# Sur la présence d'un second photon dans la théorie de la lumière de de Broglie

G. Lochak

C.N.R.S. Fondation Louis de Broglie
23, quai de Conti, 75006 Paris

RÉSUMÉ. On montre que la théorie de la lumière de de Broglie prend deux formes : 1) L'une (celle de de Broglie) dérive du quadripotentiel polaire de Lorentz, et la masse du photon entraîne une composante longitudinale du champ électrique. 2) L'autre (obtenue ici) dérive d'un quadripotentiel axial, et la masse du photon entraîne une composante longitudinale du champ magnétique; c'est cette seconde forme qui apparaît dans la théorie du monopôle magnétique.

*ABSTRACT. It is shown that de Broglie's theory of light takes two different forms : 1) The de Broglie form derives from the Lorentz polar quadripotential and the photon mass implies a longitudinal component of the electric field. 2) The second form (here obtained) derives from an axial quadripotential and the photon mass implies a longitudinal component of the magnetic field; this second form appears in the theory of the magnetic monopole.*

## 1. Rappel de résultats précédents

Les équations du photon de de Broglie, découlent de l'idée que *le photon n'est pas une particule élémentaire*, mais la *fusion* de deux particules de spin 1/2. $\mu_0$ étant la masse du photon, $\alpha$ les matrices de Dirac et $\Phi$ une matrice colonne d'ordre 16, les équations s'écrivent ([1], [2], [3], [4]):

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t} = A_k\frac{\partial\Phi}{\partial x_k} + i\frac{\mu_0 c}{\hbar}A_4\Phi \ ; \\
&\qquad A = \alpha\times I \ ; \ (A_r)_{ik,lm} = (\alpha_r)_{il}\delta_{km} \quad (r=1,2,3,4) \\
&\frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t} = B_k\frac{\partial\Phi}{\partial x_k} + i\frac{\mu_0 c}{\hbar}B_4\Phi \ ; \\
&\qquad B = I\times\alpha \ ; \ (B_r)_{ik,lm} = (-1)^{r+l}(\alpha_r)_{km}\delta_{il} \quad (r=1,2,3,4)
\end{aligned} \tag{1}$$

Mais les composantes de $\Phi$ s'arrangent en une matrice carrée $\Psi$ d'ordre 4 qui obéissent aux équations équivalentes suivantes [4] :

$$\partial_\mu \gamma_\mu \Psi - \frac{m_0 c}{\hbar}\Psi = 0 \quad , \quad \partial_\mu \Psi \tilde{\gamma}_\mu - \frac{m_0 c}{\hbar}\Psi = 0 \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix} \gamma_k = i\alpha_4\alpha_k \quad (k=1,2,3) \ ; \ \gamma_4 = \alpha_4 \\ \tilde{\gamma}_\mu = \gamma_\mu \text{transp} \ ; \ x_\mu = x_1, x_2, x_3, x_4 = ict \end{pmatrix}$$

Les matrices $\gamma_\mu$ et leurs transposées étant unitaires et anticommutantes, il existe *deux* matrices unitaires $S$ et $\Gamma$ telles que:

$$\tilde{\gamma}_\mu = S\gamma_\mu S^{-1} \ ; \ \tilde{\gamma}_\mu = -\Gamma\gamma_\mu\Gamma^{-1} \tag{3}$$

(avec $\Gamma = S\gamma_5$ et pour $\mu = 1,2,3,4$)

De Broglie n'envisage que $\Gamma$, ce qui donne le système :

$$\partial_\mu \gamma_\mu \Psi\Gamma - \frac{m_0 c}{\hbar}\Psi\Gamma = 0 \ ; \ \partial_\mu \Psi\Gamma\gamma_\mu + \frac{m_0 c}{\hbar}\Psi\Gamma = 0 \tag{4}$$

