Condition de Lorentz, invariance de jauge, masse du photon

O. Costa de Beauregard

Fondation Louis de Broglie
23, quai de Conti, 75006 Paris, France

RÉSUMÉ. Le 4-potentiel de jauge maxwellien est isotrope, mais *en l'absence de champ* celui de la théorie de Dirac est du genre espace. Peu remarquée, cette contradiction interne à toute théorie associant photon maxwellien et électron diracien n'est levée que par l'identique nullité du 4-potentiel de jauge. L'électrodynamique quantique masque la difficulté en refusant à la condition de Lorentz d'être une équation du champ mais, au sens qu'on a dit, elle n'est pas invariante de jauge. L'attribution d'une masse propre au photon est ainsi tirée d'un argument réciproque à ceux de Louis de Broglie.

ABSTRACT. The Maxwellian gauge 4*-potential is lightlike while* in a fieldless context *the Diracian one is spacelike. This overlooked contradiction inside a theory associating a Maxwell photon and a Dirac electron can be resolved only by an identical nullity of the gauge 4-potential. Quantum electrodynamics hides the difficulty by excluding the Lorentz condition from the field equations; so, strictly speaking in the above sense, it is not gauge invariant. That the photon must have a rest mass is thus derived from an argument reciprocal de Broglie's.*

1. En électrodynamique quantique la condition de Lorentz est, ou n'est pas, une équation du champ selon que le photon a, ou n'a pas une masse propre. Favorable au "principe d'invariance de jauge", la majorité physicienne opte pour un photon sans masse et fait de la condition de Lorentz une condition imposée au vecteur d'état des nombres d'occupation. Louis de Broglie [1] argue au contraire que la théorie formalisée en termes d'un photon massif est plus cohérente; le fait est [2] que d'attribuer transitoirement au photon une masse propre facilite les calculs de renormalisation. On argue ici que *toute théorie qui*, comme l'électrodynamique quantique, *utilise à la fois les équations de Maxwell* *et celles de l'électron de Dirac*, ou éventuellement du méson chargé de Petiau-Duffin-Kemmer,*est inconsistante si la condition de Lorentz n'est pas l'une des équations du champ de Maxwell*, et qu'en conséquence le photon doit avoir une masse propre. L'argument est que, postulé exister, le 4-potentiel de jauge$A_i (i, j, k, l = 1, 2, 3, 4; x_4 = ict)$ *est isotrope dans le champ de Maxwell, mais du genre soit espace soit temps dans celui de Dirac* (ou de P.D.K.). *Cette contradiction n'est levée que si le champ de jauge est interdit d'exister.*

2. Condition de Lorentz et invariance de jauge en théorie de Maxwell. Si par hypothèse il existe un champ de jauge, c'est à dire un 4-potentiel sans champ

$$\partial_j A_i - \partial_i A_j = 0 \tag{1}$$

se propageant selon l'équation de d'Alembert

$$\partial_i^i A^k = 0 \tag{2}$$

la "condition de Lorentz"

$$\partial_i A^i = 0 \tag{3}$$

s'ensuit; dans ce contexte *elle n'est pas une condition mais une conséquence des hypothèses.*

Sans sources par définition le champ de jauge est développable en intégrale de Fourier sur les deux nappes du cône isotrope

$$k_i k^i = 0 \quad ; \tag{4}$$

l'isotropie (4) de la 4-fréquence et la condition de champ nul

$$k^j A^i - k^i A^j \equiv 0 \tag{5}$$

entraînent la condition de Lorentz

$$k_i A^i = 0 \tag{6}$$

puis l'isotropie du 4-potentiel

$$A_i A^i = 0 \tag{7}$$

ainsi que son caractère longitudinal.

Quant à *la propagation du 4-potentiel du champ physique*

$$B_{ij} \equiv \partial_j A_i - \partial_i A_j \tag{8}$$

la condition de Lorentz (3) entraîne l'équation de d'Alembert (2).

Tout ceci incline à faire de la "condition de Lorentz" l'une des équations du champ de Maxwell.

3. Condition de Lorentz et invariance de jauge en théories de l'électron de Dirac ou du méson chargé de P.D.K., etc. *La condition de Lorentz est inhérente à toutes ces équations du premier ordre*, car sans elle apparaîtrait dans l'équation du second ordre, outre les termes de couplage entre particule chargée et champ électromagnétique, un inacceptable terme de couplage entre particule et champ scalaire $\partial_i A^i$; ce calcul figure dans tous les exposés de la théorie de Dirac [3] ou de Petiau-Duffin-Kemmer [4].

