

Sur la marche des réseaux électriques hors synchronisme et sur la reprise spontanée du synchronisme

D. PETROCOKINO

11bis, avenue Victor-Hugo, 75116 Paris

RÉSUMÉ. Grâce à de nombreux enregistrements oscillographiques, il a pu être montré qu'un réseau comprenant de nombreux groupes turbo-alternateurs interconnectés en parallèle, présente très souvent le phénomène de reprise spontanée du synchronisme après une perturbation brusque, conduisant à des surcharges momentanées importantes des machines, c'est à dire à des fonctionnements hors synchronisme. L'article indique comment les électriciens des réseaux d'énergie expliquent le phénomène, et indiquent les conditions de reprise du synchronisme.

ABSTRACT. Numerous oscillographic records have shown that a network, comprising many turbo-alternators interconnected in parallel, often exhibits a spontaneous recovery of synchronism after a sudden perturbation. This paper exposes how electrical energy networks engineers explain this phenomenon and express the conditions for synchronism recovery.

1. Introduction.

L'auteur s'excuse par avance pour la longueur de l'introduction qui rappelle des notions évidentes pour les ingénieurs électriciens, mais inhabituelles pour les lecteurs non spécialisés. Ces notions sont pourtant indispensables pour la compréhension de l'établissement des lois de fonctionnement des machines en parallèle, et la mise en équation des marches synchrone ou hors du synchronisme.

Un survol rapide d'un réseau de production et de distribution d'énergie électrique montre qu'il est constitué par un certain nombre

d'usines de production d'électricité, dites "centrales", comprenant, chacune, deux (ou davantage) groupes turbo-alternateurs, complétés chacun par un transformateur élevant la tension aux bornes de l'alternateur, généralement de tension moyenne, de 10.000 à 30.000 V., à la tension du réseau d'interconnexion, à très haute tension: 220.000 ou même 400.000 V

Dans une centrale on trouve un poste extérieur formant un jeu de barres de mise en parallèle des groupes unitaires, auquel aboutissent les arrivées issues des transformateurs, et duquel partent les lignes d'interconnexion. Arrivées et départs du poste sont équipés de disjoncteurs, à grand pouvoir de coupure, manoeuvrables soit manuellement, soit par l'action de relais de protection sélective.

Les turbines entraînant les alternateurs fonctionnent à la vapeur, pour les centrales thermiques ou nucléaires, ou bien sont hydrauliques. Chaque turbine est munie d'un régulateur de vitesse, aujourd'hui assez sophistiqué. En bout d'arbre des groupes on trouve une excitatrice débitant du courant continu sur les enroulements du rotor de l'alternateur, et, souvent, une excitatrice de l'excitatrice. Un rotor produit donc un champ électromagnétique tournant, induisant, dans le stator de l'alternateur un champ électromagnétique alternatif, également tournant, généralement triphasé.

2. Physiologie des alternateurs.

Les turbines vont appliquer un "couple moteur" aux arbres des alternateurs. Ces derniers sont des machines fonctionnant selon les lois de l'électromagnétisme. La première loi de Maxwell, $rot\vec{H} = 4\pi\vec{\delta}$, compte tenu du fait que $\delta = nI/S$ (n : nombre de spires, S : la surface du contour, I : courant en ampères), conduit, par l'intermédiaire de la formule de Stokes, à l'expression du flux créé par $\vec{\delta}$:

$$\int \vec{H} dl = 4\pi nI$$

avec $\mu\vec{H} = \vec{B}$, l'induction. Celle-ci s'écrit $B = \varphi/S$, quotient du flux par la section. B sera obtenue au moyen d'"ampère-tours" (nI). Dans la pratique, on va surtout s'occuper de l'induction dans l'entrefer, c'est à dire dans l'espace cylindrique entre le rotor et le stator. On calculera le flux φ par pôle, et aussi la self-induction cyclique (par rapport au champ tournant). Les flux statorique et rotorique traversent l'entrefer, et, lorsque,

comme c'est le cas dans les machines synchrones, ces flux sont fixes l'un par rapport à l'autre, il se crée un couple dont on tiendra compte. Alors les pôles respectifs vont s'accrocher (langage des électriciens) pour la vitesse dite de synchronisme.

La deuxième loi de Maxwell,

$$\text{rot } \vec{\varepsilon} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ,$$

toujours, par l'intermédiaire de la formule de Stokes, va conduire à la force électromotrice induite par phase du stator, compte tenu de la fréquence.

Les couples électromagnétiques sont calculés à partir de la loi de Laplace, reliant la force appliquée à l'enroulement, au courant, à l'induction, au déplacement dl et au sinus de l'angle entre \vec{B} et $d\vec{l}$. Enfin, la considération des relations exprimant la conservation du courant: $\text{div } \vec{\delta} = 0$, et de l'induction: $\text{div } \vec{B} = 0$, vont conduire aux lois fondamentales de l'électrotechnique. Loi d'Ohm: $\vec{\delta} = \vec{\varepsilon}/\rho$, quotient du champ (dérivant d'un potentiel) $\vec{\varepsilon} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$ par la résistivité. Et, par intégration, la loi usuelle $U = rI$, avec $r = \rho l/S$.

Par définition, la "force électromotrice" E , sera le rapport de la puissance fournie, au courant débité. Si R est la résistance totale du circuit, on a:

$$E - U = RI$$

La loi de Kirchhoff, est $\sum(E - U) = \sum rI$ et $\sum I = 0$.

En fait, les alternateurs fournissent des courants et des tensions alternatives; les valeurs instantanées vont être de la forme: $i = I_{max} \sin \omega t$, et $u = U_{max} \sin \omega t$. Mais les instruments de mesure indiquent des valeurs efficaces $I_{\text{eff}} = I_{max}/\sqrt{2}$ et $U_{\text{eff}} = U_{max}/\sqrt{2}$. La pulsation ω est reliée à la fréquence par l'expression: $\omega = 2\pi f$. La puissance électrique s'exprime de plusieurs façons:

$$P = \frac{\text{Energie}}{\text{Temps}} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

En matière de courants alternatifs: $P_a = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ s'appelle puissance apparente, et on est amené à considérer la puissance active: $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$, et la puissance réactive: $Q = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi$. On a la relation: $P_a^2 = P^2 + Q^2$. $\cos \varphi$ est le facteur de puissance $P/P_a = P/U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$,

l'angle φ est le déphasage entre le courant et la tension. Le courant est en retard sur la tension, lorsque l'impédance du circuit alimenté a de la résistance R et est inductive: $Z = \sqrt{R^2 + L\omega^2}$.

Le courant est en avance sur la tension lorsque l'impédance du circuit présente de la résistance et de la capacité

$$Z = \sqrt{R^2 - \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

S'il s'agit de courants triphasés, et quelque soit le branchement des enroulements du générateur, la puissance active s'écrit

$$P = \sqrt{3}U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi;$$

et

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \sin \varphi$$

Avec:

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_{\text{eff}}I_{\text{eff}}}$$

P est mesurée en kW ou MW; Q est mesurée en kVAr, autrement dit en kilo-volt-ampères réactifs.

Les électriciens ont trouvé très commode la représentation des fonctions sinusoïdales par des vecteurs; lorsqu'ils écrivent $\vec{U} = U \cos \omega t$, ils entendent que l'amplitude de \vec{U} est U , et que le vecteur représentatif tourne autour de son origine à la vitesse angulaire: $\omega = 2\pi/T$, ce en sens inverse des aiguilles d'une montre. T est la période de la fonction \vec{U} . S'il se trouve une autre fonction, de même origine $\vec{I} = I \cos(\omega t - \varphi)$, cela voudra dire que le vecteur \vec{I} est décalé de l'angle φ par rapport à \vec{U} , et en retard de $\varphi T/2\pi$ secondes.

Il est très suggestif, et très commode, surtout depuis que P. Boucherot eut introduit la notion de puissance réactive (1909), d'employer les notations imaginaires. On écrira, par exemple, $\vec{U} = Ue^{j\vartheta}$, expression équivalente d'après la formule d'Euler à:

$$\vec{U} = U(\cos \vartheta + j \sin \vartheta)$$

et il est élégant d'écrire, plus simplement

$$\vec{U} = U| \vartheta$$

La conjuguée de cette fonction s'écrira

$$\check{U} = U \lfloor -\vartheta$$

et on sait que le produit de deux imaginaires conjuguées donne un résultat réel

$$(a + jb)(a - jb) = a^2 + b^2$$

Si c'est la tension qui est prise comme origine des angles (vecteur confondu avec l'axe Ox), la puissance, qui est le produit de la tension par le courant, s'écrira, en multipliant \vec{U} par l'expression conjuguée du courant: $P = \vec{U}\check{I} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi$. On l'écrira plus simplement: $P + jQ$.

Les impédances seront représentées par un vecteur fixe qui sera aussi noté complexe, et qui dans une représentation où les ordonnées sont $+j$ ou $-j$, sera situé dans l'un ou l'autre des quadrants: $Z = r + jL\omega$, de nature inductive; $Z = r - j/(C\omega)$ de nature capacitive.

Pour le système triphasé, le plus généralisé, s'il est équilibré, les vecteurs tension des trois phases sont décalés de $2\pi/3$ toujours dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. On aura: $\vec{U}_1 = U \cos \omega t$, $\vec{U}_2 = U \cos(\omega t - 2\pi/3)$ si \vec{U}_2 retarde sur \vec{U}_1 , et $\vec{U}_3 = U \cos(\omega t - 4\pi/3)$. Ce système sera dit "direct". Si $\vec{U}_2 = U \cos(\omega t + 2\pi/3)$, et donc $\vec{U}_3 = U \cos(\omega t + 4\pi/3)$, les vecteurs $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3$ formeront un système dit "inverse".

Ces notions sont très utiles pour l'étude des *systèmes triphasés déséquilibrés*, ce qui se produit, sur les réseaux, en cas de charges inégales sur les trois phases, ou de l'élimination d'une phase par les dispositifs de protection. L'identité de Fortescue signifie qu'un système de vecteurs quelconques $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \vec{U}_3$, décalés, entre eux d'angles quelconques, est équivalent à deux systèmes de vecteurs symétriques, et un système de trois vecteurs égaux, dit homopolaire.

