

## Sur la Relativité Générale (Espace et Principe d'équivalence)

A. SANCHE

1, rue de Toulouse, F-30000 Nimes

RÉSUMÉ. En relativité générale, “pour déterminer exactement la position des particules dans l'espace, il faut à strictement parler, avoir une infinité de corps remplissant tout l'espace, tel un milieu” [2]. C'est le fameux mollusque d'Einstein. La notion de force, telle qu'elle fut établie par Newton, permet l'analyse du principe d'équivalence et prouve que le mollusque existe. C'est l'Univers matériel lui-même, constatation qui change radicalement notre conception du monde et réserve quelques surprises.

*ABSTRACT. In general relativity, “in order to determine the exact position of particles in space, there must be, strictly speaking, an infinite number of bodies filling up the whole space, like a medium” [2]. This is the well-known mollusk of Einstein. The notion of force, as defined by Newton, enables us to analyse the equivalence principle and shows that the mollusk exists. This is the material world itself, an observation which changes our view of the universe and carries some surprises with it.*

Les anciens auteurs considéraient les forces d'inertie comme des forces de réaction, les modernes les considèrent bien souvent comme des forces fictives [3]. Profitant des travaux acquis, il serait peut-être bon de revoir le sujet.

### 1 Forces de réaction et force d'inertie.

On utilisera le temps de la mécanique et un repère d'inertie classique  $R(i)$ , orienté par les étoiles dites fixes, dans un espace estimé euclidien, sans masse importante proche. Les forces directement appliquées

s'exerceront par l'intermédiaire d'un ressort de masse négligeable et parfaitement élastique.

a) Une force  $\vec{F}$  agit sur un mur, fixe dans  $R(i)$ . Une fois l'équilibre réalisé, on aura:

$$\vec{F} + \vec{F}_r = \vec{0} \quad (1)$$

où  $\vec{F}_r$  est la force de réaction du mur. L'allongement du ressort permet de mesurer à la fois  $\vec{F}$  et  $\vec{F}_r$ .

b) La même force  $\vec{F}$  s'exerce sur un corps d'épreuve, de masse d'inertie  $m$ , qui prend l'accélération  $\vec{\gamma}$ . Le ressort présente le même allongement que précédemment, avec pour formule:

$$\vec{F} - m\vec{\gamma} = \vec{0} \quad (2)$$

Les forces  $\vec{F}$  et  $-m\vec{\gamma}$  s'équilibrent par l'intermédiaire du ressort. Par définition  $-m\vec{\gamma}$  est dite force d'inertie. Elle ne se distingue pas d'une force de réaction, les formules (1) et (2) entraînant:

$$-m\vec{\gamma} = \vec{F}_r \quad (3)$$

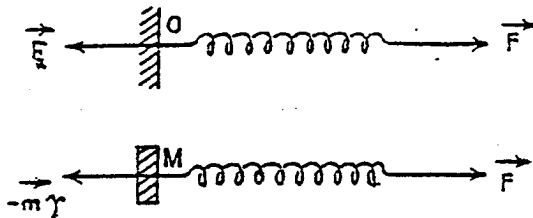


Figure 1.

On pourrait multiplier les exemples. Pour un mouvement quelconque, l'ensemble des forces appliquées se réduit à une force tangentielle  $\vec{F}_r$  et une force normale  $\vec{F}_n$  (trièdre de Frenet). Elles sont respectivement équilibrées par la force d'inertie de recul  $-mdv/dt$  et la force d'inertie centrifuge  $-mv^2/r$  ( $r$  est le rayon de courbure de la trajectoire). Cette dernière réagit à la force centripète appliquée  $\vec{F}_n$  et disparaît avec elle. Si l'on fait tourner le corps d'épreuve en le tenant par l'intermédiaire d'un ressort, celui-ci est tendu sous l'action de la force centrifuge aussi bien que de la force  $\vec{F}_n$ . Si le ressort casse, la force centrifuge disparaît en même temps que la force centripète et le mobile file suivant la tangente.

Dans tous les cas, l'allongement du ressort étalonné, le dynamomètre, permet la mesure des forces d'inertie qui sont des forces de réaction bien réelles, à l'origine de phénomènes physiques parfaitement contrôlables. Ces forces tendent à rétablir le mouvement naturel et peuvent se décomposer en forces d'inertie relative, d'entraînement et complémentaire. Une seule chose n'est pas claire. La force de réaction, dans l'exemple (a), est due à une légère déformation du mur. Il serait bon de chercher l'origine des forces de réaction d'inertie, tentative jusqu'ici négligée (voir les paragraphes 7A).

