

Les postulats de la relativité impliquent les ondes et les quanta

C. CORMIER-DELANOUE

Fondation Louis de Broglie
23 Quai de Conti, 75006 Paris

RESUME. Les recherches dans diverses branches de la physique, et aussi les remarquables intuitions de Planck, Einstein, et de Broglie sont, à juste titre, considérées comme étant historiquement à l'origine de la physique quantique. Il peut cependant être démontré que les propriétés quantiques et ondulatoires, tant de la lumière que des particules matérielles, découlent des deux postulats relativistes d'Einstein, sans aucune autre hypothèse.

ABSTRACT Work in various fields of physics, and also a few inspired guesses, by Planck, Einstein, and de Broglie may rightly be considered as the historical origin of Quantum physics. Nevertheless, it can easily be demonstrated that wave and quantum properties of both electromagnetic radiation and material particles follow from Einstein's two relativity postulates, without any further assumptions.

1. Introduction

Le concept de quantum d'énergie fut proposé par M. Planck [1] pour obtenir une formulation correcte de la densité spectrale $\rho(\nu, T)$ du rayonnement de corps noir. C'était une brillante intuition.

Appliquant résolument les idées de Planck à la lumière, A. Einstein [2], s'appuyant aussi sur des considérations de thermodynamique, proposa alors une conception corpusculaire de la radiation électromagnétique. Quelques années plus tard [3], il fut amené à préciser de façon plus subtile ce qui devint dès lors le dualisme onde-corpuscule de la lumière.

Ne considérant un quantum de lumière que comme un corpuscule parmi d'autres, L. de Broglie [4] étendit alors cette dualité onde-corpuscule à toutes les entités de la microphysique. C'était aussi une brillante intuition.

Ces idées originales de quelques physiciens d'exception furent à l'origine de la physique quantique moderne.

Entre-temps, et dans une toute autre direction de recherche, A. Einstein [5] avait développé la théorie de la relativité restreinte en partant de deux postulats apparemment très simples, à savoir:

1. *Il existe une équivalence privilégiée entre tous les référentiels galiléens pour la description des phénomènes physiques.*
2. *La lumière se propage de façon isotrope dans tous les référentiels galiléens. Sa vitesse est une constante universelle, c .*

Il sera démontré ci-après comment les propriétés fondamentales, quantification et aspect ondulatoire, de toutes les entités de la micro-physique découlent simplement d'une analyse relativiste, sans aucune autre hypothèse que les deux postulats ci-dessus.

2. La lumière, ondes et corpuscules

Certaines propriétés de la lumière peuvent être étudiées en appliquant la cinématique relativiste au processus d'absorption de la radiation par un corpuscule matériel, un atome, par exemple.

Dans l'ignorance délibérée où l'on se place au départ de ce raisonnement, il faut donner une définition minimale de ce que l'on entend par rayonnement.

C'est une énergie E_r de forme parfaitement indéfinie qui se propage dans le vide à la vitesse c entre une source et un absorbeur, deux atomes en l'occurrence. Cette énergie devient ultérieurement constatable, notamment, par l'augmentation de l'énergie totale, ou de la masse propre équivalente, de cet absorbeur, ici supposé libre, ainsi que par l'impulsion E_r/c qui lui est communiquée.

L'augmentation de la masse propre de l'absorbeur est indispensable pour qu'il puisse y avoir absorption du rayonnement. L'énergie et l'impulsion communiquées à un absorbeur libre ne peuvent se traduire uniquement en énergie cinétique de recul.

Soit en effet M_0 la masse au repos, supposée invariante, d'un atome qui, par absorption de l'énergie radiante E_r et de l'impulsion E_r/c , prendrait un mouvement de recul de vitesse βc . On pourrait alors écrire

$$M_0 \beta c \gamma = E_r / c \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \quad (1)$$

pour la conservation de l'impulsion, et

$$M_0c^2(\gamma - 1) = E_r \quad (2)$$

pour la conservation de l'énergie, ce qui reviendrait à

$$\beta\gamma = \gamma - 1 \quad (3)$$

La seule racine de cette équation étant $\beta = 0$, ce schéma ne peut être envisagé.