On a ainsi:

- un système *direct* équilibré:

$$\vec{U}_d = \frac{\vec{U}_1 + a\vec{U}_2 + a^2\vec{U}_3}{3}$$

- un système *inverse* équilibré:

$$\vec{U}_i = \frac{\vec{U}_1 + a^2\vec{U}_2 + a\vec{U}_3}{3}$$

et un ensemble de trois vecteurs égaux, dit *homopolaire*

$$\vec{U}_0 = \frac{\vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3}{3}$$

Relations où a est un *opérateur* de rotation de 120 degrés dans le sens direct; a^3 correspond alors à une rotation de 240 degrés. On notera que $a^3 = 1$, et $a^4 = 0$; on a aussi: $1 + a + a^2 = 0$. H. Parodi avait rappelé que l'origine de ces systèmes de coordonnées symétriques se trouve dans une solution originale, proposée en 1770 par Lagrange, pour résoudre les équations du troisième degré.

A noter également que les trois composantes homopolaires qui circulent dans les trois phases, sont des vecteurs alternatifs, mais qui ne créent pas de champ tournant, contrairement aux systèmes direct et inverse. Compte tenu de l'identité de P. Boucherot, on pourra dire qu'un système triphasé déséquilibré est le siège de circulation de puissances directe, inverse et homopolaire.

$$P = 3(P_a + P_i + P_0) \quad \text{et} \quad Q = 3(Q_d + Q_i + Q_0)$$

On construit des relais de protection sensibles à l'une ou l'autre de ces composantes des puissances active et réactive. Le calcul des courants de court circuit, dans les réseaux électriques interconnectés est alors rendu possible par la connaissance des impédances qui vont intervenir.

J. Fallou [1] avait indiqué une méthode de mesure des trois impédances caractéristiques d'un alternateur. On trace, sur un même graphique, la caractéristique à vide et les trois caractéristiques en court circuit monophasé, diphasé et triphasé. Pour une excitation donnée, correspondant à une tension U à vide, on a les trois courants de court-circuit I_1 , I_2 et I_3 . Alors, pour les impédances

$$Z_d = \frac{U}{I_3} \quad ; \quad Z_i = \frac{U\sqrt{3}}{I_2} - Z_d, \quad \text{et} \quad Z_0 = \frac{3U}{I_1} - (Z_d + Z_i)$$

Il convient maintenant d'entrer dans le détail du fonctionnement d'un alternateur. Le **stator** est une armature magnétique cylindrique disposée symétriquement par rapport à l'axe du groupe turbine-alternateur. Cette armature présente une série d'encoches orientées et

ouvertes vers l'axe central, dans lesquelles on loge les enroulements formant un système triphasé. Les trois enroulements distincts, correspondant chacun à un pas polaire a , et décalés entre eux de $2a/3$. S'il y a $2p$ pôles, $a = 2\pi/2p$; c'est une succession de pôles Nord et Sud. L'enroulement de la phase (1) étant donné, celui de la phase (2) sera décalé de $2a/3 = 2\pi/3p$, et celui de la phase (3), décalé de $4a/3 = 4\pi/3p$ (décalage par rapport à la phase (1)).

L'enroulement statorique triphasé, sera isolé pour une moyenne tension, de 10 à 25 kV, et ses bornes seront reliées par barres ou par câbles aux bornes primaires d'un transformateur élévateur. Ce primaire sera souvent monté en triangle, ce qui piègera les trois vecteurs homopolaires \vec{U}_0 qui vont courir indéfiniment l'un après l'autre dans le piège. Le secondaire du transformateur, à haute tension, de 60 à 400 K V, sera monté en étoile, le point neutre mis à la terre ou isolé, suivant les nécessités des protections prévues.

Si l'enroulement statorique est alimenté par les trois tensions du réseau $\vec{U}_1\vec{U}_2$ et \vec{U}_3 , il sera parcouru par les courants suivants dans chacune des phases

$$\begin{aligned}
 i_1 &= I \cos(\omega t - \psi) && \text{pour la phase 1} \\
 i_2 &= I \cos(\omega t - \psi - m \frac{2\pi}{3}) && \text{pour la phase 2} \\
 i_3 &= I \cos(\omega t - \psi - 2m \frac{2\pi}{3}) && \text{pour la phase 3}
 \end{aligned}$$

m étant un coefficient égal à 1 s'il s'agit d'un système de courants direct, égal à 2 si c'est un système inverse. Ces courants vont induire dans chaque enroulement des champs magnétiques dont la résultante est de la forme

$$H = \frac{3KI}{2} \cos[pX - (\omega t - \psi)]$$

K étant une constante en dépendance de la longueur du circuit magnétique, de la façon du bobinage, du nombre de spires.

Mais cette équation du champ résultant correspond à celle d'une grandeur constante se déplaçant dans l'espace X avec une vitesse ω/p en effet, vu par un observateur se trouvant, à chaque instant, à la distance

$$X = \frac{\omega t}{p} - \frac{\psi}{p}$$

par rapport à la phase (1), et qui tourne dans le sens positif à la vitesse ω/p . Le **stator** est donc le siège d'un champ tournant. Le **rotor**, organe inducteur de l'alternateur est un cylindre magnétique fixé sur l'arbre du groupe, généralement lisse (à encoches pour loger l'enroulement) pour les turbo-alternateurs thermiques, ou bien à pôles saillants, pour les unités hydroélectriques.

L'inducteur va présenter une succession de $2p$ pôles Nord et Sud, le pas polaire étant $2a = 2\pi/p$, obtenus par excitation par courant continu, provenant d'une excitatrice en bout d'arbre.

Si ϑ est la distance (en fait c'est un angle) qui sépare l'axe du pôle inducteur, de l'axe du pôle induit, et si le stator n'est pas raccordé au réseau (marche à vide), le rotor tourne à la vitesse: $\Omega = 2\pi N/60$ radians par seconde, on aura $\vartheta = \Omega t$, et, un flux $\varphi = \varphi_{max} \cos p\Omega t$ Si, d'autre part, pkn est le nombre total de spires de l'enroulement inducteur, la force électromotrice induite sera:

$$e = -pkn \frac{d\varphi}{dt} = pkn\varphi_{max}p\Omega \sin p\Omega t$$

ou encore

$$f.é.m. = E\sqrt{2} \sin \omega t \quad \text{où} \quad \omega = p\Omega = \frac{2\pi Np}{60} ;$$

la fréquence est alors: $f = Np/60$. L'alternateur est ainsi décrit. Il reste à établir comment il va se comporter physiquement.

On remarquera d'abord que la caractéristique à vide de l'alternateur $E = KI_r$ (I_r : courant d'excitation) présente une partie linéaire, suivie d'une partie infléchie qui correspond à la saturation du circuit magnétique.

Dans la théorie du champ tournant, on établit qu'il existe, pour chacune des phases, une certaine inductance cyclique L . Si, par ailleurs, R est la résistance d'une phase de l'enroulement, on a évidemment:

$$e = u + RI + L\omega \frac{dI}{dt}$$

équation où e, u , et I sont des grandeurs sinusoïdales, de pulsation ω . Pour ces grandeurs, on va employer des lettres majuscules (vecteurs)

$$E = U + (RI + jL\omega I)$$

la parenthèse est appelée l'impédance interne de la machine et $L\omega$ est dite: réactance synchrone.

Pendant la marche en charge de l'alternateur, U est en retard de ϑ/ω sur E , et ce retard, $\vartheta/p\Omega$, est le temps s'écoulant entre l'instant où E est maximum pour cette machine et l'instant où E est maximum pour un alternateur identique, et au synchronisme avec le premier, mais fonctionnant à vide. Or: $(\vartheta/p\Omega) \cdot \Omega = \vartheta/p$; tel est le "déplacement angulaire" du rotor considéré par rapport au rotor de la machine témoin marchant à vide.

Le fonctionnement de l'alternateur relève du diagramme de Potier (1840-1895). Soit un système de coordonnées Oxy . On part de la notion de forces magnétomotrices (FMM) exprimées en ampères (dimensions: QT^{-1}). Le théorème d'Ampère permet d'écrire: $NI = \vec{H}l$. Au champ magnétique \vec{H} correspond une induction B laquelle est le quotient d'un flux φ par une section.

Dans un alternateur, on a les courants induits statoriques I_s , et les courants inducteurs dans le rotor I_r , qui donnent lieu à des FMM lesquelles se combinent dans l'entrefer, et se prêtent à la construction de Fresnel [Fig. 1].

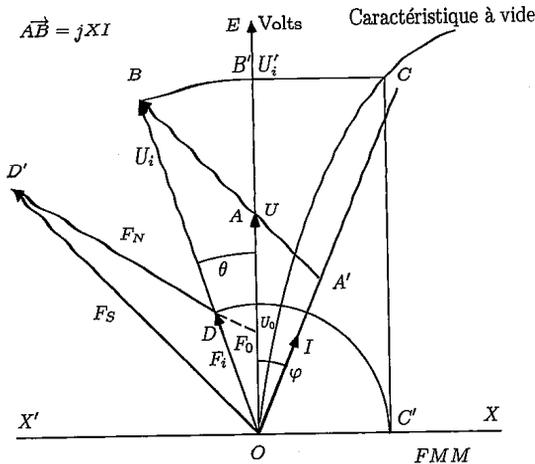


Figure 1.

Le calcul donne les expressions suivantes pour les forces MM qui sont fonction de ϑ

$$F_s = \frac{4}{\pi} k N_s I_s$$

où N_s est le nombre de spires par pôle du stator

$$F_R = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{p} N_r I_R$$

où N_r est le nombre de spires rotoriques. La construction de Fresnel va donner F_i , FMM interne. Or deux flux tournants, décalés de ϑ , induisent des tensions décalées de ce même angle. Et la $FMMF_i$ crée un flux qui induit U_i . De son côté, si F_r agissait seule, elle créerait un flux qui induirait $U_r = jXI$.

Portant U (une donnée) sur Oy en \overrightarrow{OA} , on ajoute vectoriellement \overrightarrow{AB} , ce qui donne $\overrightarrow{OB} = U_i$, formant ϑ avec l'axe Oy , soit l'égalité vectorielle $U_i = U + jXI_s$. \overrightarrow{AB} est à $\pi/2$ sur I . En rabattant B sur Oy par un arc de cercle de centre O , on obtient U'_i sur l'axe des ordonnées, ce qui permet de pointer C sur la caractéristique à vide de l'alternateur, que l'on aura tracée dans le premier quadrant de Oxy .

Au point C correspond C' sur Ox , gradué en FMM (Gilberts). Un arc de cercle de centre O permet de rabattre la $FMMOC'$ sur le vecteur U_i, \overrightarrow{OB} ; ce qui donne $\overrightarrow{OD} = F_i$. Du point D on mène une parallèle à la chute de tension \overrightarrow{AB} et on porte dessus $\overrightarrow{DD'} = F_R$; $\overrightarrow{OD'}$ est évidemment F_s .

