Sur la variance relativiste de la chaleur

C. Cormier-Delanoue

Fondation Louis de Broglie
23 Quai de Conti, 75006 Paris

RESUME. La variance relativiste de la chaleur ne semble pas encore établie de façon définitive. Différentes manières de poser le problème donnent des résultats divergents, mais une analyse approfondie montre que la solution est unique, quelle que soit la méthode d'examen envisagée.

ABSTRACT. *Relativistic variance of heat is not yet resolved to everybody's satisfaction. Various ways of puting the problem give diverging solutions, but a careful analysis reveals that there is but one acceptable solution.*

1. Introduction

De nombreux physiciens se sont penchés sur ce difficile problème peu après qu'Einstein eut établi la relativité restreinte.

Von Laue [1, 2], Planck [3, 4], Hasenöhrl[5], et Einstein [6], en 1907-1908, de Broglie [7, 8, 9, 10, 11] depuis 1948, puis Lochak [12, 13], et Guessous [14] plus récemment, ont toujours soutenu que la chaleur contenue dans un corps isolé avait la variance relativiste

$$Q_1 = Q_0\sqrt{1-\beta_2} \qquad (1)$$

Q_1 étant la chaleur contenue dans un corps isolé vu dans un référentiel galiléen S_1 en mouvement uniforme avec la vitesse βc par rapport au référentiel de repos S_0, où cette chaleur a la valeur Q_0.

D'autres théoriciens, parmi lesquels on peut citer Ott [15], Arzeliès [16], Møller [17, 18], Bazarov [19], Costa de Beauregard [20, 21], ont au contraire soutenu une variance conforme à celle d'une énergie propre, c'est à dire

$$Q_1 = \frac{Q_0}{\sqrt{1-\beta_2}} \tag{2}$$

En effet, la chaleur contenue dans un corps isolé étant assimilable à une énergie interne, comme celle correspondant à la masse propre, et ayant donc la dimension ML^2T^{-2}, devrait à priori avoir la variance (2).

De plus, on peut noter que le formalisme de la relativité restreinte dans l'espace-temps, considérant comme des quadrivecteurs la température T_i, ou la température inverse θ_i, conduit à écrire

$$dS = \theta_i \; \delta Q_i \quad \text{ou} \quad \delta Q_i = T_i \; dS \tag{3}$$

pour les processus réversibles. La formule de transformation (2) résulte tout naturellement du développement de ce formalisme quadridimensionnel.

Aucune solution de ce problème ne semblant encore unanimement acceptée, il paraît utile d'en reprendre l'analyse de façon approfondie.

On ne considèrera ici, dans un premier temps, que la variance de la chaleur échangée avec un corps d'épreuve solide. Le cas d'un corps d'épreuve gazeux contenu dans une enceinte, est tout différent, et a été traité exhaustivement par van Kampen [22]. Cet auteur a d'ailleurs souligné pourquoi, dans ce cas particulier, il y avait une différence entre les résultats de Planck [3, 4] et de Ott [15].

2. Définitions

Il existe plusieurs définitions de la chaleur, sensiblement équivalentes entre elles.

On peut dire qu'une quantité de chaleur est une énergie échangeable entre un corps matériel et son environnement, dans un sens ou dans l'autre, sans modification des paramètres externes de ce corps. C'est donc une énergie interne particulière, se différenciant ainsi du travail mécanique ou de l'enthalpie.

Louis de Broglie [11] a donné une définition plus inspirée de la physique statistique, en disant que l'énergie interne d'un corps en équilibre a le caractère d'une énergie de chaleur chaque fois qu'elle est due à des mouvements internes dont la quantité de mouvement totale est nulle dans le référentiel propre du corps.

On peut aussi dire qu'une quantité de chaleur est l'énergie échangée par contact entre deux corps, quand elle est due exclusivement à une différence de température entre les deux corps matériels.

Ces définitions seront ultérieurement approfondies dans des exemples concrets.