Il introduit alors, dans (4), la décomposition :

$$\Psi\Gamma = I\varphi_0 + \gamma_\mu\varphi_\mu + \gamma_{[\mu\nu]}\varphi_{[\mu\nu]} + \gamma_\mu\gamma_5\varphi_{\mu5} + \gamma_5\varphi_5 \ ; \ (\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4) \tag{5}$$

où $\varphi_0$ est un scalaire, $\varphi_\mu$ un vecteur polaire, $\varphi_{[\mu v]}$ un tenseur d'ordre deux, $\varphi_{\mu5}$ un vecteur axial et $\varphi_5$ un pseudo-scalaire, d'où les grandeurs, dans $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= Kk_0(\varphi_{23}, \varphi_{31}, \varphi_{12}) \ ; \ \mathbf{E} = Kk_0(i\varphi_{14}, i\varphi_{24}, i\varphi_{34}) \ ; \\ \mathbf{A} &= K(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) \ ; \ iV = K\varphi_4 \ ; \\ -i\mathbf{B} &= K(\varphi_{15}, \varphi_{25}, \varphi_{35}, \varphi_{45}) \ ; \ W = K\varphi_{45} \ ; \\ I_1 &= \varphi_0 \ ; \ iI_2 = \varphi_5 \quad (k_0 = \frac{m_0 c}{\hbar}; K = \frac{\hbar}{2\sqrt{m_0}}) \end{aligned} \tag{6}$$

Le système (4) se décompose alors en deux groupes (voir réf. citées) auxquels nous donnerons le noms d' *"Equations du photon électrique"*:

$$\left\{ \begin{aligned} & -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \operatorname{rot}\mathbf{E} \ ; \ \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \operatorname{rot}\mathbf{H} + k_0^2\mathbf{A} \\ & \operatorname{div}\mathbf{H} = 0 \ ; \ \operatorname{div}\mathbf{E} = -k_0^2 V \\ & \mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A} \ ; \ \mathbf{E} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} V - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \ ; \ \frac{1}{c}\frac{\partial V}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{A} = 0 \end{aligned} \right. \tag{7}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial I_1}{\partial t} = 0 \;\; ; \;\; \overrightarrow{\mathrm{grad}} I_1 = 0 \;\; ; \;\; k_0 I_1 = 0 \quad (k_0 \neq 0 \rightarrow I_1 = 0) \\ -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial I_2}{\partial t} = k_0 W \;\; ; \;\; \overrightarrow{\mathrm{grad}} I_2 = k_0 \mathbf{B} \;\; ; \;\; \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial W}{\partial t} + \mathrm{div}\,\mathbf{B} = k_0 I_2 \\ \mathrm{rot}\,\mathbf{B} = 0 \;\; ; \;\; \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \overrightarrow{\mathrm{grad}} W = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Les équations (7) contiennent les équations de Maxwell avec termes de masse et la définition des champs par un potentiel polaire $(\mathbf{A}, V)$ qui obéit à la condition de Lorentz, le tout étant donc contenu dans les équations (1) et (4). De Broglie qualifie de "non maxwelliennes" les équations (8) et note que les deux dernières signifient la nullité des "anti-champs" qu'il définit comme suit à partir du potentiel axial $(\mathbf{B}, W)$ [3] :

$$\mathbf{H}' = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \overrightarrow{\mathrm{grad}} W \;\; ; \;\; \mathbf{E}' = \mathrm{rot}\,\mathbf{B} \tag{9}$$

## 2. Le second photon

Rappelons nous maintenant qu'il n'y avait pas une mais deux matrices $S$ et $\Gamma$ définies en (3) et que la forme covariante (4) *n'est donc pas unique*. En substituant $S$ à $\Gamma$, on en obtient, en effet, une autre :

$$\partial_\mu \gamma_\mu \Psi S - \frac{m_0 c}{\hbar} \Psi S = 0 \;\; ; \;\; \partial_\mu \Psi S \gamma_\mu - \frac{m_0 c}{\hbar} \Psi S = 0 \quad (S = \Gamma \gamma_5) \tag{10}$$

Si nous introduisons à nouveau la décomposition (5), avec $S$ au lieu de $\Gamma$, les équations (7) et (8) seront remplacées par les suivantes que nous appellerons *"Equations du photon magnétique"* :