Si l'on prolonge $D'D$ jusqu'à l'axe des ordonnées, en F_o , on trouve évidemment la $FMMF_o(\vartheta)$ correspondant au flux qui induit la tension à vide U_o (volts).

L'alternateur est une machine synchrone polyvalente. Tout dépend du caractère de la charge, inductive ou capacitive, et de l'état de l'excitation rotorique. Ceci peut être représenté très clairement dans un système de coordonnées Oxy , dans lequel on porte la puissance active en ordonnées et la puissance réactive en abscisses. Si un vecteur OM est figuratif de la puissance apparente (en k V A), ses projections [Fig. 2] sur Oy donneront la puissance active, $UI \cos \varphi$, donc fonction de φ , et $UI \sin \varphi$, fonction de φ également. On a ainsi 4 quadrants:

Quadrant	Alternateur ou moteur	P active	Q réactive	$\cos \varphi$
1	Alternateur surexcité	fournit	fournit	arrière
2	Alternateur sousexcité	fournit	absorbe	avant
3	Moteur sousexcité	absorbe	absorbe	arrière
4	Moteur surexcité	absorbe	fournit	avant
$ P + j Q $				

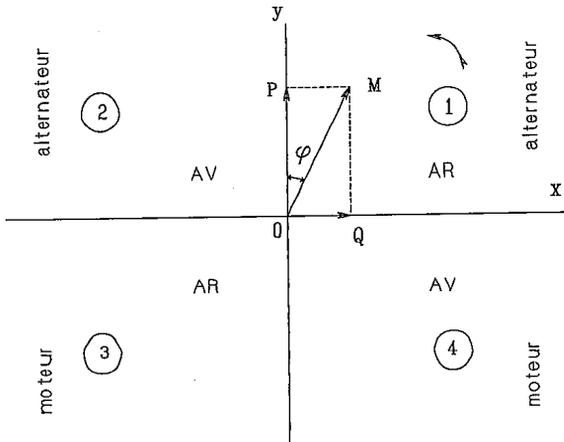


Figure 2.

Le diagramme de Potier s'applique aux alternateurs à pôles lisses (rotor lisse). Lorsqu'on a des machines à pôles saillants, il faut prendre en compte les flux de fuites de l'induit, autrement dit l'ensemble des lignes d'induction statoriques qui ne passent pas par les spires de l'inducteur (rotor). Le flux de fuites $\varphi_f = \lambda I_s$ où λ est la self-inductance de fuites de l'induit.

André Blondel (1864-1938) a perfectionné le diagramme de Potier, et l'a rendu applicable aux alternateurs dont les rotors sont à pôles saillants. Sa construction conduit d'ailleurs à des angles ϑ' inférieurs à ϑ .

Dans cette théorie on démontre que la FM résultante est de la forme:

$$F = (AI_R - BI_s \sin \chi) \cos p\vartheta' - BI_s \cos \chi \sin p\vartheta'$$

donc décomposable en deux composantes, dites, l'une longitudinale - c'est la parenthèse - l'autre, transversale, en $\cos \chi$, maximale pour $\vartheta' = -\pi/2p$.

Dans les calculs, on tient compte du coefficient B/A qui représente l'équivalence des ampères-tours du stator et du rotor.

Lorsque l'on pousse les calculs jusqu'à savoir ce qui se passe quand l'alternateur est affecté par un court-circuit, on introduit des réactances qui évoluent en fonction de la durée.

A l'instant initial, le courant peut varier rapidement, et atteindre de grandes valeurs, le flux, dans le circuit magnétique, ne peut varier brusquement. L'accroissement de I_s va être compensé par des surintensités dans l'inducteur et dans l'amortisseur (ce dernier est formé de barres de cuivre, refermées sur elles-mêmes, à leurs extrémités, formant "cage"). La réactance à envisager sera plus élevée que la seule réactance de fuites du stator, et correspondra à une réactance de fuites totale (inducteur, amortisseur et induit, ramenée à l'induit). On l'appelle: *réactance subtransitoire*.

Quelques périodes après ce stade initial, le courant dans l'amortisseur aura disparu, et restera physiquement une *réactance transitoire* subsistant quelques secondes. Jusqu'à ce que la réaction de l'induit ait produit son effet démagnétisant, laissant subsister la *réactance synchrone*.

D'une manière générale, lorsque le réseau, aux bornes duquel fonctionne l'alternateur est perturbé parmi toutes les grandeurs: électriques, magnétiques et mécaniques qui vont jouer, les unes sont à variation très rapide, d'autres ne varieront que lentement. Le tableau suivant le montre:

varient rapidement	varient lentement
- les courants	- les écarts angulaires:
- les tensions	ϑ , entre les rotors
- les couples électriques	- les flux
- les accélérations	- les moments d'inertie

3. Réseau d'interconnexion.

Considérons maintenant un grand réseau d'interconnexion comprenant de nombreux groupes turbo-alternateurs.

On parlera de *stabilité statique* de cet ensemble tant que les perturbations susceptibles de se produire n'affecteront que les grandeurs électriques.

Il convient de noter une évidence: plus les alternateurs seront éloignés les uns des autres dans l'espace, plus l'impédance qui s'intercale entre eux sera élevée, et plus seront réduits les courants d'échanges.

Que se passe-t-il entre deux alternateurs $A1$ et $A2$ travaillant en parallèle sur un jeu de barres, raccordé par ailleurs, à un réseau de puissance infinie ? On trouvera le développement de ce problème fondamental dans les "Leçons d'Electrotechnique Générale" de Paul Janet [2].

On suppose que le rotor de $A2$ a pris un décalage ϑ par rapport à celui de $A1$, et en retard sur celui-ci. Les *f.é.m.* seront E_1 et $E_2(\cos \vartheta - j \sin \vartheta)$.

Les courants correspondants seront I_1 et I_2 et on peut imaginer que I_1 sera composé d'une partie i_1 fournie au réseau, tandis qu'une autre partie i'_1 alimentera $A2$. De même pour I_2 . Donc on aura $I_1 = i_1 + i'_1$ et $I_2 = i_2 - i'_2$. Les machines étant identiques, $i'_1 = i'_2 = i' = (E_1 - E_2)/2r$, r étant l'impédance interne des alternateurs.

Soit R l'impédance externe (réseau, "vu" des barres), I le courant total $I_1 + I_2$; on a le groupe:

$$E_1 = rI_1 + RI \quad E_2 = rI_2 + RI$$

d'où: par soustraction:

$$\frac{E_1 - E_2}{r} = I_1 - I_2$$

par addition:

$$\frac{E_1 + E_2}{r + 2R} = I_1 + I_2 = I$$

et ces deux égalités conduisent à:

$$I_1 = \frac{E_1 + E_2}{2(r + 2R)} + \frac{E_1 - E_2}{2r}$$

$$I_2 = \frac{E_1 + E_2}{2(r + 2R)} - \frac{E_1 - E_2}{2r}$$

et:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{r + 2R} \quad ; \quad i' = \frac{E_1 - E_2}{2r}$$

I étant le courant total livré au réseau; i' une sorte de courant de circulation, fourni par $A1$ et absorbé par $A2$.

Supposons que $A1$ et $A2$ fonctionnent à vide; alors seul le courant i' subsiste et agit comme *courant synchronisant*. Il contribuera à avancer la machine en retard, et à retarder la machine en avance. On le démontre en calculant les puissances mises en jeu. Il y a donc *tendance au rétablissement du synchronisme* et le calcul peut être étendu à la marche en charge.

J. Fallou [3] a montré que l'alternateur, en tant que machine synchrone, peut être assimilé à un quadripôle, ou plus simplement à un dipôle, d'impédance¹

$$\mathbf{Z} = r + jL\omega \quad .$$

Le dipôle sera sensé être alimenté, à l'entrée, par la *f.é.m.* \mathbf{E} (qui est proportionnelle au courant d'excitation), et fournissant, à la sortie, un courant \mathbf{I} sous une tension \mathbf{U} . On a vu plus haut, dans le diagramme de Potier, qu'il y avait entre la *f.é.m.* (qui était notée U_i) et la tension aux bornes de sortie, un angle ϑ , correspondant à un déplacement relatif des pôles rotoriques entre la marche à vide, et la marche en charge. On prendra aussi en compte l'angle ψ entre \mathbf{Z} , et le courant \mathbf{I} .

On va considérer alors deux "puissances", la puissance apparente "interne": $\mathbf{P}_1 = \mathbf{E}\check{\mathbf{I}} = P_1 + jQ_1$.

Physiquement, P_1 est la puissance sur l'arbre du turbo-alternateur, et, Q_1 la *puissance magnétisante, réactive*, fournie par l'excitatrice du rotor.

La puissance apparente, disponible aux bornes de la machine, s'écrira: $\mathbf{P}_2 = \mathbf{U}\check{\mathbf{I}} = P_2 + jQ_2$

On remarquera que si le groupe fonctionne en génératrice $P_2 > 0$; si $P_2 < 0$, il fonctionne en moteur. De même, si Q_2 est positif, l'alternateur fournit de la puissance réactive, et il en absorbe (par exemple du réseau)

¹ Dans ce paragraphe toutes les grandeurs complexes seront écrites en caractères gras \mathbf{U} pour les tensions, \mathbf{E} pour les *f.é.m.* . . . , les quantités conjuguées étant surmontées d'un accent grave inversé (exemple: \check{U})

si Q_2 est négatif. Or, $\check{\mathbf{I}} = (\check{\mathbf{E}} - \check{\mathbf{U}})/\check{\mathbf{Z}}$, et ψ , avons nous dit, est l'argument $\arctg L\omega/R$ de \mathbf{Z} ; on peut dès lors écrire:

$$\mathbf{P}_1 = \frac{\mathbf{E}^2}{\mathbf{Z}} \angle\psi - \frac{\mathbf{E}\mathbf{U}}{\mathbf{Z}} \angle\psi + \vartheta$$

$$\mathbf{P}_2 = \frac{\mathbf{U}\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} \angle\psi + \vartheta - \frac{\mathbf{U}^2}{\mathbf{Z}} \angle\psi$$

On peut alors tracer un diagramme dit des deux cercles en portant sur des axes de coordonnées Ox les puissances \mathbf{P} (dans le sens positif, si fournies) en Oy , \mathbf{Q} fournie, et en Oy' (sens négatif): \mathbf{Q} reçue. Les lieux des points d'égaux tensions \mathbf{U} et égales $f.é.m.E$ seront deux cercles dont les centres auront les coordonnées $x_1 = E^2/Z \cos \psi$, $y_1 = E^2/Z \sin \psi$ et dont le rayon sera EU/Z pour le système relatif à P_1 et Q_1 . Pour le système relatif à P_2 et Q_2 on aura, de même, un centre de coordonnées: $x_2 = -U^2/Z \cos \psi$, $y_2 = -U^2/Z \sin \psi$, le rayon étant également EU/Z .