Il subsiste par ailleurs une certaine ambiguité en ce qui concerne les différentes manières d'établir la variance relativiste d'une quantité physique, en l'occurence, la chaleur. Cette question a été examinée de façon très pertinente par Newburgh [23].

La variance relativiste d'une certaine quantité physique attachée à un corps d'épreuve, est essentiellement le rapport entre les valeurs de cette quantité mesurées dans deux référentiels d'observation en mouvement relatif avec une vitesse uniforme v. L'un de ces référentiels est usuellement le référentiel de repos S_0 du corps d'épreuve, l'autre référentiel S_1 étant mobile par rapport au premier avec la vitesse v, et le corps d'épreuve y ayant donc la vitesse $-v$.

L'une des méthodes envisageables consiste à mettre le corps d'épreuve en mouvement avec la vitesse v, par l'action d'une force mécanique, *dans un seul référentiel, celui de repos initial* S_0, et à évaluer les modifications à apporter à la propriété physique étudiée dans le processus de mise en mouvement du corps auquel elle est attachée. On peut appeler ce procédé la méthode dynamique.

Une autre méthode consiste, par décomposition en ses dimensions fondamentales, à évaluer directement les modifications subies par la propriété étudiée, quand elle est mesurée *successivement dans les deux référentiels* S_0 *et* S_1. Cette méthode peut être appelée cinématique.

A priori, il n'est pas évident que ces deux méthodes aboutissent au même résultat, bien que ce soit le cas pour la chaleur, comme il va être démontré.

3. La méthode dynamique

Cette méthode, initialement développée par Planck [4] et von Laue [1, 2], a été décrite à de multiples reprises par de Broglie [7-11], et elle est très typique des divers arguments conduisant à la variance (1).

Selon ce procédé, on étudie l'énergie totale ΔW_0 qu'il faut fournir à un corps d'épreuve $\mathcal{C}$ pour lui donner, et une chaleur propre supplémentaire δQ_0, et une vitesse $v = \beta_0 c$ dans le référentiel de repos initial de ce corps S_0, où il a au départ la masse M_0 équivalente à la chaleur Q_0 selon la relation $Q_0 = M_0 c^2$.

Suivant un premier processus, le corps d'épreuve $\mathcal{C}$ reçoit d'abord une quantité de chaleur δQ_0, puis ensuite, il est mis en mouvement avec la vitesse $v_0 = \beta_0 c$ par l'action d'une force extérieure adéquate.

L'énergie totale ΔW_0 fournie au corps d'épreuve est donc

$$\Delta W_0 = \delta Q_0 + (Q_0 + \delta Q_0)(\gamma_0 - 1) \qquad \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \tag{4}$$

Suivant un autre processus tendant au même résultat, le corps d'épreuve $\mathcal{C}$ est d'abord accéléré du repos à la vitesse $\beta_0 c$ par l'action d'une force extérieure, puis ensuite, il reçoit d'un réservoir de chaleur une certaine quantité de chaleur δQ équivalente à δQ_0 dans son référentiel propre.

De toute évidence, la masse propre du corps d'épreuve augmentant du fait de cet apport de chaleur, si l'on voulait maintenir sa vitesse constante, il faudrait aussi lui fournir un certain travail mécanique $\Delta\mathcal{T}_0$ égal à

$$\Delta\mathcal{T}_0 = \delta(\mathbf{p}.\mathbf{v}) = \delta Q_0 \beta_0^2 \gamma_0 \tag{5}$$

Pour obtenir le même résultat que suivant le premier processus, on peut donc écrire

$$\Delta W_0 = Q_0(\gamma_0 - 1) + \delta Q + \delta Q_0 \beta_0^2 \gamma_0 \tag{6}$$

