne que la figure d'interférences avec des ondes de matière dépendrait du choix d'un référentiel *(The diffraction pattern (in a crystal experiment) would depend on the arbitrary choice of the reference system).* A l'opposé, le calcul ci-dessus a été effectué dans le référentiel unique du laboratoire où il n'existe pas d'ondes de matière observable pour une particule au repos dans ce référentiel mais cette onde devient observable dés que la particule est accélérée transformant les ondes homogènes associées au paquet d'ondes en ondes inhomogènes afin de préserver le profil du paquet d'ondes intact. Par conséquent, on comprend la raison pour laquelle la contraction des longueurs de la relativité restreinte ne doit pas être recherchée dans la forme des particules étendues mais dans les ondes qui constituent cette particule, il en résulte que les ondes de matière sont la conséquence observable de cet effet de contraction associé au mouvement de la particule qui est intégrée au milieu ondulatoire. Cette interprétation supporte donc l'idée selon la quelle les ondes de matière sont physiquement présentes dans le vide qui est une question bien débattue dans la littérature.

Le point de vue concernant la quantification des ondes stationnaires en mouvement a été vérifié par Jennison [53] avec des expériences effectuées sur des cavités. Il montre qu'une onde électromagnétique stationnaire emprisonnée dans une cavité non seulement possède une masse propre mais encore a de l'inertie puisque l'onde stationnaire en mouvement ne peut être stoppée que par l'application d'une force de freinage. Jennison indique clairement que si la force extérieure est appliquée à la cavité pendant un temps suffisamment long, alors la cavité accélére en marches d'escalier où les sauts quantiques devraient vérifier le quanta d'action de Planck selon les dires de Jennison.

La non localité et la dualité onde-corpuscule sont les aspects les plus étonnant des phénomènes de la mécanique quantique. Ces deux aspects ont été corroborés par de nombreux test expérimentaux [50]. La non localité est aussi rencontrée en électrodynamique quantique dans l'effet Aharonov-Bohm [51] qui conduit à définir une fonction d'onde quantique de la forme $\psi = e^{j\varphi}$ où la fonction phase est maintenant définie selon la formule:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{\hbar c}\Big[\int_{t_0}^{t} c\Phi(\mathbf{r}, \tau)d\tau - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{s}, t_0)\cdot d\mathbf{s}\Big] \tag{35}$$

La fonction phase $\varphi(\mathbf{r}, t)$ écrite sous la forme d'une intégrale d'une onde inhomogène est non locale par définition ce qui est consistant avec le fait de travailler avec une théorie non locale. En effet la définition précédente peut être obtenue à partir d'une onde classique inhomogène si on utilise les relations suivantes:

$$\mathbf{A} = \frac{c}{q}\hbar\mathbf{k} \quad \Phi = \frac{1}{q}\hbar\omega \tag{36}$$

Ces relations sont similaires aux relations de Planck-Einstein et de De Broglie, elles montrent que les grandeurs $q\Phi$ et $q\mathbf{A}/c$ sont dimensionnellement équivalentes à l'énergie et l'impulsion d'une particule ce qui n'est pas surprenant puisque les potentiels forment un quadri-vecteur. On peut faire pour cette fonction d'onde inhomogène les mêmes commentaires que ceux pour une fonction d'onde homogène quand à la limite pour $\hbar \to 0$ de la définition [35].

Puisque la masse peut être partiellement ou totalement d'origine électromagnétique, la définition [35] est plus fondamentale que la définition [34]. En outre cette définition est au coeur du débat concernant l'interprétation de l'effet Aharonov-Bohm qui a conduit Wu and Yang [51] à la conclusion que la grandeur en mécanique quantique qui est significative pour décrire l'interaction électromagnétique est la fonction d'onde ψ. En effet cette grandeur est à la base de la théorie électromagnétique et conduit directement au calcul des équations de Maxwell [31-32].

7. Conclusion.

Nous avons déduit les relations de Planck-Einstein et de De Broglie à partir d'un effet ondulatoire en postulant que les paquets d'ondes sont constitués d'ondes stationnaires inhomogènes. La similitude de la quantification entre les ondes scalaires classiques et les ondes de la mécanique quantique suggère une nouvelle interprétation du phénomène de quantification. On remarque que la déformation des ondes qui résulte de l'accélération du paquet d'ondes a été étudiée par rapport au temps, c'est-à-dire d'un point de vue Lagrangien. Or le quantum $\hbar$ est dimensionellement une énergie multipliée par le temps tandis que le quantum q^2 est une énergie multipliée par l'espace, par conséquent il devrait exister un effet de quantification lié à l'espace ce qui est consistant avec le fait que les ondes stationnaires inhomogènes dépendent de l'espace et du temps. Il a été suggéré récemment que l'effet Hall quantique [37] en physique du solide a pour origine une inhomogénéité spatiale de la densité électronique à travers le matériau considéré ce qui supporte l'hypothèse ci-dessus. L'approche utilisée dans ce papier pour obtenir l'effet de quantification a mis en évidence le concept d'ondes inhomogènes qui se révèle être un concept important en physique puisqu'il est aussi possible d'en déduire les équations de Maxwell [31, 32] et d'expliquer la relativité restreinte à partir de ce concept [44].