## 2 Forces Géométriques Fictives

On utilisera un repère d'inertie classique  $R(i)$ . Aucune masse importante proche ne perturbera le déroulement des phénomènes.

Soit le corps d'épreuve au repos dans  $R(i)$ . Classiquement, par rapport au repère  $R$  d'accélération  $-\vec{\gamma}$  au point et à l'instant considérés, ce corps prendra, quelle que soit sa masse  $m$ , l'accélération  $+\vec{\gamma}$  et paraîtra soumis à une force  $+\vec{m}\gamma$ . Imaginons notamment que  $R$  tourne à la vitesse angulaire  $-\vec{\omega}$  autour d'un axe fixe de  $R(i)$ . Par rapport à  $R$ , le corps d'épreuve prendra un mouvement de rotation en sens inverse de vitesse angulaire  $+\vec{\omega}$  et paraîtra soumis à une force centripète  $mv^2/r$  ( $r$  est la distance à l'axe). Cependant le ressort, reliant le corps d'épreuve à l'axe de rotation, ne subira aucune déformation. Il n'y aura pas de réaction d'inertie.

Inversement, soit le corps d'épreuve en rotation dans le repère d'inertie  $R(i)$ . Si l'on considère des axes qui lui sont liés et qui tournent en même temps que lui, ce corps, dans ce repère  $R$ , est au repos. Il reste cependant soumis à une force centripète effectivement appliquée et à la force de réaction centrifuge qui tendent le ressort reliant le corps à l'axe de rotation. La tension du dynamomètre reste la même, quel que soit le repère utilisé. La force, qui annule l'accélération du corps dans  $R$ , est une pseudo-force n'annulant pas l'effet physique dû à l'inertie.

Les forces étudiées ci-dessus, dues au choix d'un mauvais repère, seront dites géométriques. Elles présentent deux propriétés. L'accélération relative du corps matériel concerné est indépendante de sa masse. Elle est uniquement fonction du point géométrique du repère considéré. Mais cette condition nécessaire n'est pas suffisante pour affirmer le caractère géométrique d'une force. Ainsi la force appliquée, qui entretient la rotation d'une particule dans un repère d'inertie et contribue à la tension

du dynamomètre, présente cette propriété: quelle que soit sa masse, la particule a  $\omega^2 r$  pour accélération. En réalité, ce qui caractérise les forces géométriques est l'absence de conséquences physiques. Si l'on peut toujours imaginer un repère tournant dans  $R(i)$  qui s'étende à l'infini, il n'en est pas de même d'un corps matériel tournant. Une force de réaction infinie entraînerait inévitablement l'éclatement du corps.

Newton, dès 1686, a très bien noté les caractéristiques physiques distinguant la rotation "vraie", par rapport aux étoiles dites fixes, d'une rotation d'origine géométrique. Un vase cylindrique contenant de l'eau est suspendu à un fil. On tord le fil un grand nombre de tours et on lâche le vase sans vitesse initiale. Au début le vase tourne, mais observée de l'extérieur, l'eau reste immobile et sa surface supérieure, plane. Cependant, par suite des forces de tension superficielle et de capillarité entre le vase et l'eau et aussi des forces intérieures de viscosité au sein de l'eau, celle-ci est progressivement entraînée, ne fait plus qu'un avec le vase et l'axe. Son mouvement relatif devient nul, mais alors chaque parcelle est soumise à une force centrifuge réelle et la partie supérieure de l'eau se creuse.

En résumé, les forces géométriques, sans conséquences physiques, sont uniquement fonction de l'accélération relative du corps d'épreuve, donc du repérage. Aussi disparaissent-elles dans des référentiels bien choisis, les repères d'inertie où ne subsistent que les accélérations dues aux forces appliquées (N.B. Dans un repère d'inertie, l'accélération d'une particule matérielle était dite absolue). Ces dernières, caractérisées par leurs effets physiques, sont alors mathématiquement définies par la formule fondamentale:

$$\vec{F} = \overline{m}\vec{\gamma} \quad (4)$$

dyne, newton, etc.

Prendre, pour seul critère, une accélération relative, entraîne une grande confusion. Ainsi, on confond le plus souvent forces géométriques de gravitation et forces d'inertie de pesanteur.