En égalant (4) et (6) on obtient

$$\delta Q = \delta Q_0 \sqrt{1-\beta^2} \tag{7}$$

et beaucoup d'auteurs en ont conclu que la variance relativiste de la chaleur était bien

$$Q = Q_0 \sqrt{1-\beta^2} \tag{8}$$

Le raisonnement, à ce point, n'est toutefois pas complet, car si le corps d'épreuve reçoit une quantité de chaleur δQ alors qu'il est en mouvement avec la vitesse constante $\beta_0 c$, le réservoir de chaleur doit lui aussi être animé de la même vitesse, et comme il perd de l'énergie dans le processus, son impulsion demeurant constante, il devrait tendre à accélerer. La force mécanique nécessaire au maintien de sa vitesse serait exactement égale et opposée à la force qu'il aurait fallu appliquer au corps d'épreuve pour maintenir également sa vitesse constante.

Dans tous les raisonnements dynamiques de ce type, il a été omis de dire que l'énergie de chaleur, initialement contenue dans le réservoir, était *ipso facto* elle-même en mouvement avec la vitesse $\beta_0 c$, et avait donc une impulsion propre P_c telle que

$$P_c = \frac{\delta Q_0}{c^2}\beta_0 c\gamma_0 \tag{9}$$

Cette impulsion est nécessaire et suffisante pour qu'il puisse y avoir simple transfert, sans qu'une énergie mécanique supplémentaire soit nécessaire pour conserver constante la vitesse de l'un ou l'autre des corps, et sans qu'apparaisse une quelconque force mécanique.

En effet, quelle que soit la définition de la chaleur adoptée, cette impulsion propre de la chaleur transférée existe toujours, puisque, comme l'a souligné de Broglie [11], la chaleur a toujours une masse équivalente. Si, par exemple, selon une idée communément admise, la chaleur se transmet d'un corps à une température T à un autre corps à température $T - \delta T$ par chocs moléculaires à travers la surface de contact entre les deux corps, il est bien évident que l'agitation moléculaire moyenne dans le premier corps comportera une composante d'impulsion non nulle dans un référentiel où ce corps est vu en mouvement.

Une autre version du même raisonnement, d'inspiration plus cinématique, peut se résumer comme suit.

Dans son référentiel de repos S_0, un corps d'épreuve $\mathcal{C}$ doué d'une masse propre M_0 a une énergie $E_0 = M_0 c^2$, et une impulsion $P_0 = 0$.

Un observateur lié à un autre référentiel S_1, en mouvement uniforme de vitesse $\beta_0 c$ par rapport à S_0, verra donc le corps d'épreuve doué d'une énergie $E_1 = M_0 c^2 \gamma_0$ et d'une impulsion $P_1 = M_0 \beta_0 c \gamma_0$.

Dans le repère S_0, il y a aussi un réservoir de chaleur qui fournit au corps $\mathcal{C}$ une quantité de chaleur δQ_0, et ce, aussi lentement que l'on voudra.

L'énergie propre du corps d'épreuve deviendra donc $E_0 + \delta Q_0$, et ceci est équivalent à une augmentation de sa masse propre de M_0 à $M_0 + \delta M_0$.

$$E_0 + \delta Q_0 = E_0 + \delta E_0 = (M_0 + \delta M_0)c^2 \tag{10}$$

Pour l'observateur lié au référentiel S_1, l'énergie du corps d'épreuve deviendra

$$E_1 + \delta E_1 = (E_0 + \delta E_0)\gamma_0 \tag{11}$$

Si δE_1 était égal à $\delta Q_0 \gamma_0$, il y aurait une augmentation δP de l'impulsion du corps d'épreuve, $\delta P = \delta M_0 \beta_0 c \gamma_0$ à cause de l'accroissement de masse propre, la vitesse $\beta_0 c$ étant évidemment invariable. C'est pourquoi on devrait admettre qu'il faille aussi fournir au corps d'épreuve un certain travail mécanique $\delta \mathcal{T}_0$

$$\delta \mathcal{T}_0 = \delta(\mathbf{p}.\mathbf{v}) = \delta M_0 \beta_0^2 c^2 \gamma_0 \tag{12}$$