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\mathbf{E} + k_0^2 \mathbf{B} \;\; ; \;\; \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\mathbf{H} \\ \mathrm{div}\,\mathbf{H} = k_0^2 W \;\; ; \;\; \mathrm{div}\,\mathbf{E} = 0 \\ \quad \mathbf{H} = \overrightarrow{\mathrm{grad}} W + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \;\; ; \;\; \mathbf{E} = \mathrm{rot}\,\mathbf{B} \;\; ; \;\; \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial W}{\partial t} + \mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0 \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial I_2}{\partial t} = 0 \;\; ; \;\; \overrightarrow{\mathrm{grad}} I_2 = 0 \;\; ; \;\; k_0 I_2 = 0 \quad (k_0 \neq 0 \rightarrow I_2 = 0) \\ -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial I_1}{\partial t} = k_0 V \;\; ; \;\; \overrightarrow{\mathrm{grad}} I_1 = k_0 \mathbf{A} \;\; ; \;\; \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial V}{\partial t} + \mathrm{div}\,\mathbf{A} = k_0 I_1 \\ \mathrm{rot}\,\mathbf{A} = 0 \;\; ; \;\; \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\mathrm{grad}} V = 0 \end{cases} \tag{12}$$

Il y a une remarquable symétrie entre les équations (7, 8) et (11,12). Dans (7, 8), les champs **E** et **H** de Maxwell dérivent du potentiel polaire $(V, \mathbf{A})$ avec la jauge de Lorentz, tandis que les "anti-champs"(9) qui dérivent du potentiel axial $(W, \mathbf{B})$ sont nuls car, d'après (8), le potentiel $(W, \mathbf{B})$ est le gradient d'univers de $I_2$; comme, d'après (7), $\operatorname{div} \mathbf{E} \neq 0$, le champ **E** a une composante longitudinale, tandis que **H** est transversal : d'où le nom de *photon électrique* que nous lui donnons.

Au contraire, dans (11, 12), les champs de Maxwell dérivent du potentiel axial $(W, \mathbf{B})$ et c'est lui qui a la jauge de Lorentz ; les "anti-champs" sont ici les "vrais" champs, tandis que ceux qui dérivent du potentiel polaire $(V, \mathbf{A})$ sont nuls car, d'après (12), le potentiel $(V, \mathbf{A})$ est le gradient d'univers de $I_1$. Comme $\operatorname{div} \mathbf{H} \neq 0$, c'est **H** qui a une composante longitudinale, tandis que **E** est transversal : c'est bien un *photon magnétique*, qui était contenu, comme le premier, dans l'équation de de Broglie. *Ces photons sont les deux faces d'un même objet, vues grâce aux deux formes d'une même équation.*

Nous connaissions déjà le photon magnétique, car il apparaît dans l'*équation du monopôle magnétique* [5]. Sa présence ici confirme donc la symétrie entre l'électricité et le magnétisme que l'équation du monopôle a mise en évidence dans la théorie de Dirac. On voit en même temps un lien entre les équations maxwelliennes et non-maxwelliennes de de Broglie par une sorte de balancement entre les deux groupes d'équations, que de Broglie avait pressenti en introduisant les "anti-champs". Sa théorie de la lumière est *seule* à posséder cette harmonie, qui s'exprime grâce à la *masse du photon* qui couple entre elles les différentes équations : en l'annulant, les équations resteraient compatibles mais leur structure logique disparaîtrait.

## Références

[1] L. de Broglie, Comptes rendus, **199**, 445, 1934.
[2] L. de Broglie, *Nouvelles recherches sur la lumière*, Hermann, Paris, 1936.
[3] L. de Broglie, *Une nouvelle théorie de la lumière, la mécanique ondulatoire du photon*, Hermann, Paris, **I**, 1940, **II**, 1942.
[4] L. de Broglie, *Théorie générale des particules à spin (méthode de fusion)*, Gauthier-Villars, Paris, 1943.
[5] G. Lochak, Annales de la Fondation Louis de Broglie, **8**, 345, 1983, **9**, 1, 1984 ; International Journal of Theoretical Physics, **24**, 1019, 1985.

*(Lettre à la rédaction reçue le 3 janvier 1995)*