Pour qu'il puisse y avoir absorption de l'énergie radiante et de l'impulsion associée, on doit donc envisager que la masse propre M_0 de l'absorbeur devienne RM_0 dans ce processus, avec comme condition très générale, $R > 1$.

On sait que dans l'interaction d'une radiation E_r avec un électron libre, il y a diffusion d'une radiation secondaire $E'_r < E_r$ par effet Compton, mais non absorption totale de la radiation incidente. En effet, l'électron ne peut exister qu'avec une masse au repos bien fixée et constante, et donc dans ce cas, le facteur R demeure égal à 1.

Dans le référentiel de repos initial S_0 d'un atome absorbeur, l'énergie de ce dernier évoluera donc, au cours de l'absorption d'une quantité indéterminée d'énergie radiante E_{r0} , de M_0c^2 à $RM_0c^2\gamma_0$, et simultanément, l'atome prendra une vitesse de recul β_0c .

L'énergie et l'impulsion absorbées dans cette interaction seraient donc

$$RM_0c^2\gamma_0 - M_0c^2 = E_{r0} \quad (4)$$

$$RM_0\beta_0c\gamma_0 = E_{r0}/c \quad (5)$$

d'où l'on tire par substitution

$$RM_0\beta_0c^2\gamma_0 = RM_0c^2\gamma_0 - M_0c^2 \quad (6)$$

$$R\beta_0\gamma_0 = R\gamma_0 - 1 \quad (7)$$

$$R\gamma_0(1 - \beta_0) = 1 \quad (8)$$

$$R(1 - \beta_0) = \sqrt{1 - \beta_0^2} \quad (9)$$

$$R^2(1 - \beta_0) = 1 + \beta_0 \quad (10)$$

et finalement

$$\beta_0 = \frac{R^2 - 1}{R^2 + 1} \quad (11)$$

$$\gamma_0 = \frac{R^2 + 1}{2R} \quad (12)$$

D'après (5), (11), et (12), E_{r0} peut aussi être écrit

$$E_{r0} = M_0 c^2 \frac{R^2 - 1}{2} \quad (13)$$

Dans le calcul ci-dessus, l'atome absorbeur était initialement au repos. On peut aussi envisager le cas où il aurait une vitesse initiale βc dans une direction formant un angle ϕ_0 avec la direction du rayonnement. On étudie donc à présent le même processus que précédemment, mais dans un référentiel d'observation S_1 par rapport auquel le référentiel S_0 est animé d'une vitesse relative βc .

L'absorption de la radiation E_{r1} se traduira par une variation de l'énergie globale de l'absorbeur, énergie propre, plus énergie cinétique, ce que l'on peut écrire

$$E_{r1} = R M_0 c^2 \gamma_1 - M_0 c^2 \gamma \quad (14)$$

où γ_1 résulte de la transformation relativiste de γ_0 , du référentiel S_0 au référentiel S_1 .

$$\beta_1 = \beta_0 \frac{\sqrt{1 + (\beta/\beta_0)^2 - 2\beta/\beta_0 \cos \phi_0 - \beta^2 \sin^2 \phi_0}}{1 - \beta\beta_0 \cos \phi_0} \quad (16)$$

$$\beta_1^2 = \frac{\beta_0^2 + \beta^2 - 2\beta\beta_0 \cos \phi_0 - \beta^2 \beta_0^2 + \beta^2 \beta_0^2 \cos^2 \phi_0}{(1 - \beta\beta_0 \cos \phi_0)^2} \quad (17)$$