La quantité de chaleur transférée au corps d'épreuve dans S_1, ne serait donc pas

$$\delta Q = \delta M_0 c^2 \gamma_0 \tag{13}$$

mais la différence entre l'énergie totale fournie et le travail $\delta \mathcal{T}_0$

$$\begin{aligned} \delta Q &= \delta M_0 c^2 \gamma_0 - \delta \mathcal{T}_0 \\ &= \delta M_0 c^2 \gamma_0 (1 - \beta_0^2) \\ &= \delta Q_0 \sqrt{1 - \beta_0^2} \end{aligned} \tag{14}$$

L'erreur dans ce second raisonnement provient de la même omission que dans le raisonnement purement dynamique précédent.

Si le réservoir de chaleur et le corps d'épreuve échangent de la chaleur, il faut qu'ils soient en contact l'un avec l'autre. En un sens, pendant l'échange d'énergie, ils ne forment qu'un bloc matériel unique. Ceci étant vrai dans S_0, l'est également dans n'importe quel autre référentiel galiléen. Or, si l'on suivait le raisonnement ci-dessus, dans S_1, le corps d'épreuve et le réservoir de chaleur tendraient à se séparer sous l'action de forces inertielles antagonistes, contrairement au contact permanent qui devrait toujours être observé. Dans S_1, la quantité de chaleur transférée apparaît forcément en mouvement initial avec la vitesse $\beta_0 c$ puisqu'elle est contenue dans le réservoir, lui-même en mouvement apparent. Cette quantité de chaleur a donc dans S_1, la masse équivalente $\delta M_0\gamma_0$, et l'impulsion $\delta M_0\beta_0 c\gamma_0$ est transférée simultanément à la chaleur. Il n'y a de travail fourni par aucune force, $\delta\mathcal{T}_0 = 0$, et l'énergie transférée l'est uniquement sous forme de chaleur qui est bien dans ce cas

$$\delta Q_1 = \frac{\delta Q_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \tag{15}$$

en accord avec la variance (2).

4. Une méthode cinématique

Un autre moyen d'étudier la variance relativiste de la chaleur consiste en un examen purement cinématique de l'énergie absorbée par un corps matériel irradié. Ce processus d'absorption a été récemment étudié de façon approfondie [24, 25].

Dans cette étude, il a été démontré que si M_0 est la masse au repos d'un absorbeur matériel, l'absorption complète d'un quantum de radiation $h\nu_0$ doit obligatoirement produire deux effets indissociables et simultanés.

D'une part l'absorbeur d'une radiation élémentaire d'énergie $h\nu_0$ doit prendre dans le référentiel S_0 où il est initialement immobile, une impulsion de recul $h\nu_0/c$.

D'autre part, pour qu'il puisse y avoir absorption totale de cette énergie radiante, il faut impérativement que la masse propre M_0 de l'absorbeur augmente, et devienne RM_0, avec la condition très générale $R > 1$.

Soit en effet M_0 la masse au repos, supposée invariante, d'un atome qui, par absorption de l'énergie radiante $h\nu_0$ et de l'impulsion $h\nu_0/c$, prendrait un mouvement de recul de vitesse $\beta_0 c$. On pourrait alors écrire

$$M_0\beta_0 c\gamma_0 = h\nu_0/c \qquad \gamma_0 = (1-\beta_0^2)^{-1/2} \tag{16}$$

pour la conservation de l'impulsion, et

$$M_0c^2(\gamma_0 - 1) = h\nu_0 \tag{17}$$

pour la conservation de l'énergie, ce qui reviendrait à

$$\beta_0\gamma_0 = \gamma_0 - 1 \tag{18}$$

La seule racine de cette équation étant $\beta_0 = 0$, ce schéma est contrafactuel.