L'inacceptabilité du terme $\partial_i A^i$ est évidente en représentation 4-fréquence où, *en l'absence de champ électromagnétique, la solution onde plane monochromatique doit exister, avec la fréquence propre k_o caractéristique du type de particule.* L'itération de *l'opérateur impulsion-énergie composée* de l'électron de charge $-e$

$$P^i = p^i + eA^i \tag{9}$$

doit itérer l'opérateur de Gordon ($p^4 = icm$)

$$P_i P^i + c^2 m_0^2 = p_i p^i + c^2 m_0^2 = 0 \quad ; \tag{10}$$

si le terme $\partial_i A^i$ (ici, $k_i A^i$) était présent ce ne serait pas vrai, et *le rythme du chronomètre broglien serait arbitrairement perturbé.*

La formule (9) [k-expression de la formule de convolution] *est celle d'une transformation de jauge qui, en l'absence de champ électromagnétique, équivaut d'après (10) à une transformation de Lorentz.* Si celle-ci est orthochrone, P_i et p_i aboutissant sur la nappe des fréquences positives A_i est du genre espace; si elle est antichrone, échangeant les deux nappes de l'hyperboloïde (c'est-à-dire si l'interaction émet ou absorbe une paire particule-antiparticule) A^i est du genre temps. *De toute façon A^i n'est pas isotrope.*

4. Non-invariance de jauge de tout système associant les équations de Maxwell à celles de Dirac ou de Petiau-Duffin-Kemmer. On a vu qu'*en l'absence de champ électromagnétique*, en représentation k, la 4-fréquence d'une onde de jauge doit être isotrope pour Maxwell et du genre espace (ou éventuellement temps) pour Dirac (ou P.D.K. etc). *Cette contradiction n'est résolue que par l'identique nullité du potentiel de jauge en l'absence de champ*

$$B^{ij} \equiv 0 \Longrightarrow A^i \equiv 0 \quad . \tag{11}$$

C'est la négation de l'invariance de jauge.

L'ensemble de la discussion montre ceci: *Refuser, en électrodynamique quantique, à la condition de Lorentz d'être l'une des équations du champ est logiquement inconsistant.*

Quelle est alors la raisonnable modification minima? Elle doit avoir un caractère universel, être *théoriquement radicale et numériquement minime* - pratiquement indiscernable du statu quo dans les problèmes usuels. En particulier la condition de Lorentz sera maintenue.

Le potentiel sans champ étant interdit d'exister l'équation (2) aura dans le vide un second membre très petit: l'équation de propagation du 4-potentiel sera gordonnienne. En représentation 4-fréquence, autorisée dans le vide, elle sera donc

$$k_i k^i + k_0^2 = 0 \quad . \tag{12}$$

5. Invariance de jauge faible; la jauge comme condition d'intégration. Originellement le principe d'invariance de jauge énonçait ceci: N'apparaissant pas dans l'expression d'une force électromagnétique (linéaire ou angulaire) les potentiels le font dans l'intégrale d'une force soit sur l'espace (une énergie) soit sur le temps (une impulsion).*Alors la condition d'intégration a un sens physique*, une remarque dont l'importance a été largement sous-estimée [5,6]. La discussion de divers exemples impliquant l'équivalence masse-énergie d'Einstein ou l'opposition action-réaction entre sources du champ met en évidence [7,8,9] le résultat suivant: *Lorsque sa source est macroscopique, le* 4-*potentiel physique est celui qui y adhère*; c'est par exemple celui de Liénard-Wiechert pour une charge ponctuelle. C'est ainsi que la jauge de Coulomb est univoquement sélectionnée dans le problème du rayon classique de l'électron ou dans celui de la mutuelle énergie de l'atome hydrogénoïde; ceci, par une "pesée pensée", via les équivalences masse-énergie et inertie-gravitation d'Einstein; voilà une preuve de physicalité du potentiel électrique non remarquée bien qu'elle "crève les yeux".

6. Conclusion. Les précédents arguments confirment ceux de Louis de Broglie en faveur d'un photon massif et d'une physicalité du 4-potentiel. En théorie du photon massif, la condition de Lorentz équivaut à l'équation de conservation du 4-courant additif $k_0^2 A^i$.

Références

[1] L. de Broglie, *Mécanique Ondulatoire du Photon et Théorie Quantique des Champs*, 2ème édition, Gauthier Villars (Paris 1957) chap. 5.
[2] J.M. Jauch et F. Rohrlich, *Theory of Photons and Electrons*, Addison-Wesley (Cambridge Mass 1955), p.113.
[3] L. de Broglie, *L'Electron Magnétique*, Hermann (Paris 1934) p. 140-143.
[4] O. Costa de Beauregard, *Précis de Mécanique quantique relativiste*, Dunod (Paris 1967) chap. 4.
[5] Louis de Broglie, C. R. Ac. Sci. **225** 163 (1947).
[6] Louis de Broglie, *Optique Electronique et Corpusculaire*, Hermann (Paris 1950) p. 45-49.
[7] O. Costa de Beauregard, Found. Phys. **22** 1485 (1992).
[8] O. Costa de Beauregard, Phys. Lett. **A 183** 41 (1993).
[9] O. Costa de Beauregard, in *Advanced Electrodynamics*, T.W. Barrett et D. Grimes eds, (Singapore 1995) p. 77-105.

(Lettre à la rédaction reçue le 4 décembre 1995)