$$1 - \beta_1^2 = \frac{1}{(1 - \beta\beta_0 \cos \phi_0)^2} \left[(1 - \beta\beta_0 \cos \phi_0)^2 - \beta^2 - \beta_0^2 + 2\beta\beta_0 \cos \phi_0 + \beta^2 \beta_0^2 - \beta^2 \beta_0^2 \cos^2 \phi_0 \right] \quad (18)$$

$$1 - \beta_1^2 = \frac{1 - \beta_0^2 - \beta^2 + \beta^2 \beta_0^2}{(1 - \beta\beta_0 \cos \phi_0)^2} \quad (19)$$

$$1 - \beta_1^2 = \frac{(1 - \beta^2)(1 - \beta_0^2)}{(1 - \beta\beta_0 \cos \phi_0)^2} \quad (20)$$

$$\gamma_1 = (1 - \beta\beta_0 \cos \phi_0)\gamma\gamma_0 \quad (21)$$

En substituant les valeurs de β_0 et γ_0 précédemment obtenues en (11) et (12) dans cette expression, on peut écrire l'égalité (14) sous la forme

$$E_{r1} = M_0 c^2 \gamma \left[\left(1 - \frac{R^2 - 1}{R^2 + 1} \beta \cos \phi_0 \right) \frac{R^2 + 1}{2} - 1 \right] \quad (22)$$

$$E_{r1} = M_0 c^2 \gamma \frac{R^2 + 1 - \beta(R^2 - 1) \cos \phi_0 - 2}{2} \quad (23)$$

$$E_{r1} = M_0 c^2 \frac{R^2 - 1}{2} \gamma(1 - \beta \cos \phi_0) \quad (24)$$

$$E_{r1} = E_{r0} \gamma(1 - \beta \cos \phi_0) \quad (25)$$

Cette équation, déduite exclusivement de la cinématique relativiste d'un corpuscule matériel absorbé, est vérifiée pour toute valeur du facteur R .

On sait par ailleurs que si ν_0 est la fréquence d'une onde vue dans un référentiel S_0 , et ν_1 la fréquence de la même onde vue dans un référentiel S_1 , lié à la source, par rapport auquel S_0 est en mouvement relatif avec une vitesse βc et selon un angle ϕ_0 par rapport à la direction de propagation de l'onde, la formule définissant l'effet Doppler observable dans S_1 est

$$\nu_1 = \nu_0 \gamma(1 - \beta \cos \phi_0) \quad (26)$$

Ceci découle de l'invariance relativiste de la phase, dénombrement invariant des points de même phase d'une onde, et du ralentissement relativiste des horloges mobiles [6].

La formule (26) exprime une transformation spécifique qui ne s'applique exclusivement qu'aux fréquences d'ondes étendues, physiquement réelles, puisque dénombrables.

L'énergie radiante absorbée E_{r0} , initialement indéfinie dans sa forme, se transforme donc de S_0 à S_1 en une énergie E_{r1} de la même façon que la fréquence observable d'une onde progressive, comme l'avait déjà noté Einstein [5].

Le rayonnement, de nature non-définie initialement, sinon comme une énergie, au sens très large, douée d'une vitesse de propagation finie, ce rayonnement étudié par la seule cinématique relativiste d'un absorbé, se révèle donc de nature ondulatoire.

Ceci n'est peut être pas si surprenant, si l'on pense que la relativité Einsteinienne a rendu l'électromagnétisme de Maxwell covariant, ce qu'il

n'était pas en relativité Galiléenne. Or en théorie électromagnétique, l'énergie ne peut se transmettre à distance que sous forme d'ondes.

Comme déjà mentionné, la relation (25) est vraie pour n'importe quelle valeur de R , mais on doit penser que ce facteur est limité.

Si R est fini, ce peut être une propriété de l'atome absorbeur, les états énergétiques au repos M_0c^2 et RM_0c^2 étant doués d'une certaine stabilité intrinsèque.

Un facteur R fini pourrait aussi résulter d'une caractéristique de l'énergie radiante elle-même.