Si l'on note $\beta_0 = v_0/c$ la vitesse correspondant à l'impulsion $h\nu_0/c$, et γ_0 le facteur relativiste afférent à cette vitesse, on doit donc écrire, pour ce processus d'absorption

$$h\nu_0 = RM_0c^2\gamma_0 - M_0c^2 \qquad \text{pour les énergies} \tag{19}$$

$$\frac{h\nu_0}{c} = RM_0\beta_0 c\gamma_0 \qquad \text{pour les impulsions} \tag{20}$$

d'où l'on tire

$$\beta_0 = \frac{R^2 - 1}{R^2 + 1} \tag{21}$$

$$\gamma_0 = \frac{R^2 + 1}{2R} \tag{22}$$

$$R = \sqrt{\frac{M_0c^2 + 2h\nu_0}{M_0c^2}} \tag{23}$$

On peut aussi écrire l'équation (19) sous la forme plus explicite suivante

$$h\ \nu_0 = \left\{RM_0c^2\gamma_0 - RM_0c^2\right\} + \left\{RM_0c^2 - M_0c^2\right\} \tag{24}$$

Le premier terme entre accolades représente bien l'énergie cinétique W_0 d'un corps de masse au repos RM_0 animé de la vitesse $v_0 = \beta_0 c$, c'est à dire dans l'état postérieur à l'absorption de E_{r0}.

$$W_0 = RM_0c^2(\gamma_0 - 1) \tag{25}$$

et en substituant la valeur de γ_0 tirée de la relation (22), on obtient

$$W_0 = M_0c^2\frac{(R-1)^2}{2} \tag{26}$$

Le second terme entre accolades de (24) représente uniquement l'augmentation ΔE_0 de l'énergie propre de l'absorbeur, augmentation consécutive à l'absorption. Cette augmentation de l'énergie au repos est bien une énergie interne supplémentaire, que l'on peut considérer comme une chaleur fournie à l'absorbeur par la radiation. On a donc

$$\Delta E_0 = M_0 c^2 (R - 1) \tag{27}$$

On voit tout de suite que l'énergie cinétique W_0 est très inférieure à l'énergie de chaleur absorbée ΔE_0, pour le cas le plus usuel où $h\nu_0 \ll M_0 c^2$, puisque le rapport de ces deux quantités est

$$\frac{W_0}{\Delta E_0} = \frac{R - 1}{2} \tag{28}$$

Bien évidemment, l'absorption d'un quantum de radiation ne peut être considérée comme un processus réversible, mais l'absorption par un corps isolé de tout contact, d'un rayonnement composé de très nombreux quanta, et qui plus est, isotrope en moyenne, comme le rayonnement de corps noir dans une enceinte, tend à la limite à être un processus réversible, puisqu'il y a un échange constant de quanta vers l'équilibre, entre le corps absorbant et les parois de l'enceinte.

Dans un tel cas, les impulsions résultant de l'absorption et de la réémission de quanta vont tendre à s'annuler en moyenne, la radiation de corps noir étant isotrope, et les directions des réémissions étant parfaitement aléatoires.

Si le corps d'épreuve à une température T_1 est introduit dans une enceinte dont les parois sont à la température T_2, $T_2 > T_1$, il en résultera un transfert de chaleur vers le corps d'épreuve jusqu'à l'équilibre. Dans l'ensemble, le processus aboutira à un accroissement de la masse propre du corps d'épreuve, comme vu précédemment, avec une éventuelle et très faible vitesse résiduelle $v_0 = \beta_0 c$. Qui plus est, cette vitesse résiduelle tendra à devenir négligeable si l'absorbeur a une certaine masse.

L'accroissement de la température du corps d'épreuve, et corrélativement, celui de sa masse propre sont en accord avec une définition de la quantité de chaleur donnée au chapitre 2, tout au moins quand l'équilibre est atteint.