On notera que les centres des cercles seront alignés sur une droite passant par O , et faisant un angle ψ avec Ox . Les points de fonctionnement, pour une $f.é.m.E$ donnée, pour une tension aux bornes U donnée, et un angle ϑ , seront sur le cercle des puissances internes, et sur celui des puissances aux bornes; les droites joignant ces points aux centres des cercles respectifs font un angle ϑ avec la droite joignant les centres.

Supposons alors $E = Cte$ et $U = Cte$; les cercles seront fixés. Supposons aussi la puissance P_1 fixée (un certain couple moteur). Il y aura deux points de fonctionnement possibles; le premier pour $\vartheta < \pi - \psi$, correspondant à un régime stable; le second pour $\vartheta > \pi - \psi$, figuratif d'un régime instable.

4. Stabilité statique.

Si, pour une cause accélératrice momentanée il y a un accroissement $d\vartheta$ (couple moteur > couple résistant), le rotor reçoit une énergie cinétique:

$$\frac{1}{2}K\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 \quad ,$$

K : moment d'inertie de la partie tournante du groupe.

Dans le cas $\vartheta < \pi - \psi$, à $d\vartheta$ correspond un accroissement dP_1 de la puissance interne, ce qui tend à équilibrer l'accélération; et si $d\vartheta$ est

un “retard”, P_1 diminue et cela équilibre le ralentissement. Dans le cas $\vartheta > \pi - \psi$, accélération ou ralentissement ne font que de croître.

Revenant au cas “stable”, considérons P_1 , et calculons dP_1 ; il vient:

$$dP_1 = \frac{EU}{Z} \cos(\psi + \vartheta) d\vartheta \quad ,$$

de même signe que ϑ . Tout se passe comme si, le rotor du groupe, tournant à la vitesse ω , était maintenu autour de sa position normale par un couple

$$C_{sy} = \frac{EU \cos(\psi + \vartheta)}{Z \omega} d\vartheta$$

appelé *couple synchronisant*; et si $d\vartheta$ correspond à l’unité d’angle, on peut définir une *puissance synchronisante*

$$P_{sy} = \frac{EU}{Z} \cos(\psi + \vartheta)$$

Ceci posé, on peut souvent négliger la résistance r qui intervient dans Z , alors $\psi = \pi/2$ (c’est le cas du diagramme de Potier de la page (12) du présent exposé). Alors:

$$P_{sy} = \frac{EU}{Z} \cos \vartheta$$

et les expressions des puissances active et réactive:

$$P_1 = \frac{EU}{Z} \sin \vartheta \quad ; \quad Q_1 = \frac{E^2}{Z} - \frac{EU}{Z} \cos \vartheta$$

$$P_2 = \frac{EU}{Z} \sin \vartheta \quad ; \quad Q_2 = \frac{EU}{Z} \cos \vartheta - \frac{U^2}{Z}$$

alors $P_1 = P_2 = P$, et la puissance synchronisante rapportée à P

$$\frac{P_{sy}}{P} = \cotg \vartheta$$

rapport rapidement décroissant lorsque ϑ tend vers $\frac{\pi}{2}$.

Reprenons l’expression de Q_2 qui peut s’écrire

$$Q_2 = \frac{EU}{Z} \left(\cos \vartheta - \frac{U}{E} \right) \quad .$$

La puissance est $P_2 = (EU/Z) \sin \vartheta$. On a vu plus haut que le synchronisme de l'alternateur est maintenu grâce à l'existence d'un couple synchronisant, sans lequel un régulateur de vitesse de la turbine, même le plus précis, ne pourrait suffire. Remarquons que $P_{sy} = 0$ pour $\vartheta = \pi/2$ et P_{sy} devient négative pour $\vartheta > \pi/2$. Alors, la marche au synchronisme devient impossible, et le groupe décroche. Mais on a aussi $Q_2 = UI \sin \varphi$; en égalisant avec l'expression indiquée ci-dessus, on peut calculer $\cos \vartheta$, et on trouve

$$\cos \vartheta = \frac{U + ZI \sin \varphi}{E};$$

en portant ce résultat dans l'expression de la puissance synchronisante, on trouve pour celle-ci:

$$P_{sy} = \frac{U^2}{Z} + Q$$

On arrive ainsi à une notion importante, à savoir que la puissance synchronisante est proportionnelle à la puissance réactive Q débitée par l'alternateur, majorée par une puissance réactive U^2/Z , laquelle est celle qu'absorberait la réactance Z de l'alternateur sous une tension U . J. Fallou a proposé une représentation très suggestive des différentes puissances en jeu, en partant du diagramme des tensions aux bornes de l'alternateur (figure de gauche).

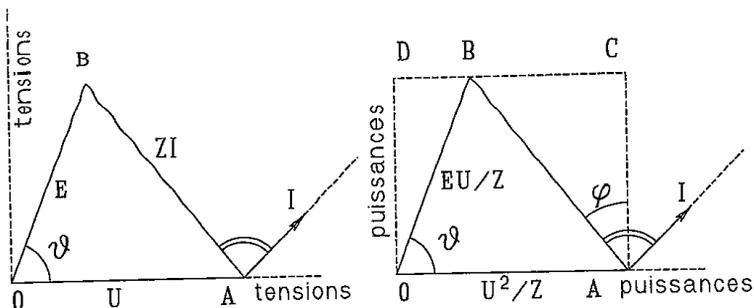


diagramme de base (POTIER)

diagramme des puissances obtenu en multipliant les côtés du triangle OAB par U/Z

Figure 3.

Dans la figure (3) de droite, on lit:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= UI = \text{puissance apparente} \\ \overrightarrow{AC} &= UI \cos \varphi = \text{puissance active fournie} \\ \overrightarrow{BC} &= UI \sin \varphi = \text{puissance réactive fournie} \\ \overrightarrow{CB} &\text{ représenterait la puissance réactive absorbée} \\ \overrightarrow{DB} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{CB} = \frac{U^2}{Z} + Q = \text{puissance synchronisante.} \end{aligned}$$

De la discussion de tous ces résultats, il découle que le groupe turbo-alternateur débitant une puissance P , correspondant à un angle ϑ_0 , peut fournir, sans décrocher, un supplément de puissance

$$dP = \frac{UE}{Z}(1 - \sin \vartheta_0) \quad ,$$

ce qui donne, exprimée en valeur relative

$$\frac{dP}{P} = \frac{1}{\sin \vartheta_0} - 1 \quad .$$

Et on calcule facilement que ϑ_0 ne doit pas dépasser 60° pour assurer la stabilité de marche normale.

On y parvient en utilisant des régulateurs de tension compoundés c'est à dire qui font croître l'excitation lorsque U diminue, mais également le faisant lorsque le courant déwatté fourni par l'alternateur baisse (contrôle de la composante \overrightarrow{BC}).

Tout ce qui précède permet de définir *les limites de stabilité statique* d'un ou plusieurs turbo-alternateurs fonctionnant sur un réseau d'interconnexion, c'est à dire, finalement, une puissance maximum tolérable en vue d'un service continu, en l'absence de variations brusques de régime consécutifs à des changements subreptices de la constitution même du réseau, à de très fortes surcharges, ou encore à des courts-circuits.

5. Stabilité dynamique.

Si tel est le cas, il faudra étudier *la stabilité dynamique* dont l'étude conduit à envisager, en plus du fonctionnement purement électrique, les

réactions mécaniques des groupes. On appliquera les résultats précédents à l'étude de la stabilité dynamique d'un alternateur à pôles lisses, entraîné par une turbine, et branché sur un réseau de puissance pratiquement infinie. L'alternateur est supposé être muni d'un amortisseur. La tension aux bornes est constante. On a vu que l'expression de la puissance est: $P = (EU/Z) \sin \vartheta$, ϑ étant le déphasage de E (la *f.é.m.*) par rapport à U . Z comprend la réactance de fuites de l'alternateur ($\lambda\omega$), et, éventuellement, toute réactance intercalée, en série, entre la machine et le réseau. Dans un système de coordonnées Oxy (Fig. 4), les puissances étant portées sur Oy et les angles ϑ en abscisses, la courbe ci-contre est une sinusoïde représentant $P = f(\vartheta)$. Le groupe fournit initialement P_0 correspondant à l'angle ϑ_0 . Le point de fonctionnement stable est en A .

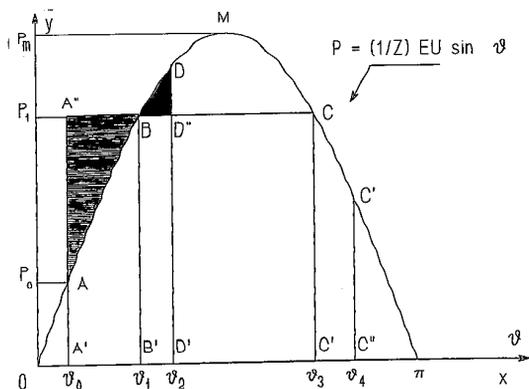


Figure 4.

Supposons que la puissance sur l'arbre fasse un bond brusque de P_0 à P_1 ; l'écart angulaire passera de ϑ_0 à ϑ_1 et le point figuratif du fonctionnement se trouvera en B . Le corps tournant de la machine aura emmagasiné durant ce transfert une certaine énergie cinétique. Il en résultera une série d'oscillations autour du point B , jusqu'au nouvel état d'équilibre.

L'écart angulaire maximum ϑ_2 susceptible de se produire au cours de ce mouvement correspondra au point D sur la courbe et qui sera tel que les aires hachurées soient égales. Cela résulte du calcul suivant. Soit Ω la vitesse normale de la partie tournante; $d\vartheta/dt$ peut être négligé devant Ω .

Le couple électrique fourni par l'alternateur, pour un ϑ donné est $(EU/Z\Omega) \sin \vartheta$, c'est à dire P/Ω , alors que le couple sur l'arbre est P_1/Ω .

Il s'en suit que le couple accélérateur est $(1/\Omega)(P_1 - P)$, et, en passant de ϑ_0 à ϑ_1 , le corps tournant emmagasine une énergie cinétique proportionnelle à

$$\frac{1}{\Omega} \int_{\vartheta_0}^{\vartheta_1} (P_1 - P) d\vartheta = \frac{1}{\Omega} (\text{aire} A' A'' B B' - \text{aire} A' A B B')$$

Lorsque le corps tournant restitue son énergie cinétique, l'angle varie de ϑ_1 à ϑ_2 , et l'on a:

$$\frac{1}{\Omega} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} (P - P_1) d\vartheta = \frac{1}{\Omega} (\text{aire} B' B D D' - \text{aire} B' B D'' D').$$

Si la surcharge dP n'est pas excessive, le point représentatif C du fonctionnement reste au-dessus de l'horizontale BC d'ordonnée P_1 , le déphasage dépassant momentanément $\pi/2$ et l'alternateur reste au synchronisme.