Par ailleurs, si deux grandeurs, *de dimensions physiques définies*, ont même variance relativiste, elles sont proportionnelles l'une à l'autre.

Soient en effet A_0 et B_0 les valeurs dans un référentiel S_0 de deux telles grandeurs physiques A et B . Soient A_1 et B_1 les valeurs des mêmes grandeurs mesurées dans un référentiel S_1 en mouvement par rapport à S_0 avec la vitesse uniforme βc . On passe des valeurs dans S_0 à celles dans S_1 par une transformation de Lorentz \mathcal{L} , supposée ici être la même pour les grandeurs A et B .

$$A_1 = \mathcal{L}(A_0) \quad (27)$$

$$B_1 = \mathcal{L}(B_0) \quad (28)$$

\mathcal{L} peut prendre différentes formes, comme par exemple

$$\Delta t_1 = \Delta t_0 \gamma \quad \text{pour les durées} \quad (29)$$

$$l_1 = l_0 \gamma^{-1} \quad \text{pour les longueurs parallèles à } \vec{\beta}c \quad (30)$$

$$V_1 = V_0 \gamma^{-1} \quad \text{pour les volumes} \quad (31)$$

$$M_1 = M_0 \gamma \quad \text{pour les masses} \quad (32)$$

$$\nu_1 = \nu_0 \gamma (1 - \beta \cos \phi_0) \quad \text{pour les fréquences d'ondes} \quad (33)$$

On voit que \mathcal{L} intervient toujours sous forme d'un facteur, c'est à dire que la valeur d'une grandeur dans un référentiel S_1 est une fonction linéaire de la valeur de la même grandeur dans un autre référentiel S_0 .

Dans le cas où la variance relativiste est la même pour les deux grandeurs A et B , on peut donc écrire

$$\frac{A_1}{B_1} = \frac{\mathcal{L}A_0}{\mathcal{L}B_0} = \frac{A_0}{B_0} = Q \quad (34)$$

Q étant un coefficient de proportionnalité invariant, et de dimension appropriée.

Quelle que soit la nature physique des grandeurs A et B , de dimensions définies, ce coefficient invariant Q existe toujours, si les variances relativistes de A et B sont identiques.

On voit donc que dans le cas présent on a toujours

$$E_r = Q\nu \tag{35}$$

dans tout référentiel galiléen.

La dimension d'une énergie étant en relativité ML^2T^{-2} , et celle d'une fréquence étant T^{-1} , le facteur Q a pour dimension ML^2T^{-1} , et il est invariant comme il se doit.

Bien évidemment, la constante de proportionnalité invariante, notée ici Q , est identique à h , selon la notation universellement adoptée.

Mais la relation (25) veut aussi dire que pour une valeur de R donnée, l'énergie absorbable par l'atome varie avec la vitesse initiale de celui-ci.

Si l'énergie radiante était répartie dans un train d'ondes fini, se propageant à la vitesse c , l'absorption serait un processus d'une certaine durée, avec accélération progressive de l'absorbeur, les relations (14) et (25) montrent que l'énergie absorbée dépendrait de la vitesse initiale, mais aussi de la vitesse finale due à l'absorption d'impulsion.

En effet, dans l'hypothèse d'une énergie radiante absorbée définie par $E_{r0} = h \nu_0$, on peut écrire dans le référentiel S_0

$$E_{r0} = h \nu_0 = M_0 c^2 \frac{R^2 - 1}{2} \tag{36}$$

et toutes les valeurs de M_0 et R satisfaisant cette relation sont possibles avec, selon les absorbeurs, des vitesses de recul βc différentes, puisque dépendant de R seul selon (11).

Imaginons donc que, dans le référentiel S_0 , l'énergie globale d'un train d'ondes absorbable étant égale à $E_{r0} = h \nu_0$, selon les raisonnements précédents, l'absorption ait lieu par moitiés égales E_{r1} et E_{r2} de l'énergie incidente E_{r0} , selon deux processus continus, d'une durée quelconque, mais rigoureusement consécutifs.