### 3 Forces Géométriques de Gravitation

Soit une masse  $M$  à symétrie sphérique, immobile dans le repère newtonien  $R(g)$ , c'est à dire  $R(i)$  pourvu de la loi d'attraction universelle. Les expériences de Newton sur les oscillations pendulaires, celles plus modernes de Eötvös et Zeemann permettent de postuler l'identité de la masse grave "attirante" et de la masse inerte. Compte tenu qu'une masse

à symétrie sphérique, aussi bien “attirante” qu’“attirée”, se comporte comme si elle était concentrée en son centre de symétrie, on obtient en composant la loi d’attraction et la loi de la dynamique:

$$F = GmM/r^2 = mg' \quad (5)$$

où  $G$  est la constante newtonienne d’attraction et  $r$ , la distance séparant le centre de  $M$  du corps d’épreuve  $m$ . De (5) se déduit:

$$g' = G(M/r^2) \quad (6)$$

L’accélération provoquée par la masse attirante est indépendante du corps d’épreuve. Cette condition nécessaire, contrairement à ce qui est admis en relativité générale avec le principe d’équivalence [3], [4], [5], n’est cependant pas suffisante pour affirmer le caractère géométrique de la force de gravitation. Il est essentiel que les dynamomètres, lors d’une chute libre, ne signalent aucune force appliquée. Deux exemples seront cités. Prenons d’abord un tube de Newton. Après avoir établi un vide poussé, retournons le tube. Sous l’influence de l’“attraction” terrestre, tous les corps contenus dans celui-ci “tombent” avec la même accélération et ne subissent aucune déformation. Un observateur, “chutant” avec l’ensemble, ne remarque rien d’anormal et peut se considérer en état d’inertie. La gravitation ne provoquant aucun phénomène physique dans un système matériel en “chute libre”, il est impossible de distinguer localement cette force d’une force géométrique fictive (N.B. Jusqu’à ce jour, aucune expérience n’a pu mettre en évidence les ondes de gravitation [7] ).

Un satellite stabilisé, gravitant autour de la terre, tous moteurs arrêtés, est en chute libre et les dynamomètres de la cabine n’indiquent aucune force. Le phénomène est désigné du nom d’apesanteur (le langage usuel distingue avec raison gravitation et pesanteur). Lorsque le satellite rentre dans l’atmosphère terrestre, il est freiné par le frottement de l’air et une réaction d’inertie est ressentie dans l’habitacle. Les ressorts des masses accrochées aux parois, donc freinées, sont déformés. Les ressorts des masses libres ne le sont pas. Ces dernières, poursuivant leur mouvement naturel, prennent dans la cabine, mauvais repère, une accélération d’origine géométrique. En revanche, relativement aux mêmes masses libres, l’accélération de la cabine est d’origine physique (N.B. L’accélération n’est pas physiquement relative. Seules les masses

au ressort déformé sont physiquement accélérées). Elle correspond sensiblement à la force de freinage (formule 10). On pourrait ainsi analyser tous les cas de figure de l'ascenseur d'Einstein [6] par des expériences internes.

La gravitation n'implique aucune force physique, une réaction n'apparaît que si le mouvement naturel des corps est perturbé par une force réellement appliquée. Le principe d'inertie est le cas limite, absence de masses importantes proches. Ces raisonnements se heurtent malheureusement à des questions de vocabulaire. Pour éviter toute confusion, en l'absence de force physiquement appliquée, une particule matérielle sera dite libre. Quant au repère, associé à la particule dans sa "chute" et orienté comme  $R(g)$  par les étoiles fixes, il sera dit naturel.

#### 4 Force d'Inertie de Pesanteur

Soit  $R(g)$ , un repère newtonien, par exemple le repère de Copernic pourvu de la loi d'attraction universelle. Soit  $R(n)$ , le repère naturel associé dans sa chute, à la particule libre. Ce repère a un mouvement de translation dans  $R(g)$ , ce qui élimine toute accélération complémentaire. Le champ des accélérations de  $R(n)$  dans  $R(g)$  est, à chaque instant, uniforme.

4 A) **Dans**  $R(g)$ , la loi de la dynamique s'écrit:

$$\vec{A} + \vec{F} = m\vec{\gamma} \quad (7)$$

où  $\vec{A}$  représente l'influence des corps matériels "attirants" et  $\vec{F}$ , la résultante des forces appliquées sur la particule d'épreuve  $m$  par l'intermédiaire du dynamomètre. L'accélération d'un point quelconque de  $R(n)$  en chute libre ( $\vec{F} = \vec{0}$ ), est donnée dans  $R(g)$ , par:

$$\vec{A} = m\vec{g} \quad (8)$$

où  $\vec{g}$  est l'accélération de gravitation, à l'instant considéré, de la particule matérielle  $m$  dont  $R(n)$  est le repère naturel.