Comme dans le cas de l'absorption d'un quantum unique, si l'on note R le facteur d'accroissement de la masse propre, $R > 1$, l'absorption globale de l'énergie E_{r0} dans S_0 pourra être écrite

$$E_{r0} = R M_0 c^2 \gamma_0 - M_0 c^2 \tag{29}$$

ou sous une autre forme

$$E_{r0} = \left\{RM_0c^2\gamma_0 - RM_0c^2\right\} + \left\{RM_0c^2 - M_0c^2\right\} \tag{30}$$

Le premier terme entre accolades à droite représente la très faible énergie cinétique résiduelle après absorption, si elle existe, de la masse au repos finale RM_0c^2.

Le second terme représente quant à lui l'augmentation de l'énergie interne, équivalente à une quantité de chaleur absorbée.

Dans l'état d'équilibre final, si le corps d'épreuve est observé dans un référentiel S_1, en mouvement uniforme avec la vitesse $w = \beta c$ par rapport à S_0, le référentiel de repos initial du corps, l'énergie absorbée pourra être écrite

$$E_{r1} = RM_0c^2\gamma_1 - M_0c^2\gamma \tag{31}$$

ou encore comme précédemment

$$E_{r1} = \left\{|RM_0c^2\gamma_1 - RM_0c^2\gamma|\right\} + \left\{RM_0c^2\gamma - M_0c^2\gamma\right\} \tag{32}$$

où γ est le facteur relativiste correspondant à la vitesse de translation $w = \beta c$, et γ_1 est la résultante de γ_0 et de γ selon la formule classique

$$\gamma_1 = \left(1 - \frac{\mathbf{v_0}.\mathbf{w}}{c^2}\right)\gamma_0\gamma \tag{33}$$

Le premier terme à droite entre accolades de (32) représente bien l'éventuelle et très faible énergie cinétique résultant de l'absorption globale, tandis que le second terme représente bien le gain d'énergie interne, ces deux quantités étant observées dans S_1.

Il est évident que pour $w \longrightarrow c$, l'éventuelle énergie cinétique résiduelle devient complètement négligeable par rapport à l'énergie cinétique due au déplacement d'ensemble

$$|RM_0c^2(\gamma_1 - \gamma)| \ll RM_0c^2(\gamma_1 - 1) \quad \text{si} \quad \beta \longrightarrow 1 \tag{34}$$

Par contre, l'énergie propre supplémentaire, représentée dans S_0 par le deuxième terme entre accolades de l'expression (30), croîtra entre S_0 et S_1, comme une énergie, par un facteur γ, pour toute valeur de w.

$$\begin{aligned} &\left\{\Delta E_0 = M_0c^2(R-1)\right\} \text{ dans } S_0, \quad \text{devient} \\ &\qquad\qquad \left\{\Delta E_1 = M_0c^2(R-1)\gamma\right\} \text{ dans } S_1 \end{aligned} \tag{35}$$

Le gain d'énergie interne du corps d'épreuve, considéré comme une quantité de chaleur absorbée, a donc, dans ce cas, une variance conforme à la formule (2).

Un peu différemment, on peut faire le raisonnement suivant, plus général car s'appliquant aux corps d'épreuve isolés, de toute nature.

Une certaine quantité d'énergie électromagnétique absorbée par un corps d'épreuve matériel, se trouve en quelque sorte confinée dans ce corps sous des formes différentes. Si, de plus, la radiation incidente est isotrope en moyenne, et l'énergie absorbée grande par rapport à un quantum moyen, $E_{r0} \gg \langle h\nu \rangle$, cette énergie se transformera presque exclusivement en une augmentation de l'énergie propre de l'absorbeur, mais de manière réversible, sans énergie cinétique globale significative de ce dernier, selon la relation (30).