Mais si le point de fonctionnement passe en C' , tel que $\sin \vartheta_4 < \sin \vartheta$, le couple électrique devient plus faible que le couple sur l'arbre, le corps tournant subit une nouvelle accélération, et le point de fonctionnement ne revient plus en B .

Donc, en cas de surcharge brusque, la limite de stabilité peut être calculée en écrivant que, pour $\vartheta_3 = \pi - \vartheta_1$, l'aire $AA''B$ est au moins égale à l'aire $BDMC$. Ce qui a lieu si l'on a:

$$\text{aire} A' A'' B C C' < \text{aire} A' A B M C C' \quad .$$

Or, la première vaut:

$$A' C' \times A' A'' = (\pi - \vartheta_1 - \vartheta_0) \frac{EU}{Z} \sin \vartheta_1$$

et la seconde:

$$\int_{\vartheta_0}^{\pi - \vartheta_1} \frac{EU}{Z} \sin \vartheta d\vartheta = \frac{EU}{Z} (\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_0)$$

La condition de stabilité peut alors s'écrire:

$$(\pi - \vartheta_1 - \vartheta_0) \sin \vartheta_1 \leq (\cos \vartheta_1 + \cos \vartheta_0)$$

Si le point M correspond à l'ordonnée maximum P_m de la fonction $P = f(\vartheta)$, autrement dit, si P_m est la puissance maximale que peut fournir le groupe en l'absence de toute perturbation, on peut parler de limite de stabilité statique, et écrire:

$$\vartheta_0 = \arcsin \frac{P_0}{P_m} \quad , \quad \vartheta_1 = \arcsin \frac{P_1}{P_m}$$

la surcharge admissible est alors $(P_1/P_m - P_0/P_m)$ et la courbe peut être établie point par point.

Il a été indiqué plus haut que les alternateurs sont munis, sur leurs rotors, d'amortisseurs, qui sont analogues aux "cages d'écureuil" des moteurs asynchrones à induction. Si ces amortisseurs sont bien calibrés, le groupe synchrone peut être démarré en asynchrone. L'expérience montre que lorsque l'on approche de la vitesse de synchronisme, le groupe peut, si on excite alors le rotor, *se synchroniser spontanément*.

Il reste maintenant à étudier un peu plus en détail la question de *la limite de stabilité dynamique* pour un réseau comprenant plusieurs groupes turbo-alternateurs et d'étudier le problème de la marche hors synchronisme des réseaux d'interconnexion, ainsi que celui de *la reprise spontanée du synchronisme*, que l'on observe assez souvent.

6. Cas d'un alternateur branché sur un réseau de puissance infinie.

Considérons un groupe turbo-alternateur branché sur un réseau. On a vu, plus haut, que le rotor de cette machine tend à être ramené à la position angulaire, correspondant à la puissance du moment, s'il s'en était écarté quelque peu. Le corps tournant est, d'une part, soumis à un couple moteur C_m transmis à l'arbre par la turbine.

D'autre part, on établit l'existence de plusieurs couples résistants, et ce:

- 1°) un couple d'inertie C_i , qui se calcule comme suit: Soit P le poids du corps tournant, $D = 2R$ son diamètre, Ω la vitesse angulaire. La vitesse instantanée est $R\Omega$ et l'accélération $Rd\Omega/dt$. La force produisant l'accélération est $F = (P/g)Rd\Omega/dt$, et à cette force correspond un couple $C_i = P/gR^2d\Omega/dt$. En fonction du diamètre, ce couple est donc:

$$C_i = \frac{PD^2}{4g} \cdot \frac{d\Omega}{dt}$$

et comme

$$\frac{PD^2}{4g} = K$$

moment d'inertie du corps tournant, on a:

$$C_i = K \frac{d\Omega}{dt}$$

Supposons que le rotor a $2p$ pôles, et considérons: ϑ/p le déplacement relatif d'un pôle, par rapport au pôle correspondant d'une machine fictive, branchée en parallèle, fonctionnant à vide et tournant à la vitesse du synchronisme du réseau, exactement Ω_0 . On a vu aussi que ϑ représente à chaque instant le décalage de la *f.é.m.E* par rapport à U la tension aux bornes. Le rotor tourne donc à la vitesse:

$$\Omega = \Omega_0 + \frac{1}{p} \frac{d\vartheta}{dt}$$

Son accélération est:

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{p} \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

et finalement l'expression du couple est:

$$C_i = \frac{1}{p} K \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$$

2°) un couple électrique $C_r = (P_m/\Omega) \sin \vartheta$

En effet, la puissance du groupe, exprimée en fonction de ϑ , s'écrit

$$P = \frac{EU}{Z} \sin \vartheta$$

et

$$\frac{EU}{Z} = P_m$$

puissance maximum pouvant être fournie avec la *f.é.m.E*, et la tension U aux bornes.

3°) un couple d'amortissement. Il s'agit des pertes susceptibles de se produire dans l'amortisseur, dans l'inducteur (rotor), éventuellement dans la masse des pôles, et dues au mouvement relatif du

champ tournant statorique (l'induit), par rapport au rotor. Ces pertes peuvent être considérées comme étant proportionnelles à la vitesse relative, soit $(1/p)d\vartheta/dt$, différence entre la vitesse ω/p du champ tournant, et la vitesse Ω du rotor. On peut donc écrire:

$$C_a = k_a \frac{d\vartheta}{dt}$$

La vitesse du champ tournant, statorique, étant constante (c'est le réseau qui l'alimente) l'équation générale du mouvement relatif du rotor, par rapport à ce champ est, puisque l'on doit avoir l'équilibre des couples

$$C_m = C_i + C_e + C_a$$

$$\frac{1}{p}K \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + k_a \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{1}{\Omega}P_m \sin \vartheta = C_m$$

Considérons le cas d'un régime normal permanent, le rotor tournant à la vitesse uniforme $\Omega = \omega/p$, et l'équilibre réalisé sur l'arbre $C_m = C_e = (1/\Omega)P_m \sin \vartheta_1$. Survient une *petite perturbation*, ϑ_1 passant alors à ϑ_2 . On peut négliger $d\vartheta_2/dt$ devant Ω , et le couple électrique s'écrit

$$C'_e = \frac{1}{\Omega}P_m \sin(\vartheta_1 + \vartheta_2)$$

Si ϑ_2 est vraiment petit, on peut poser $\cos \vartheta_2 = 1$ et $\sin \vartheta_2 = \vartheta_2$ et le couple peut prendre la forme:

$$C'_e = \frac{1}{\Omega}P_m \sin \vartheta_1 + \vartheta_2 \frac{1}{\Omega}P_m \cos \vartheta_1$$

ce qui s'écrit aussi:

$$C'_e = C_m + \vartheta_2 \frac{1}{\Omega} \cos \vartheta_1$$

on remarquera que le *second terme du second membre est le couple synchronisant*:

$$C_{sy} = \vartheta_2 \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{EU}{Z} \cos \vartheta_1$$

Et cela permet de réécrire l'équation générale du mouvement rotorique:

$$\frac{1}{p}K \frac{d^2\vartheta_2}{dt^2} + k_a \frac{d\vartheta_2}{dt} + \vartheta_2 \frac{1}{\Omega}P_m \cos \vartheta_1 = 0$$

qui représente, cette fois, *un mouvement pendulaire stable* du rotor, autour de la position d'équilibre ϑ_1 , le coefficient du 3ème terme, du premier membre, ϑ_2 étant compris entre 0 et $\pi/2$.

Si l'on néglige l'amortissement, on trouve que la période τ de ce mouvement pendulaire est:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{K\Omega}{pP_m \cos \vartheta_1}}$$

K : moment d'inertie du corps tournant.

Pratiquement, on introduit ici une autre constante, qui est *la constante d'inertie*, (ou d'accélération) du groupe; définie par le rapport de l'énergie cinétique emmagasinée et la puissance nominale P_n

$$T = \frac{1}{2} \frac{K\Omega^2}{P_n}$$

(s'exprime en secondes) A son tour $K\Omega$, le numérateur sous le radical, vaut: $2P_n K/\Omega$ et $p = \omega/\Omega$, d'où:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{2P_n T}{\omega P_m \cos \vartheta_1}}$$

On peut conclure en disant, qu'à E et U égales, la période d'oscillation τ augmente avec la charge, puisque $\cos \vartheta_1$ diminue en ce cas.

Considérons maintenant un réseau d'interconnexion, groupant de nombreuses centrales, étalé à l'échelle d'un pays.

Tout fonctionne dans un synchronisme parfait, et, de temps en temps, ici ou là, se produisent de petites oscillations pendulaires qui s'éteignent grâce aux propriétés électriques étudiées ci-dessus.

Survient, à un moment donné, une perturbation suffisamment importante, susceptible d'aboutir à une perte de synchronisme entre les alternateurs, et l'apparition, sur le réseau, de pulsations différentes: $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \dots \omega_k$.

Situation dangereuse pour le réseau, pouvant avoir des incidences fâcheuses, notamment pour les systèmes de protection par relais installés dans les diverses centrales, et dans les postes d'interconnexion.

L'étude du fonctionnement hors synchronisme, autrement dit *la marche asynchrone* d'un réseau est très difficile, dans le cas général, à cause du grand nombre de paramètres intervenant.

7. Cas de deux alternateurs séparés par une ligne d'interconnexion.

Pour se rendre compte de ce qui se passe physiquement sur le réseau, on commence par se limiter au cas de deux alternateurs A1 et A2 séparés par une ligne d'impédance \bar{Z} . Supposons que le courant I circule de B vers A, $|Z|$ module de \bar{Z} et ψ son argument. On peut imaginer un point M quelconque entre A et B, tel que $AM = xZ$ et $MB = (1 - x)Z$. On a les relations suivantes:

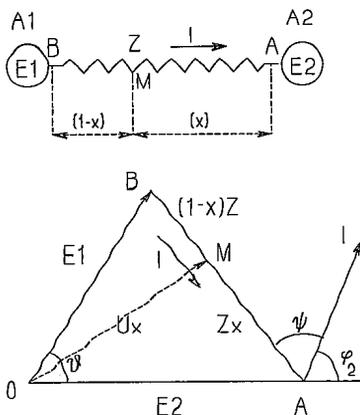


Figure 5.