4 B) **Dans le repère naturel**  $R(n)$ , la loi de la dynamique s'écrit:

$$\vec{A} + \vec{F} - m\vec{g} = m\vec{\gamma}_N \quad (9)$$

où  $\vec{\gamma}_N$  est l'accélération relative de la particule. Compte tenu de (8), on a finalement:

$$\vec{F} = m\vec{\gamma}_N = \vec{F}_N \quad (10)$$

A la force appliquée correspond l'accélération de la particule dans  $R(n)$ . *Le repère naturel est le vrai repère d'inertie.*

4 C) **Dans un repère quelconque**  $R(t)$ , lié à la terre par exemple, on a d'après (7) et compte tenu de  $\vec{F} = \vec{F}_N$  et de  $\vec{A} = \overrightarrow{mg}$ :

$$\vec{F} = -\vec{A} + \overrightarrow{m\gamma_t} + \overrightarrow{m\gamma_e} + \overrightarrow{m\gamma_c} \tag{11}$$

$$\vec{F}_N = \overrightarrow{m\gamma_t} - m(\overrightarrow{g' - \gamma_e}) + \overrightarrow{m\gamma_c} \tag{12}$$

$\overrightarrow{\gamma_t}$  est l'accélération relative de la particule dans  $R(t)$ .  $\overrightarrow{\gamma_e}$  est l'accélération par rapport à  $R(g)$  du point de  $R(t)$  coïncidant avec la particule à l'instant considéré, et  $-\overrightarrow{g'}$ , l'accélération de  $R(g)$  par rapport à  $R(n)$ .  $\overrightarrow{\gamma_c}$  est l'accélération complémentaire, due à la rotation de  $R(t)$ .

L'accélération par rapport à  $R(n)$  du point de  $R(t)$  coïncidant avec la particule, à l'instant considéré, soit  $-(\overrightarrow{g' - \gamma_e})$ , est en général représentée par  $-\overrightarrow{g}$ . Dans ces conditions, la formule (12) s'écrit:

$$\vec{F}_N + \overrightarrow{(mg - m\gamma_t - m\gamma_c)} = \vec{0} \tag{13}$$

(13) donne la tension du dynamomètre sur la terre.

*La réaction d'inertie est invariante, quel que soit  $R(t)$ :*

$$\overrightarrow{(mg - m\gamma_t - m\gamma_c)} = -\vec{F}_N \tag{14}$$

#### 4 D) Force d'inertie de Pesanteur

On peut préciser la nature de la force  $+\overrightarrow{m\dot{g}}$ . Quand une force  $\vec{F}'_N$ , appliquée ou de liaison, enraye complètement la chute de la particule dans  $R(t)$ ,  $\overrightarrow{\gamma_t} = \vec{V}_t = \vec{0}$  entraînant  $\overrightarrow{m\gamma_t} = \overrightarrow{m\gamma_c} = \vec{0}$ :

$$\vec{F}'_N + \overrightarrow{m\dot{g}} = \vec{0} \tag{15}$$

Le dynamomètre est déformé sous l'action conjuguée de la force  $\vec{F}'_N$  et de la réaction  $+\overrightarrow{m\dot{g}}$ , par définition le poids du corps. **La pesanteur est une force d'inertie** (ressort tendu). Dans ce cas, la particule a réellement, physiquement, l'accélération  $-\overrightarrow{g}$  dans le bon repère  $R(n)$  (formule 10, Figure 1). Evidemment, si l'action de  $\vec{F}'_N$  cesse, la particule reprend son mouvement naturel dans  $R(t)$  où elle paraît soumise à la

force géométrique de gravitation (ressort non tendu), force **fonction du repérage**:

$$\vec{A}' = \overline{m\vec{g}} \neq \vec{A} \quad (16)$$

Il est utile de noter que:

$$\vec{A}' = -\overrightarrow{F'_N} \quad (17)$$

Dans  $R(t)$ , la force géométrique, exercée sur la particule libérée (la gravitation), est équivalente à la force d'inertie développée par la particule liée à  $R(t)$  (la pesanteur). Cette propriété, utilisée plus loin (voir 7A) entretient la confusion.