Références

[1] L. de BROGLIE, *Tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire*, Gauthier-Villars Paris, (1956).
[2] L. de BROGLIE, *La réinterprétation de la mécanique ondulatoire*, Collection discours de la méthode, Gauthier-Villars, Paris, (1971).
[3] D. BOHM, Phys. Rev., **85**, n°2, p.166, (1952).
[4] D. BOHM, Phys. Rev., **85**, n°2, p.180, (1952).
[5] D. BOHM, B.J. HILEY and P.N. KALOYEROU, Physics Reports, **144**, n°6, p.321, (1987).
[6] R.C. BOURRET, Il Nuovo Cimento, **18**, n°2, p.347, (1960).
[7] T.W. MARSHALL, Proc. Roy. Soc. Ser. A, **276**, p.475, (1963).
[8] T.W. MARSHALL, Proc. Camb. Phil. Soc., **61**, p.537, (1965).
[9] E. SANTOS, Il Nuovo Cimento, **19B**, n°1, p.57, (1974).
[10] T.H. BOYER, Phys. Rev., **182**, n°5, p.1374, (1969).
[11] T.H. BOYER, Phys. Rev. D, **11**, n°4, p.790, (1975).
[12] T.H. BOYER, Phys. Rev. D, **11**, n°4, p.809, (1975).
[13] T.H. BOYER, Phys. Rev. D, **29**, n°6, p.1096, (1984).
[14] P. CLAVERIE and S. DINER, Int. J. of Quant. Chem., **12**, Suppl.1, p.41, (1977).
[15] L. DE LA PENA and A.M. CETTO, Il Nuovo Cimento, **92B**, n°2, p.189, (1986).
[16] R. BOUDET, Annales de Physique, Colloque n°1, Supplément au n°6, **14**, p.27, (1989).
[17] R. BOUDET, Annales de la Fondation L. de Broglie, **14**, n°2, p.119, (1989).
[18] K.S. YADAVA, Il Nuovo Cimento, **32B**, n°2, p.273, (1976).
[19] J. SCHWINGER, Found. of Phys., **13**, n°3, p.373, (1983).
[20] R.G. BEIL, Found. of Phys., **19**, n°3, p.319, (1989).

[21] I.M. BESIERIS and A.M. SHAARAWI, R.W. ZIOLKOWSKI, J. Math. Phys., **30**, n°6, p.1254, (1989).
[22] A.M. SHAARAWI and I.M. BESIERIS, R.W. ZIOLKOWSKI, J. Math. Phys., **31**, n°10, p.2511, (1990).
[23] P. HILLION, J. Math. Phys., **33**, n°5, p.1817, (1992).
[24] P. HILLION, J. Math. Phys., **33**, n°5, p.1822, (1992).
[25] P. HILLION, J. Math. Phys., **33**, n°8, p.2749, (1992).
[26] P. HILLION, J. Opt. Soc. Am., **9**, n°1, p.137, (1992).
[27] P. CORNILLE, *Is the physical world built upon waves ?*, Physics Essays, **6**, n°2, (1993), à paraître.
[28] A.O. BARUT, Phys. Lett. A, **143**, n°8, p.349, (1990).
[29] W.P. ALLIS and H. MULLER, J. Math. and Phys. VI, n°3, p.119, (1927).
[30] V.L. GINZBURG, *The propagation of electromagnetic waves in Plasmas* Pergamon Press, Second edition, (1970).
[31] P. CORNILLE, J. Phys. D: Applied Phys., **23**, p.129, (1990).
[32] P. CORNILLE, Chapter 4, A. LAKHTAKIA, Editor, *Essays on the Formal aspects of Electromagnetic theory*, World Scientific Pub., Co., Inc., New York, (1993).
[33] J. MOLCHO and D. CENSOR, Am. J. Phys., **54**, n°4, p.351, (1986).
[34] E.J. POST, Reviews of Modern Physics, **39**, n°2, p.475, (1967).
[35] F.S. CRAWFORD, Am. J. Phys., **50**, p.269, n°3, (1982).
[36] R.E. PRANGE and P. STRANCE, Am. J. Phys.,**52**, n°1, p.19, (1984).
[37] R. WOLTER et al., and J. P. ANDRE, Europhysics Letters, 2, (2), p.149, (1986).
[38] A. LANDE, Am. J. Phys., **37**, n°5, p.541, (1969).
[39] A. LANDE, Am. J. Phys., **43**, n°8, p.701, (1975).
[40] M.A. TONNELAT, *Les principes de la théorie électromagnétique et de la relativité*, Masson, Paris, (1959).
[41] S.A. BRUCE, Can. J. Phys., **62**, p. 624, (1984).
[42] J.M. LEVY-LEBLOND, Am J. Phys., **44**, n°11, p.1130, (1976).
[43] J.W.G. WIGNALL, Am. J. Phys., **57**, n°5, p.415, (1989).
[44] P. CORNILLE, Physics Essays, **5**, n°2, p.262, (1992).
[45] E. MACKINNON, Am. J. Phys., **44**, n°11, p. 1047, (1976).
[46] J.M. ESPINOSA, Am. J. Phys.,**50**, n°4, p. 357, (1982).
[47] H.R. BROWN , R. de A. MARTINS, Am. J. Phys.,**52**, n°12, p.1130, (1984).
[48] J. TERRELL, Phys. Rev., **116**, n°4, p.1041, (1959).
[49] V.F. WEISSKOPF, Physics Today, Sept., p.24, (1960).
[50] J.P. VIGIER, Ann. Der Phys., Folge band 45, Heft 1, p.61, (1988).
[51] S. OLARIU and I.I. POPESCU, Rev. Mod. Phys., **17**, n°2, p.339, (1985).
[52] T.T. WU and C.N. YANG, Phys. Rev. D., **13**, n°12, p.3845, (1975).
[53] R.C. JENNISON, Wireless World, n°6, p.42, (1979).

(Manuscrit reçu le 7 février 1992)