Dans S_0 , la masse au repos de l'absorbeur étant M_0 , et la vitesse initiale étant nulle, on peut écrire pour la première phase d'absorption,

selon (13) et (36), en notant R_1 le facteur d'augmentation de la masse propre

$$E_{r1} = \frac{E_{r0}}{2} = M_0 c^2 \frac{R_1^2 - 1}{2} \quad (37)$$

$$\beta_1 = \frac{R_1^2 - 1}{R_1^2 + 1} \quad (38)$$

$$\beta_1 = \frac{E_{r0}/2}{M_0 c^2 + E_{r0}/2} \quad (39)$$

Dans la deuxième phase, la masse au repos initiale sera égale à $R_1 M_0$, et la vitesse initiale sera $\beta_1 c$, dans la direction d'incidence de la radiation.

Si avec cette masse au repos $R_1 M_0$, l'atome absorbeur avait été initialement immobile dans cette seconde phase, on aurait pu écrire de même, selon (36), en notant maintenant R_2 le facteur d'augmentation de la masse propre dans cette seconde phase

$$E_{r02} = \frac{E_{r0}}{2} = R_1 M_0 c^2 \frac{R_2^2 - 1}{2} \quad (40)$$

E_{r02} étant l'énergie absorbé dans ce processus fictif, mais comme il y a à présent, pour le même observateur que dans la première phase, une vitesse initiale $\beta_1 c$ de l'absorbeur, on a pour l'énergie absorbée, selon (25)

$$E_{r2} = E_{r02} \gamma_1 (1 - \beta_1) \quad (41)$$

$$E_{r2} = R_1 M_0 c^2 \frac{R_2^2 - 1}{2} \sqrt{\frac{1 - \beta_1}{1 + \beta_1}} \quad (42)$$

et donc finalement, en substituant la valeur de E'_{r2} écrite en (40)

$$E_{r2} = \frac{E_{r0}}{2} \sqrt{\frac{1 - \beta_1}{1 + \beta_1}} \quad (43)$$

Il y aurait donc une situation paradoxale en ce que l'énergie absorbée dans ces deux processus strictement consécutifs, ne serait pas égale à l'énergie totalement absorbée dans un processus unique selon les relations (4) et suivantes.

$$E_{r1} + E_{r2} < E_{r0} \quad (44)$$

Le raisonnement ci-dessus indique tout de suite la solution de ce paradoxe:

le processus d'absorption doit être un phénomène instantané.

Dans ces conditions, la fréquence de la radiation ondulatoire absorbée est alors la fréquence initialement incidente sur l'atome que celui-ci soit au repos ou en mouvement préalable, dans le référentiel d'observation.

On remarquera ici que la définition volontairement imprécise d'une radiation, donnée au début du paragraphe 2, exprimée ensuite par les relations (4) et (5), indique que l'énergie et l'impulsion d'une radiation absorbée doivent être strictement liées par le facteur $1/c$. Cette caractéristique n'est rigoureusement respectée, en électromagnétisme classique, que par les flux d'énergie et d'impulsion d'une onde unidirectionnelle, donc idéalement plane.

Si donc on a la relation $P_r = E_r/c$, indispensable aux calculs précédents, et si l'absorbeur est quasi-ponctuel, comme un atome, il faut donc penser que l'onde radiative est infiniment déliée comme le *Nadelstrahlung* d'Einstein. Une onde *stricto sensu* ne peut avoir une telle forme.

La nécessaire instantanéité de l'interaction d'une onde physiquement réelle avec un absorbeur microphysique, précédemment démontrée, suggère donc naturellement que la radiation, bien qu'étendue par définition, n'est détectable que sous l'apparence d'une singularité ponctuelle, concentrant toute l'énergie radiante $Q\nu$ et l'impulsion correspondante $Q\nu/c$, un photon, en d'autres termes.