## 5 Le Mollusque d'Einstein

Les forces de gravitation, étant des forces géométriques, doivent disparaître dans un repère bien choisi. Ce sera le repère naturel en chute libre où la loi fondamentale de la dynamique est, d'après l'étude précédente, formellement respectée. Dans  $R(n)$ :

$$\overrightarrow{F'_N} = \overline{m\gamma'_N}$$

d'où

$$(\overrightarrow{F'_N} = \vec{0}) \implies (\overrightarrow{V'_N} = \text{constant}) \quad (18)$$

En l'absence de force appliquée  $\overrightarrow{F'_N}$ , il semblerait que le corps d'épreuve se trouve, dans le repère naturel, soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme. Cette constatation mérite d'être précisée, nous allons voir que  $\overrightarrow{V'_N} = \vec{0}$ .

En théorie, la grandeur et la direction de l'accélération  $\vec{g}'$  de gravitation, subie par la particule d'épreuve dans le repère newtonien  $R(g)$ , sont rigoureusement fonction de sa position par rapport aux masses "attractantes". En revanche, le champ des accélérations du repère naturel, en translation dans  $R(g)$ , est uniforme,  $\vec{g}'$  partout. Le domaine de validité du bon repère  $R(n)$  est donc strictement limité au voisinage immédiat de la particule. Un exemple sur l'ascenseur d'Einstein illustrera ce propos.



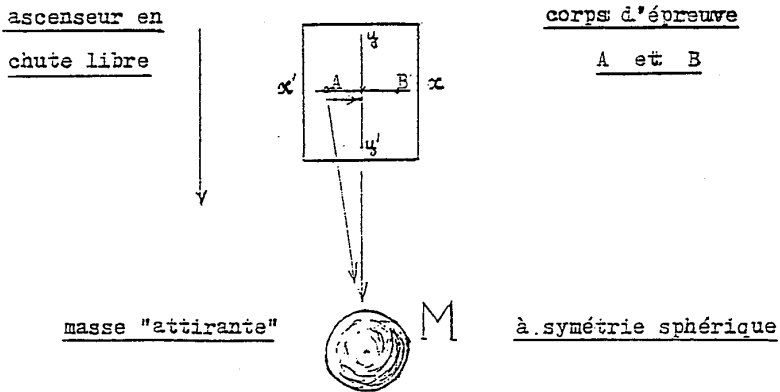


Figure 2.

En réalité, les lignes de force du champ de gravitation convergent vers la masse "attirante"  $M$ . Lors de la chute libre, le corps d'épreuve  $A$  se rapproche donc en mouvement accéléré de la ligne de force passant par le centre des masses de l'ascenseur. Pour éliminer toute accélération relative, autrement dit pour que l'ascenseur soit le bon repère  $R(n)$ , il faut que la cabine soit une masse à symétrie sphérique constamment centrée sur la particule d'épreuve. Dans ces conditions, contenant et contenu ne font qu'un, ayant tous deux pour accélération dans  $R(g)$ :

$$g' = GM/r^2 \tag{6}$$

Dans le bon repère, accélération gravitationnelle et vitesse de la particule d'épreuve sont nulles:

$$\vec{g}_N = \vec{V}_N = \vec{0}_N \tag{19}$$

Les photons n'interagissent pas entre eux, seule est localisable leur interaction avec la matière. Les corps matériels constituant des lieux absolus, LE SEUL REPERE PHYSIQUEMENT VALABLE EST L'UNIVERS MATERIEL LUI-MEME. C'est lui le véritable mollusque d'Einstein de la relativité générale [2], un repère constitué d'une infinité de corps ayant chacun sa propre horloge (les événements le concernant). Il ne faut pas confondre un excellent instrument de travail, les espaces géométriques de référence qui ne donnent que des positions relatives, avec la réalité physique (en tant qu'instruments de travail, les espaces de référence sont évidemment équivalents).

Ceci dit, on peut toujours estimer qu'à chaque point de l'Univers matériel se trouve attaché un repère naturel, annulant localement la gravitation et qui lui serait mécaniquement tangent ( $\vec{g}_N = \vec{V}_N = \vec{0}$ ). A la limite, gravitation quasiment nulle, ces repères deviennent les repères d'inertie propres aux particules de la relativité restreinte ( $\vec{g}_N = \vec{V}_N = \vec{0}$ ). Il n'y a pas discontinuité entre les deux théories, même si, en pratique, la grandeur du bon repère lié aux particules libres dépend du phénomène étudié.

## 6 Espace-Temps des Théories Physiques

A espace unique, durée unique. Même si le rythme d'existence dépend des conditions physiques locales, celui-ci ne peut être influencé par le choix arbitraire d'un instrument de travail, l'espace de référence (N.B. On peut retrouver les formules de la relativité restreinte en utilisant une durée invariante). Ceci dit, examinons rapidement l'attitude adoptée par les principales théories physiques.