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}_1 - \bar{E}_2}{\bar{Z}} \quad ; \quad \bar{U}_x = \bar{E}_1(1 - x) + \bar{E}_2x$$

La puissance apparente en M est

$$\bar{U}_x \bar{I} = [(1 - x)\bar{E}_1 + x\bar{E}_2] \frac{\bar{E}_1 - \bar{E}_2}{\bar{Z}}$$

Le triangle quelconque OAB dont on connaît les deux côtés adjacents, et l'angle ϑ opposé au côté AB inconnu, permet de calculer le courant I , en valeur efficace:

$$I = \frac{1}{Z} \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \vartheta}$$

Et la tension efficace en M :

$$U_x = \sqrt{(1-x)^2 E_1^2 + x^2 E_2^2 + 2x_1(1-x)E_1 E_2 \cos \vartheta}$$

Les puissances active et réactive en M :

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{Z} [(1-x)E_1^2 - xE_2^2] \cos \psi \\ &\quad + E_1 E_2 [x \cos(\psi - \vartheta) - (1-x) \cos(\psi + \vartheta)] \\ Q_x &= \frac{1}{Z} [(1-x)E_1^2 - xE_2^2] \sin \psi \\ &\quad + E_1 E_2 [x \sin(\psi - \vartheta) - (1-x) \sin(\psi + \vartheta)] \end{aligned}$$

Si l'on suppose que l'angle ϑ , caractérisant la position angulaire relative des rotors de $A1$ et de $A2$ augmente de plus en plus en fonction du temps, à la vitesse Ω , le vecteur \vec{E}_1 tournant autour du vecteur \vec{E}_2 , ce que l'on exprime par la relation $\vartheta = \Omega t$, bien évidemment $A1$ et $A2$ ne sont plus au synchronisme, la vitesse Ω étant la différence de leurs pulsations propres ω_1 et ω_2 .

Mais le diagramme proposé ci-dessus ne peut alors avoir quelque signification que si Ω est petite vis à vis de la pulsation moyenne $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$; et cela veut dire, en d'autres termes, que *le glissement*:

$$g = \frac{\Omega}{\omega_0}$$

soit petit devant l'unité. On va être en présence d'*un phénomène de battements* que vont pouvoir mettre en évidence des enregistrements oscillographiques.

P. Henriet [4] avait magistralement décrit ce qui se passe lorsque deux grandeurs sinusoïdales de pulsations différentes se composent, et a étudié la tension résultante, et la pulsation de cette tension en un point quelconque du réseau.

Par une approche différente de celle proposée ci-dessus, cet auteur montre que, dans le cas général, la courbe qui représente la valeur instantanée de la tension résultante (celle qui est en réalité enregistrée par l'oscillographe) n'est pas sinusoïdale, et indique sous quelle condition elle l'est. *Les courbes enveloppes* de la tension résultante sont alors elles-mêmes sinusoïdales et passent par l'axe tension zéro.

Dans l'approche précédemment proposée, ceci se produit lorsque $E_1 = E_2$, ce auquel cas la valeur efficace du courant devient:

$$I = \frac{1}{Z} E \sin \frac{\vartheta}{2} \quad ,$$

le temps séparant deux passages par zéro étant $2\pi/\Omega$.

Dans le cas général, le courant présente des minima de valeur $I_{min} = E_1 - E_2/Z$ (aux temps $t = 2k\pi/\Omega, k = 0, 1, 2 \dots$) et des maxima $I_{max} = E_1 + E_2/Z$ (aux temps $t = (2k + 1)\pi/\Omega$).

Il s'en suit que deux minima ou deux maxima sont séparés par un temps $2\pi/\Omega$. Or, on a $\omega_0/2\pi$ périodes par unité de temps et on doit trouver $n = \omega_0/\Omega$ périodes entre deux maxima ou minima. Et comme on a trouvé que le glissement $g = \Omega/\omega_0$, on a aussi

$$g = \frac{1}{n}$$

Si donc on trouve, sur l'oscillogramme 50 périodes entre deux maxima, le glissement, généralement exprimé en %, aura été de $g = 2\%$.

J. Fallou [5] (1898-1939) a publié un travail intitulé "*la marche asynchrone et la reprise spontanée du synchronisme dans les réseaux interconnectés*". Cet auteur indique que si, dans la procédure précédente, on avait pris en considération une impédance unique Z entre les deux alternateurs $A1$ et $A2$, pour que cette impédance ait une signification physique, il fallait que le glissement relatif soit très petit. Or le glissement peut être important, et les réactions d'induit des deux machines peuvent être différentes. La théorie doit donc être abordée autrement. On partira de *f.é.m.* instantanées:

$$\begin{aligned} \text{Pour } A1 \quad , \quad e_1 &= \sqrt{2}\dot{E}_1 \sin \omega_1 t \\ \text{Pour } A2 \quad , \quad e_2 &= \sqrt{2}\dot{E}_2 \sin \omega_2 t \end{aligned}$$

On posera: $\omega_1 > \omega_2$ et on appliquera le principe de superposition au fonctionnement asynchrone des deux machines.

On superpose, en fait, deux régimes [Fig. 6]:

- a) l'un, obtenu par la *f.é.m.* E_1 , de pulsation ω_1 , appliquée à trois impédances en série: Z_{sy} de $A1$, Z_{L1} de la ligne, Z_{asy} de $A2$, toutes soumises à la pulsation ω_1 .

- b) l'autre, obtenu par la *f.é.m.* E_2 , de pulsation ω_2 , appliquée à trois impédances en série: Z_{sy} de A2, Z_{L2} de la ligne, Z_{asy} de A1, les trois soumises à la pulsation ω_2 .

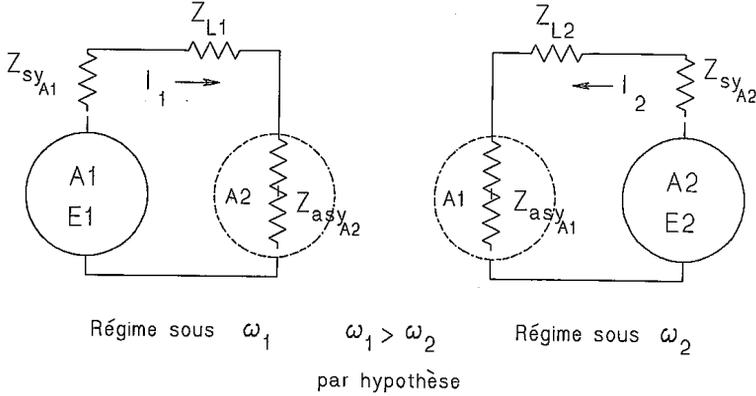


Figure 6.

Pour le premier régime a), sous ω_1 , le glissement de A2 par rapport à A1 est $g_1 = \omega_1 - \omega_2/\omega_1$. Le courant instantané, obtenu dans ce régime est:

$$i_1 = \sqrt{2} \frac{E_1}{\left| \frac{Z_{sy}}{A1} + Z_{L1} + \frac{Z_{asy}}{A2} \right|} \sin(\omega_1 t - \varphi_1)$$

φ_1 étant l'argument de la somme des impédances.

De même, pour le second régime b), sous ω_2 , le glissement de A1 par rapport à A2 est $g_2 = \omega_2 - \omega_1/\omega_2$. Les impédances en série sont, ici, mesurées à la pulsation ω_2 . Le courant instantané, est, dans ce cas:

$$i_2 = \sqrt{2} \frac{E_2}{\left| \frac{Z_{sy}}{A2} + Z_{L2} + \frac{Z_{asy}}{A1} \right|} \sin(\omega_2 t - \varphi_2)$$

φ_2 étant l'argument de la somme des nouvelles impédances.

Considérons l'impédance asynchrone $\bar{Z}_{asy/A2}$ de A2; la partie réelle de $Z_{asy/A2}$ est positive, car g_1 est positif, alors que la partie réelle de $Z_{asy/A1}$ est négative, puisque g_2 l'est. Comme $Z_{L1} < R_B/g_1$, c'est que $\cos \varphi_1 > 0$; de même: $\cos \varphi_2 < 0$. Le courant instantané total dans la ligne d'interconnexion est:

$$i = i_1 - i_2$$

comme plus haut: la pulsation moyenne est

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \text{et} \quad (\omega_1 - \omega_2) = \Omega$$

On peut toujours mettre le courant total sous la forme:

$$i_t = \sqrt{2}I_t \sin(\omega_0 t - \chi),$$

c'est à dire

$$i_t = \sqrt{2}\sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos(\Omega t + \varphi_2 - \varphi - 1)} \sin(\omega_0 t - \chi)$$

avec:

$$\text{tg } \chi = \frac{-I_1 \sin(\frac{\Omega t}{2} - \varphi_1) - I_2 \sin(\frac{\Omega t}{2} + \varphi_2)}{I_1 \cos(\frac{\Omega t}{2} - \varphi_1) - I_2 \cos(\frac{\Omega t}{2} + \varphi_2)}$$

Les puissances fournies par les alternateurs A1 et A2 sont:

$$\begin{array}{l} P_{A1} = E_1 I_1 \cos \varphi_1 \\ P_{A2} = E_2 I_2 \cos \varphi_2 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{l} E_1 I_2 \cos(\Omega t + \varphi_2) \\ E_2 I_1 \cos(\Omega t + \varphi_1) \end{array}$$

termes constants
termes pulsatoires de valeur moyenne nulle

Le courant total I_t mesurable sur la ligne d'interconnexion oscille entre des maxima ($I_1 + I_2$) et des minima ($I_1 - I_2$), le temps séparant deux maxima (ou minima) successifs étant $2\pi/\Omega$, comme trouvé plus haut.

Que va-t-il se passer physiquement pour les alternateurs soumis à cette marche asynchrone ?

Les stators de A1 et A2 seront parcourus par I_t , et leur échauffement, par unité de temps, sera proportionnel au carré de I_t , c'est à dire à $(I_{1\text{eff}}^2 + I_{2\text{eff}}^2)$.

La composante I_1 développe dans le rotor de A2 des courants induits de pulsation Ω ; et la composante I_2 produit dans le rotor de A1 des courants induits de même pulsation Ω . Ces courants induits se répartissent dans les enroulements inducteurs, et dans les amortisseurs; ces dernières fractions augmentent avec le glissement, la self-inductance de fuites de ces circuits est sensiblement plus faible que celles des circuits inducteurs (rotoriques).

Il en découle que le temps pendant lequel on peut admettre la marche asynchrone est inversement proportionnel à la résistance des circuits amortisseurs.