3. Les ondes de matière

Selon la relation (35), les équations (4) dans S_0 , et (14) dans S_1 , peuvent aussi être écrites comme suit:

$$h\nu_0 = RM_0c^2\gamma_0 - M_0c^2 \quad (45)$$

$$h\nu_1 = RM_0c^2\gamma_1 - M_0c^2\gamma \quad (46)$$

ou encore

$$\nu_0 = \frac{RM_0c^2\gamma_0}{h} - \frac{M_0c^2}{h} \quad (47)$$

$$\nu_1 = \frac{RM_0c^2\gamma_1}{h} - \frac{M_0c^2\gamma}{h} \quad (48)$$

ce qui montre que la fréquence d'onde de toute radiation absorbée doit être égale à la différence de deux fréquences, propres à un absorbeur matériel libre de masse au repos M_0 , dans l'état initial et dans l'état final du processus d'absorption.

Dans la relation (47), la fréquence corpusculaire au repos, ne peut pas être n'importe quelle fréquence *ad libitum*, pas plus qu'elle ne peut dépendre de la fréquence incidente ν_0 , puisqu'elle est définie préalablement au processus d'absorption. Seule la différence des fréquences $RM_0c^2\gamma_0/Q$ et M_0c^2/Q peut être égale à ν_0 .

$$\frac{M_0c^2}{h} \frac{R^2 - 1}{2} = \nu_0 \quad (49)$$

Les fréquences propres ν_{corp} associées aux corpuscules matériels, et la quantification de l'énergie corpusculaire selon

$$M_0c^2 = h\nu_{corp} \quad \text{au repos} \quad (50)$$

$$RM_0c^2\gamma = h\nu'_{corp} \quad \text{en mouvement} \quad (51)$$

qui étaient admises par de Broglie comme un grand principe, sont ici démontrées comme découlant de la relativité.

Les vibrations corpusculaires trouvées par cette méthode, ont la signification précise suivante. Un observateur immobile dans un référentiel galiléen quelconque, verra une oscillation de la fréquence définie plus haut, au point où se trouve le corpuscule. Ceci est caractéristique de l'observation d'une onde en ce point. Mais bien entendu, ce ne peut être encore, qu'une supposition, et rien, notamment sur la vitesse de phase V d'une telle onde, ne peut être déduit de cette discussion, seule sa fréquence éventuelle en un point donné peut être définie.

Dans le référentiel où un corpuscule se déplace avec une vitesse βc par suite de l'absorption de l'énergie $h\nu$ d'une radiation, sa fréquence est donc $\nu_m = RM_0c^2\gamma/h$. Dans le référentiel de repos du corpuscule, d'autre part, sa fréquence est $\nu_r = RM_0c^2/h$.

Si les fréquences associées au corpuscule dans ces deux référentiels sont aussi celles d'une onde, de vitesse de phase V , alors, ν_r doit pouvoir être déduite de ν_m par une transformation de Doppler relativiste entre deux référentiels en mouvement relatif de vitesse βc . Cette transformation peut s'écrire:

$$\nu_r = \nu_m \gamma \left(1 - \frac{\beta c}{V}\right) \quad (52)$$

$$\frac{RM_0c^2}{h} = \frac{RM_0c^2\gamma^2}{h} \left(1 - \frac{\beta c}{V}\right) \quad (53)$$

ce qui donne pour la vitesse de phase V

$$V = \frac{c}{\beta} \quad (54)$$

Cette méthode de calcul de V avait déjà été exposée par L. de Broglie [7].

De plus, on obtient pour la longueur d'onde λ correspondant à un corpuscule en mouvement uniforme avec la vitesse βc

$$\lambda = \frac{c}{\beta} \cdot \frac{h}{RM_0 c^2 \gamma} \quad (55)$$

$$\lambda = \frac{h}{P} \quad (56)$$

P étant l'impulsion du corpuscule libre.