En pratique, on se contente d'approximations. Etant admis que le corps d'épreuve permet de mesurer le champ sans le modifier, le domaine de validité de son bon repère s'agrandit au fur et à mesure que les masses considérées comme attirantes s'éloignent et que le champ de gravitation devient plus uniforme. A la limite, les masses attirantes étant réparties uniformément à l'infini, les lignes de "force" deviennent parallèles et le bon repère, immense, isotrope et homogène. C'est l'espace euclidien d'inertie classique. Dans ces conditions, compte tenu que  $\vec{F}_N = \vec{0}$  n'entraîne pas nécessairement  $\vec{V}_N = \vec{0}$ , on peut estimer que la particule d'épreuve libre est en mouvement rectiligne uniforme dans le bon repère d'une autre, celle du centre des masses du système solaire par exemple. Le choix d'un de ces espaces équivalents est rendu possible par les formules de passage, la transformation de Galilée ou de Lorentz.

A grande échelle, les espaces euclidiens d'inertie peuvent d'ailleurs s'utiliser dans tous les cas en tenant compte des masses importantes proches, censées à l'origine de perturbations. On introduit pour cela, en rectification, par approximations successives, des forces géométriques dites de gravitation. Ainsi la trajectoire d'un corps, dans le système solaire, se calcule d'abord sous la seule influence du soleil, puis en faisant intervenir les planètes. Cette méthode, en surimpression d'un espace euclidien d'inertie, fournit l'espace de Newton. Voici un exemple élémentaire, révélateur du procédé. Ecrivons la formule:

$$\vec{F}_N + \overline{(mg - m\gamma_t - m\gamma_c)} = \vec{0} \quad (13)$$

de cette façon:

$$\underbrace{\vec{F}_N}_{\vec{F} \text{ physique}} + \underbrace{(mg - m\gamma_c)}_{\vec{F} \text{ géométrique}} = \underbrace{m\vec{\gamma}_t}_{\vec{F} \text{ apparente}} \quad (20)$$

Quel que soit  $R(t)$ , pour étudier le mouvement de la particule d'épreuve, il suffit d'ajouter la force géométrique  $(mg - m\gamma_c)$  à la force physiquement appliquée  $\vec{F}_N$ . C'est ainsi que procèdent les auteurs qui considèrent, non sans raison, les forces d'entraînement et de Coriolis comme fictives [3] (N.B. On comprend maintenant pourquoi les forces de gravitation se manifestent instantanément jusqu'à l'infini). Il n'en demeure pas moins que l'effet physique, la tension du dynamomètre, est donnée par (13) et que pour raccorder les différents phénomènes, force d'inertie et force géométrique, il faut utiliser (17).

De façon plus rationnelle, la relativité générale incorpore les forces géométriques de gravitation dans la structure d'un espace-temps riemannien. Autrement dit, elle construit un espace-temps dont les géodésiques (courbes) servent de trajectoire au corps d'épreuve libre de toute contrainte physiquement appliquée. A la limite, gravitation quasiment nulle, on retrouve ainsi l'espace-temps (pseudo) euclidien et le principe d'inertie classique. Les changements de repère se font grâce au calcul tensoriel et respectent les lignes géodésiques par:

$$\delta \int_A^B ds = 0 \quad (21)$$

qui exprime la loi d'action stationnaire [8] ( $\delta$  est la variation et  $ds$ , l'intervalle élémentaire d'Univers).

A l'échelle atomique en revanche, apparaissent les difficultés de la mécanique quantique. Le seul repère physiquement valable étant l'Univers lui-même, les espaces géométriques de référence, y compris de configuration, ne peuvent donner au mieux que des probabilités.

Quant à la relativité restreinte, s'il est normal, en l'absence de masses "attirantes", d'utiliser des espaces euclidiens d'inertie, ceux-ci ne sont de bons repères qu'attachés aux particules matérielles ( $\vec{g}_N = \vec{V}_N = \vec{0}$ ). Ces bons repères et les grandeurs mesurées au repos par rapport à ces particules sont dits propres. Ce sont d'ailleurs ces grandeurs propres considérées comme invariantes, durée comprise,

qui permettent plus ou moins implicitement d'établir les tenseurs de la théorie [9]. On peut citer le quadrivecteur impulsion-énergie, le 4-vecteur source des champs électromagnétiques, le tenseur de Maxwell ... La relativité restreinte n'en est pas à un paradoxe près.