On notera que *la présence des amortisseurs sur A1 et A2 a pour effet de produire des couples asynchrones qui tendent à réduire leur vitesse relative*. En effet, A2 reçoit de A1 une puissance positive $E_1 I_1 \cos \varphi_1$ (aux pertes en ligne près) et A1 reçoit de A2 une puissance négative $E_2 I_2 \cos \varphi_2$ (celui-ci négatif, comme on l'a vu) et qui tend donc à ralentir A1. Les puissances fournies ou absorbées par les alternateurs étant pulsatoires, et les moments d'inertie des masses en rotation n'étant pas infiniment grands, les vitesses sont pulsatoires, ce qui favorise parfois une reprise spontanée du synchronisme.

Cette *reprise spontanée*, qui, d'après l'observation de très nombreux enregistrements oscillographiques, se produit relativement souvent, mérite d'être examinée de plus près.

Considérons d'abord le cas, comme on l'a fait plus haut, d'un seul turbo-alternateur travaillant sur un réseau d'interconnexion de puissance pratiquement infinie.

On notera que le problème s'apparente à celui de l'accrochage spontané d'un moteur synchrone alimenté par un réseau à tension constante, d'impédance négligeable. Paul Janet [2] abordait ainsi cette question, quoique de façon différente de la présentation actuelle.

Etudions les divers couples intervenant sur l'arbre, comme le propose J. Fallou:

- 1°) l'alternateur, du fait de son inertie, la vitesse de rotation étant variable, oppose ou bien fournit un couple

$$C_i = k_i \frac{d^2 \vartheta}{dt^2}$$

on avait déjà ce résultat plus haut, k_i est ici la constante k/p

- 2°) l'alternateur reçoit du réseau - ou bien lui fournit - un couple asynchrone, suivant que le rotor a une vitesse inférieure ou supérieure à celle du synchronisme. La valeur moyenne de ce couple est proportionnelle au glissement g .

Les enroulements rotoriques, inducteur et amortisseur, ne sont pas polyphasés, et sont refermés sur eux-mêmes. Le couple est, à chaque instant, dépendant de la position relative du rotor, par rapport au champ tournant statorique. Soit alors ϑ l'angle "électrique"

formé entre la tension U d'une phase du stator, et la $f.é.m.E$ induite dans cette phase par un courant continu circulant dans l'inducteur.

Jean Fallou indique la forme suivante pour le couple asynchrone

$$C_{asy} = k_{asy}(1 - b \cos 2\vartheta) \frac{d\vartheta}{dt}$$

k_{asy} une constante résultant du calcul, b une autre constante.

3°) l'alternateur, dont le rotor, avons-nous dit, est excité par un courant continu, fournit au réseau un couple synchrone

$$C_{sy} = k_{sy} \sin \vartheta$$

la valeur moyenne de ce couple est nulle (k_{sy} constante).

4°) du fait que l'entrefer n'est pas homogène, l'alternateur fournit au réseau un couple

$$C_r = k_r \sin 2\vartheta$$

(k_r constante appropriée)

En égalant au couple moteur appliqué à l'arbre la somme des quatre couples ci-dessus, on établit l'équation générale du mouvement. Soit:

$$k_i \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + k_{asy}(1 - b \cos 2\vartheta) \frac{d\vartheta}{dt} + k_{sy} \sin \vartheta + k_r \sin 2\vartheta = C_m$$

Comme l'étude de cette équation dynamique, tout comme de celle, analogue obtenue plus haut, ne peut être conduite par les procédés normaux de l'analyse, on a eu recours à des machines à intégrer, ce qui a permis de constater, note Jean Fallou, que pour les valeurs pratiques des constantes k_r et b , les termes en $\cos 2\vartheta$ et $\sin 2\vartheta$ peuvent être négligés. L'équation du mouvement se réduit alors à:

$$k_i \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + k_{asy} \frac{d\vartheta}{dt} + k_{sy} \sin \vartheta = C_m$$

équation qui peut d'ailleurs être mise sous une autre forme. Soit ω la pulsation constante du réseau, et ω_1 la pulsation moyenne de l'alternateur, résultant de l'équilibre qui s'établit entre le couple asynchrone, et le couple sur l'arbre, le premier exprimé par $k_{asy}d\vartheta/dt_{moy}$, le second exprimé

par $k_{asy}(\omega_1 - \omega)$, on a finalement: $C_m = k_{asy}(\omega_1 - \omega)$, et l'équation du mouvement s'écrit alors, après division de toutes les constantes par k_i :

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{k_{asy}}{k_i} \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{k_{sy}}{k_i} \sin \vartheta = \frac{k_{asy}}{k_i} (\omega_1 - \omega)$$

L'étude des solutions particulières, obtenues, bien sûr, au moyen de machines à intégrer, montre que ϑ tend toujours vers une valeur constante, pourvu que la condition suivante soit respectée:

$$(\omega_1 - \omega) < a \sqrt{\frac{k_{sy}}{k_i}}, \quad (\text{A})$$

les angles étant exprimés en radians, la constante $a = 1,04$ pour les turbo-alternateurs. Et cette tendance de ϑ vers une valeur constante correspond précisément à la condition de reprise spontanée du synchronisme. Reste à calculer les constantes k_{sy} et k_i .

On se donne: E la f.é.m.interne de l'alternateur; p le nombre de paires de pôles; $\Omega = \omega/p$ la vitesse angulaire du rotor; P_n la puissance nominale du groupe; Z la réactance totale, c'est à dire la synchrone, plus, éventuellement, celle de la ligne de raccordement, mesurée à la pulsation normale ω ; P_m la puissance synchrone maximum transmissible, égale à EU/Z ; K le moment d'inertie du corps tournant, égal à $M\varphi^2/4$; M : masse du corps en rotation; T , la constante d'inertie, égale à

$$\frac{1}{2} \frac{K(\omega/p)^2}{P_n},$$

on trouve:

$$k_{sy} = \frac{EU}{Z \frac{\omega_1}{\omega}} \frac{p}{\omega} = P_m \frac{p\omega}{\omega_1^2}$$

$$k_i = \frac{k}{p} = TP_n \frac{p}{\omega^2}$$

Il résulte de tout cela que la reprise spontanée du synchronisme se produit en dessous d'un certain glissement critique

$$g_0 = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega}$$

et la condition de la reprise s'écrit

$$g_0(g_0 + 1) < \frac{1}{\sqrt{2}\omega} \sqrt{\frac{P_m}{TP_n}}$$

Pour la fréquence de réseau de 50 périodes par seconde, et en négligeant g devant l'unité, $(g + 1) = 1$, la condition est:

$$g_0 < 0,04 \sqrt{\frac{P_m}{TP_n}}$$

8. Influence des régulateurs de vitesse.

On peut encore tenir compte de la caractéristique du régulateur de vitesse de la turbine. σ est le statisme de cet organe, c'est à dire l'écart relatif de vitesse quand le couple de la turbine passe de sa valeur normale C_n , à zéro.

Avant l'incident, le couple est C_0 à la pulsation normale ω . Les écarts relatifs de vitesses sont proportionnels aux écarts relatifs des couples:

$$\frac{\omega_1 - \omega}{\omega} = \sigma \frac{C_0 - C_m}{C_m},$$

C_m étant le couple fourni par la turbine après la rupture du synchronisme.

Le couple asynchrone fourni par l'alternateur est équilibré, donc égal au couple sur l'arbre C_m , et le glissement est proportionnel à ce couple:

$$\frac{\omega_1 - \omega}{\omega} = \gamma \frac{C_m}{C_n}$$

γ étant le glissement que devrait avoir l'alternateur pour fournir un couple asynchrone égal à son couple normal (à la condition que la caractéristique asynchrone soit toujours rectiligne). En éliminant C_m entre les relations ci-dessus, il vient:

$$\frac{\omega_1 - \omega}{\omega} = \frac{\gamma \sigma}{\gamma + \sigma} \frac{C_0}{C_n} = \frac{\gamma \sigma}{\gamma + \sigma} \frac{P_0}{P_n}$$

P_0/P_n étant le rapport de la puissance P_0 fournie par l'alternateur avant la rupture du synchronisme, à la puissance normale du groupe.

9. Influence des régulateurs de tension.

Il convient encore de remarquer que le régulateur de tension de l'alternateur favorise également la reprise spontanée du synchronisme.

En effet, on a vu dans les calculs produits au début du paragraphe (7), que la tension en un point quelconque de la ligne d'interconnexion reliant un alternateur à un autre, ou à un grand réseau, était donnée par l'expression:

$$U_M = \sqrt{(1-x)^2 E_1^2 + x^2 E_2^2 + 2x(1-x)E_1 E_2 \cos \vartheta}$$

Avant la perte du synchronisme ϑ est constant et compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$; en conséquence, U_M^2 est au moins égal à:

$$(1-x)^2 E_1^2 + x^2 E_2^2$$

Après la perte du synchronisme ϑ varie de 0 à 2π , et la valeur moyenne de U_M^2 est égale à:

$$(1-x)^2 E_1^2 + x^2 E_2^2$$

Si le régulateur de tension possède un équipage mobile soumis à un couple proportionnel au carré de la tension efficace, il tendra en moyenne à surexciter l'alternateur après la rupture du synchronisme et à augmenter alors sa *f.é.m.* interne E . Il va donc augmenter la valeur du glissement critique, et faciliter la reprise spontanée du synchronisme.

On peut encore étudier les conditions de reprise spontanée du synchronisme dans le cas de deux alternateurs $A1$ et $A2$ séparés par un réseau d'interconnexion compliqué, que l'on peut toujours ramener à un quadripôle passif, dont les constantes généralisées seraient $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$.

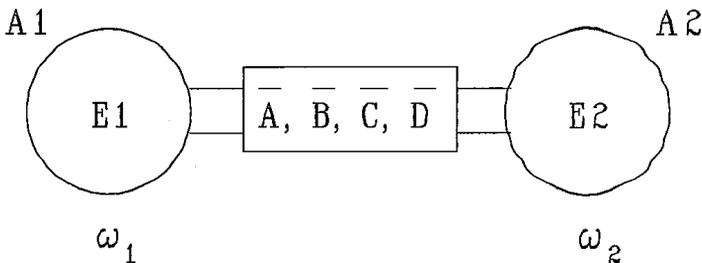


Figure 7.