C'est donc bien une onde de vitesse de phase V et de longueur d'onde λ , qui, seule, est toujours en phase avec le corpuscule, dans n'importe quel référentiel Galiléen.

Cette onde, est bien entendu, l'onde de de Broglie.

On doit remarquer, que la vitesse de phase V étant inversement proportionnelle à la vitesse βc , on a $V = \infty$ pour $\beta = 0$, dans le référentiel propre du corpuscule. Ceci veut dire que dans ce référentiel, la phase est la même en tous points de l'espace environnant le corpuscule, conformément à la définition d'une onde de matière stationnaire, selon de Broglie.

Si l'on appelle Ψ l'onde afférente à un corpuscule libre isolé, de masse au repos M_0 , animé de la vitesse βc , on ne connaît que la vitesse de phase V et la fréquence ν_{corp} de cette onde Ψ . On peut cependant dire que de façon très générale celle-ci doit satisfaire à l'équation de d'Alembert

$$\nabla^2 \Psi - \frac{\beta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \quad (57)$$

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\frac{1 - \beta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (58)$$

On sait qu'une des solutions de l'équation (57) est de la forme

$$\Psi(x, t) = e^{ikx - i\omega t} \quad (59)$$

Ceci permet de calculer le terme de droite de l'équation (58) en tenant compte des résultats précédents

$$-\frac{1-\beta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{1-\beta^2}{c^2} 4\pi^2 \nu_{corp}^2 \Psi \quad (60)$$

$$-\frac{1-\beta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{1-\beta^2}{c^2} \frac{4\pi^2 M_0^2 c^4 \gamma^2}{h^2} \Psi \quad (61)$$

$$-\frac{1-\beta^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{4\pi^2 M_0^2 c^2}{h^2} \Psi \quad (62)$$

On retrouve ainsi, par substitution de cette valeur dans (58), l'équation de Klein-Gordon bien connue, comme fonction d'onde afférente à un corpuscule unique.

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{4\pi^2 M_0^2 c^2}{h^2} \Psi \quad (63)$$

et ce, uniquement par des arguments relativistes, découlant donc des deux postulats initiaux.

4. Conclusion

La quantification, dans le sens d'une proportion linéaire invariante entre fréquence et énergie, ressort logiquement d'une analyse du processus d'absorption de radiation, par le moyen de la mécanique relativiste.

L'aspect nécessairement ponctuel dans l'espace-temps de l'interaction d'une radiation avec la matière, ressort également de la même analyse relativiste.

La nature ondulatoire de toutes les entités de la microphysique découle du même raisonnement, car l'effet Doppler relativiste est d'essence purement ondulatoire.

Finalement, il apparaît que non seulement les deux postulats d'Einstein conduisent à la relativité, mais en outre, qu'ils impliquent les propriétés quantiques et ondulatoires fondamentales du rayonnement et de la matière. Ces propriétés n'ont donc pas à être postulées par ailleurs, comme elles le sont usuellement.

La relativité, partant des prémisses les plus élémentaires, semble bien être, en quelque sorte, une théorie englobante de la théorie quantique.

Références

- [1] M. Planck, *Verh. Dt. Phys. Ges.* **2**, 202, (1900).
- [2] A. Einstein, *Ann. Phys. (Leipzig)* **17**, 132, (1905).
- [3] A. Einstein, *Phys. Z.* **10**, 185, (1909).
- [4] L. de Broglie, *Ann. Phys. (Paris)* **3**, 22, (1925).
- [5] A. Einstein, *Ann. Phys. (Leipzig)* **17**, 891, (1905).
- [6] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 2d. ed. Wiley, N.Y. 1975.
- [7] L. de Broglie, *Comptes Rendus Acc. Sc. Paris*, **271**, 549, 1970.

(Manuscrit reçu le 28 septembre 1993)