## 7 La Durée d'une Particule *Physiquement Accélérée*

Cette importante digression confirme les raisonnements précédents. A la surface d'un astre, la pesanteur, réaction d'inertie qui s'oppose à la force appliquée ou de liaison enrayant la chute libre, comporte deux composantes principales, la première correspond à la masse de l'astre,  $m(-GM/r^2)\vec{u}_r$ , la seconde est due à sa rotation,  $m(\omega^2\rho)\vec{u}_\rho$ . Ces composantes dérivent toutes deux d'un potentiel, ont les mêmes conséquences physiques, notamment sur le temps.

### 7 A) Déplacement gravitationnel vers le rouge des raies spectrales

Rappelons d'abord quelques formules de relativité générale. Soit un astre, infiniment éloigné de tout autre corps céleste et de masse à symétrie sphérique  $M$ . Dans le repère  $R(M)$ , ayant pour origine le centre de  $M$  et dont les axes sont orientés sur les étoiles fixes, l'intervalle d'Univers s'écrit [10]:

$$ds^2 = c^2 dt_\alpha^2 (1 + 2U/c^2) - dr_\alpha^2 / (1 + 2U/c^2) - r_\alpha^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (22)$$

où  $U = -GM/r$  est le potentiel de gravitation de Newton. La formule (22) est la solution de Schwarzschild de l'équation d'Einstein. Dans le repère en chute libre  $R(n)$ , annulant localement la gravitation (force géométrique nulle), ce même intervalle est euclidien [8]:

$$ds^2 = c^2 dt_0^2 - dr_0^2 - r_0^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (23)$$

Le carré scalaire  $ds^2$  est invariant. Espace et temps se transformant indépendamment l'un et l'autre, nous avons notamment:

$$c^2 dt_\alpha^2 (1 + 2U/c^2) = c^2 dt_0^2 \quad (24)$$

ou encore

$$dt_\alpha = dt_0 / \sqrt{1 + 2U/c^2} \quad (25)$$

Pour étudier le mouvement d'une particule en apesanteur, il faut utiliser l'intervalle  $ds$  du repère arbitrairement considéré, grâce à (21).

En revanche, les caractéristiques physiques d'une particule sont données par l'intervalle  $ds$  du repère qui lui est propre, auquel elle est liée. La relation (25) compare donc la durée  $dt_\alpha$  d'une particule liée à  $R(M)$  à la durée euclidienne  $dt_0$  d'une particule liée à  $R(n)$ , c'est à dire en chute libre. Effectivement, une particule au repos à la surface d'un astre, donc liée, émet des radiations de fréquence:

$$\nu_\alpha = \nu_0 \sqrt{1 + 2U/c^2} \tag{26}$$

$$\nu_\alpha \approx \nu_0 (1 - GM/Rc^2) \tag{27}$$

Dû à la pesanteur (voir 4 D), le phénomène est connu sous le nom de déplacement "gravitationnel" vers le rouge des raies spectrales [11]. Il est notamment vérifié par les radiations émises par Sirius B. Pour l'expliquer, il est logique de penser que la force physique, enrayant la chute, déforme l'espace-temps, déformation à l'origine de la réaction d'inertie qui s'oppose à la force exercée:

$$\vec{F}_r = -m \overrightarrow{\text{grad}} U = -m \partial U / \partial r \vec{u}_r = -GmM/r^2 \vec{u}_r \tag{28}$$

où  $U$  est le potentiel de pesanteur  $-GM/r$ .

7 B) **Expérience de Pound et Rebka** [13]

Dans cette expérience, lorsque la source lumineuse est tenue plus près du centre de la terre que le détecteur, la fréquence perçue est déplacée vers le rouge. Si on libérait l'émetteur (sa durée redevenant euclidienne), la fréquence perçue (au début de la chute) devrait se déplacer brusquement vers le violet. Le phénomène est à vérifier, on peut toujours rêver.

7 C) **La durée de la particule en rotation forcée**

En pratique l'astre tourne sur lui-même. Que donne la formule (25) pour la composante centrifuge de la force d'inertie dite pesanteur ?

$$\vec{F}_\rho = -m \overrightarrow{\text{grad}} U = -m \partial U / \partial \rho \vec{u}_\rho = m \omega^2 \rho \vec{u}_\rho \tag{29}$$

En portant le potentiel d'inertie  $U = -\omega^2 \rho^2 / 2$  dans (25):

$$dt_\alpha = dt_0 / \sqrt{1 - \omega^2 \rho^2 / c^2} \tag{30}$$

C'est la relation bien connue, existant entre la durée de la particule tournant d'un mouvement circulaire uniforme autour d'un point

fixe de  $R(M)$  et la durée euclidienne [12]. Le phénomène est particulièrement net pour les accélérateurs de particules. Le plus surprenant est de l'utiliser comme preuve expérimentale de la relativité restreinte (aux mouvements d'inertie). Attribuer à la vitesse les effets dus à l'accélération, c'est revenir plus de deux mille ans en arrière, à la mécanique d'Aristote.