Dans ce cas on a évidemment, deux angles électriques différents ϑ_1 pour $A1$ et ϑ_2 pour $A2$, angles comptés toutefois par rapport à un même axe de références quelconque. Ici encore on dira que la machine $A1$, excitée à la pulsation ω_2 de $A2$, fournit un couple asynchrone, proportionnel au glissement relatif:

$$C_{asy}^{A1} = k_{asy}^{A1} \frac{d}{dt} (\vartheta_1 - \vartheta_2) \quad .$$

Son couple synchrone: composé d'un terme constant C_{sy}^{A1} fourni au réseau, et d'un terme variable de la forme $k_{sy}^{A1} \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2 - \varphi)$. Le couple d'inertie appliqué au corps tournant est

$$C_i^{A1} = k_i^{A1} \frac{d^2 \vartheta_1}{dt^2}$$

de sorte que l'équation du mouvement relatif de l'alternateur $A1$ s'écrira:

$$k_i^{A1} \frac{d^2 \vartheta_1}{dt^2} + k_{asy}^{A1} \frac{d}{dt} (\vartheta_1 - \vartheta_2) + k_{sy}^{A1} \sin(\vartheta_1 - \vartheta_2 - \psi) = C_m^{A1} - C_{sy}^{A1}$$

et, naturellement, pour l'alternateur $A2$:

$$k_i^{A2} \frac{d^2 \vartheta_2}{dt^2} + k_{asy}^{A2} \frac{d}{dt} (\vartheta_2 - \vartheta_1) + k_{sy}^{A2} \sin(\vartheta_2 - \vartheta_1 - \psi) = C_m^{A2} - C_{sy}^{A2}$$

en éliminant ϑ_1 et ϑ_2 entre ces deux équations, en faisant apparaître seulement l'écart angulaire total $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$, on arrive à une équation du mouvement de la forme:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \left[\frac{k_{asy}^{A1}}{k_i^{A1}} + \frac{k_{asy}^{A2}}{k_i^{A2}} \right] \frac{d\vartheta}{dt} + \left[\frac{k_{sy}^{A1}}{k_i^{A1}} + \frac{k_{sy}^{A2}}{k_i^{A2}} \right] \cos \psi \sin \vartheta \\ - \left[\frac{k_{sy}^{A1}}{k_i^{A1}} - \frac{k_{sy}^{A2}}{k_i^{A2}} \right] \sin \psi \cos \vartheta \\ = \left[\frac{k_{asy}^{A1}}{k_i^{A1}} + \frac{k_{asy}^{A2}}{k_i^{A2}} \right] (\omega_1 - \omega_2) \end{aligned}$$

Il semble qu'à l'époque où Jean Fallou publiait ces résultats, on n'avait pas cherché, à l'aide de machines à intégrer, les conditions, c'est à dire les relations devant exister entre les coefficients, pour que l'angle électrique ϑ tende toujours vers une valeur constante.

Toutefois, si l'on a: $\sin \psi = 0$ ou encore:

$$\frac{k_{sy}^{A1}}{k_i^{A1}} = \frac{k_{sy}^{A2}}{k_i^{A2}}$$

les conditions de reprise spontanée du synchronisme sont:

$$\omega_1 - \omega_2 < a \sqrt{\left(\frac{k_{sy}^{A1}}{k_i^{A1}} + \frac{k_{sy}^{A2}}{k_i^{A2}} \right) \cos \psi}$$

($a \cong 1$ comme plus haut)

Calculons les coefficients k : Les *f.é.m.* des deux alternateurs sont E_1 et E_2 , les constantes généralisées du réseau d'interconnexion, mesurées à la pulsation moyenne ω , sont les coefficients des équations:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \bar{A}\bar{E}_2 + \bar{B}\bar{I}_2; \bar{I}_1 = \bar{C}\bar{E}_2 + \bar{D}\bar{I}_2; \\ \bar{A} &= A[\alpha, \bar{B} = B[\beta, \bar{C} = C[\alpha, \bar{D} = D[\delta \end{aligned}$$

et on sait que l'on a, entre ces constantes, la relation:

$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1$$

Faisons l'hypothèse que ω_1 et ω_2 sont très proches de ω et que les constantes généralisées du réseau, vues de $A1$ et $A2$ aient même valeur. Ecrivons les puissances synchrones fournies par les alternateurs

$$\begin{aligned} P_1 &= E_1^2 \frac{D}{B} \cos(\beta - \delta) - \frac{E_1 E_2}{B} \cos(\vartheta + \beta) \\ P_2 &= E_2^2 \frac{A}{B} \cos(\beta - \alpha) - \frac{E_1 E_2}{B} \cos(\beta - \vartheta) \end{aligned}$$

si p_1 et p_2 sont respectivement les nombres de paires de pôles de $A1$ et $A2$, on a les identités:

$$\begin{aligned} k_{sy}^{A1} \sin(\vartheta - \psi) &\equiv -\frac{E_1 E_2}{B} \frac{p_1}{\omega} \cos(\vartheta + \beta) \\ k_{sy}^{A2} \sin(-\vartheta - \psi) &\equiv -\frac{E_1 E_2}{B} \frac{p_2}{\omega} \cos(\beta - \vartheta) \end{aligned}$$

d'où l'on tire:

$$k_{sy}^{A1} = \frac{E_1 E_2}{B} \frac{p_1}{\omega} \quad , \quad k_{sy}^{A2} = \frac{E_1 E_2}{B} \frac{p_2}{\omega} \quad , \quad \psi = \frac{\pi}{2} - \beta$$

Si T_1 et T_2 sont les constantes d'inertie de $A1$ et $A2$, P_n^{A1} , P_n^{A2} leurs puissances nominales:

$$k_i^{A1} = 2T_1 P_n^{A1} \frac{p_1}{\omega^2}, k_i^{A2} = 2T_2 P_n^{A2} \frac{p_2}{\omega^2}$$

d'où:

$$\frac{k_{sy}^{A1}}{k_i^{A1}} = \frac{E_1 E_2}{B} \frac{\omega}{2T_1 P_n^{A1}} \quad ; \quad \frac{k_{sy}^{A2}}{k_i^{A2}} = \frac{E_1 E_2}{B} \frac{\omega}{2T_2 P_n^{A2}}$$

Ceci obtenu, deux cas permettent d'écrire la condition de reprise spontanée du synchronisme:

1°) l'argument β de la constante généralisée \bar{B} vaut $\pi/2$ ($\psi = 0$), la condition (A) du paragraphe (7) devient:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega} < \frac{1}{\sqrt{2\omega}} \sqrt{\frac{E_1 E_2}{B} \left(\frac{1}{T_1^{A1} P_n^{A1}} + \frac{1}{T_2^{A2} P_n^{A2}} \right)}$$

2°) les groupes turbo-alternateurs $A1$ et $A2$ ont même énergie cinétique:

$$T_1 P_n^{A1} = T_2 P_n^{A2} \quad \text{ou encore} \quad \frac{k_{sy}^{A1}}{k_i^{A1}} = \frac{k_{sy}^{A2}}{k_i^{A2}}$$

la condition (A) du paragraphe (7) devient:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega} < \frac{1}{\sqrt{2\omega}} \sqrt{\frac{E_1 E_2}{B} \frac{2}{T_1^{A1} P_n^{A1}} \sin \beta}$$

L'étude des conditions de reprise spontanée du synchronisme devient inextricable pour un nombre de groupes supérieur à deux.

Conclusion.

Il a été montré, au début du paragraphe (7), que les maxima d'échange de puissance entre des alternateurs fonctionnant en parallèle étaient en $E_1 E_2 / Z$. Il en découle que du point de vue de la stabilité de marche, il y a intérêt de réduire Z , c'est à dire toutes les réactances se trouvant en série.

A noter que Z varie suivant l'état évolutif de la perturbation. Bien entendu, les valeurs des forces électromotrices internes des alternateurs

influent aussi sur la stabilité, et cela pose tout le problème des flux rotoriques, autrement dit l'étude détaillée de l'excitation des alternateurs, sujet ne pouvant être traité dans le présent exposé.

Il a été également question, au cours du même paragraphe, du phénomène de battements intervenant lorsque l'on se trouve hors synchronisme, et il a été fait allusion aux enregistrements oscillographiques qui ont permis d'analyser les perturbations affectant les tensions (en différents endroits du réseau), et de comprendre finalement le rôle majeur des couples asynchrones dans la reprise spontanée du synchronisme.

Les oscillographes utilisés, juste avant la seconde guerre mondiale, permettaient de ne perdre que les deux premières périodes de la perturbation.

Mais déjà on avait pu voir sur le marché des oscillographes, enregistrant en permanence, permettant de ne rien perdre de la configuration de la perturbation.

Le présent exposé a principalement concerné les centrales à groupes turbo-alternateurs qui présentent un couple asynchrone puissant, ce qui leur permet de passer de la marche synchrone à la marche asynchrone, et d'y rester pendant une courte durée jusqu'à une reprise spontanée du synchronisme.

Les réseaux d'interconnexion modernes, qui comprennent un grand nombre de centrales thermo-nucléaires, à puissance unitaire des groupes turbo-alternateurs élevée, sont particulièrement stables en service normal.

Pour conclure, et comme cela résulte de l'étude mathématique, les problèmes de stabilité en marche normale (stabilité statique), et ceux qui concernent les régimes perturbés (stabilité dynamique) mettent en cause un certain angle ϑ défini comme un déphasage de la *f.é.m.* apparente de l'alternateur, par rapport à la tension aux bornes. Cet angle, rapporté au nombre de paires de pôles, ϑ/p , figure le déplacement relatif des pôles inducteurs (Rotor) par rapport aux pôles homologues d'un alternateur fictif, fonctionnant en parallèle mais à vide, et tournant à la vitesse uniforme correspondant, pour cette machine, à une fréquence de 50 périodes. Or, cet angle peut être affecté d'oscillations pendulaires, l'ampleur de ces oscillations ne doit pas dépasser une certaine valeur pour rester dans les limites de stabilité statique. Si le mouvement de rotation du rotor devient révolatif, l'alternateur peut décrocher, ou bien donner lieu à une reprise spontanée du synchronisme, sous certaines conditions qui ont été examinées.

Bibliographie:

- [1] Jean Fallou "*Courants de court-circuit*" Editions J.B. Baillière, Paris 1933.
- [2] Paul Janet "*Leçons d'Electrotechnique Générale*", Vol III, Editions Gauthier Villars, Paris 1938.
- [3] Jean Fallou "*Leçons d'Electrotechnique Générale*", Tome II, Editions Gauthier Villars, Paris 1939.
- [4] P. Henriet - Revue Générale de l'Electricité, T LIII, n° 7, p 139, Juil 1944.
- [5] Jean Fallou - Revue Générale de l'Electricité, T XLI, n° 15, 10 avr 1937, p 451.

(Manuscrit reçu le 15 juin 1993)