## 8 Conclusion

Nous avons distingué les forces physiques **invariantes**, forces appliquées et d'inertie, des forces géométriques qui donnent le mouvement de la particule d'épreuve en **fonction** du repère arbitrairement considéré et ne provoquent aucune réaction. Dans ces conditions, le principe d'équivalence peut se schématiser ainsi:

$$\text{Force géométrique} \left( \begin{array}{ccc} \text{gravitation} & \neq & \text{pesanteur} \\ \parallel & & \parallel \\ \text{principe d'inertie} & \neq & \text{force d'inertie} \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{Force} \\ \text{physique} \\ \text{de réaction} \end{array}$$

La pesanteur s'oppose à la force physiquement appliquée qui enraye la chute libre du corps d'épreuve. Le changement de dénomination, force d'inertie en pesanteur, est dû uniquement au choix du repère, le plus souvent la surface d'un astre.

Une deuxième remarque est essentielle. Les corps matériels constituent des lieux absolus. Localiser géométriquement <sup>1</sup> le point lumineux, c'est admettre implicitement pour espace un cadre vide indépendant de son contenu. C'est négliger complètement les propriétés ondulatoires de la lumière. Pour localiser un éclair, aussi bien dans l'espace que dans le temps, il faut le percevoir. C'est le récepteur matériel qui fournit le lieu et la date de l'évènement.

Cette étude est susceptible d'autres développements. Cependant, pour finir, je me contenterai de citer de nouveau Louis de Broglie: "Si une théorie future nous permettait de voir plus clair ..., ce ne pourrait

---

<sup>1</sup> Pour utiliser la notion de point géométrique, il faut absolument faire figurer ce point sur une feuille de papier, sur le tableau noir. Toutefois, feuille de papier et tableau noir participent à la rotation de la terre qui tourne elle-même autour du soleil. Le soleil est en mouvement par rapport à toutes les autres étoiles. Sans le papier, sans le tableau, on ne saurait où se trouve le point géométrique. Sans référence matérielle, le point géométrique est une fiction.

être sans doute qu'en modifiant profondément nos idées sur l'espace et le temps (y compris les conceptions relativistes sur l'espace-temps). Mais si un jour ce travail peut être accompli, en résultera-t-il un retour effectif vers la prévisibilité exacte des phénomènes de la microphysique ? Cela ne nous paraît pas probable car la description des observations ... se fait dans le langage courant de l'espace et du temps et il paraît bien difficile de penser qu'il en sera jamais autrement" [14].

## Références

- [1] Louis de Broglie, *Continu et Discontinu en Physique*, Albin Michel, 1941, p 79.
- [2] Landau et Lipchitz, *Théorie des Champs*, Edition Mir, Moscou, 1970, p 303.
- [3] M.A. Tonnelat, *Les Principes de l'Electromagnétisme et de la Relativité*, Masson, 1959, p 264.
- [4] A. Einstein, *Quatre Conférences sur la Théorie de la Relativité*, Gauthier-Villars, 1971, p 51.
- [5] T. Kahan, *Physique théorique*, Presses Universitaires de France, 1960, p 597.
- [6] T. Kahan, *Physique théorique*, op. cit. p 598.
- [7] M.A. Tonnelat, *Les Principes de l'Electromagnétisme et de la Relativité*, op. cit. p 298.
- [8] T. Kahan, *Physique théorique*, op. cit. p 611, 612.
- [9] J. Franeau, *Physique*, Tome 2, Presses Académiques Européennes, Bruxelles, 1964, p 32.
- [10] M.A. Tonnelat, *Les Principes de l'Electromagnétisme et de la Relativité*, op. cit. p 312.
- [11] M.A. Tonnelat, op. cit. p 321.
- [12] M.A. Tonnelat, op. cit. p 275.
- [13] Berkeley Mécanique, Armand Colin, 1972, p 431.
- [14] Louis de Broglie, *Continu et Discontinu en Physique*, op. cit. p 66.

(Manuscrit reçu le 22 août 1994, révisé le 12 mai 1995)