On démontre facilement que si une radiation électromagnétique classique, quelle que soit sa forme, est totalement contenue dans un volume fini V ne contenant par ailleurs pas de charge libre, c'est à dire que les champs soient nuls sur la surface limitant le volume V, alors l'énergie et l'impulsion de cette radiation sont les composantes d'un quadrivecteur G_μ. Les propriétés de cette radiation, confinée dans le volume fini V, se comportent donc comme celles d'un corps matériel dans toute transformation de Lorentz entre référentiels galiléens d'observation [26].

Dans le cas présent, l'énergie radiante totalement absorbée, qui peut être assimilée à de la chaleur contenue dans l'absorbeur, mais aussi à une radiation confinée puisque le processus est réversible, se transforme donc selon la formule (2).

On peut noter ici que selon cette dernière analyse, l'énergie électromagnétique absorbée *de façon réversible*, et confinée dans l'absorbeur sous forme de chaleur, ne peut être uniquement représentée par la somme des énergies cinétiques des composants d'un corps d'épreuve. En effet, la réémission sous forme de radiation, à masse propre constante, d'une énergie supplémentaire, de nature exclusivement cinétique, serait impossible, comme il a été démontré au début de ce chapitre. L'accroissement de la masse propre est le facteur le plus important, et ceci est une précision par rapport à l'une des définitions données au § 2.

5. Conclusion

Des considérations physiques simples semblent indiquer que la variance relativiste d'une quantité de chaleur absorbée par un corps matériel est de la forme

$$Q_1 = \frac{Q_0}{\sqrt{1-\beta_2}} \tag{2}$$

L'invariance relativiste de l'entropie, universellement admise, et la formule valable pour les processus réversibles

$$dS = \frac{Q}{T} \tag{36}$$

donnent ensuite la variance de la température

$$T_1 = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{37}$$

Références

[1] von Laue M. *Ann. der Phys.* **23**, (1907) 989
[2] von Laue M. *Die Relativitäts Theorie*, Vieweg, Braunschweig, (1919)
[3] Planck M. *Sber. Preuss. Akad. Wiss.* (1907) 542
[4] Planck M. *Ann. der Phys.* **76**, (1908) 1
[5] Hasenöhrl F. *Sber. Akad. Wiss. Wien,* **116**, (1907) 1391
[6] Einstein A. *Jb. Radioakt. Electronik*, **4**, (1907) 411
[7] de Broglie L. *Cahiers de Physique*, (1948) 1-11
[8] de Broglie L. *C. R. Acad. Sc. Paris*, **B 263**, (1966) 1351
[9] de Broglie L. *C. R. Acad. Sc. Paris*, **B 264**, (1967) 1173
[10] de Broglie L. *C. R. Acad. Sc. Paris*, **B 265**, (1967) 589
[11] de Broglie L. *Int. J. Theor. Phys.* **1**, (1968) 1
[12] Lochak G. *Louis de Broglie, sa conception du monde physique*, Gauthier-Villars, Paris, (1973)
[13] Lochak G. *Ann. Fond. L. de Broglie*, **18**, (1993) 345
[14] Guessous A. *Louis de Broglie, sa conception du monde physique*, op. cit.
[15] Ott H. *Z. Phys.* **175**, (1963) 70
[16] Arzeliès H. *Nuovo Cim.* **35**, (1965) 792
[17] Møller C. *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk*, **36**, (1968) 16
[18] Møller C. *The Theory of Relativity*, Oxford Univrsity Press, 2d. ed. (1971)
[19] Bazarov I. *Thermodynamique* Mir 1989
[20] Costa de Beauregard O. *La théorie de la relativité restreinte*, Masson Paris (1949)
[21] Costa de Beauregard O. *Louis de Broglie que nous avons connu* Fond. L. de Broglie ed. Paris (1988)
[22] van Kampen N. G. *Phys. Rev.* **173** (1968) 295
[23] Newburgh R. G. *Nuovo Cim.* **52** (1979) 219
[24] Cormier-Delanoue C. *Ann. Fond. L. de Broglie* **19** 259 (1994)

[25] Cormier-Delanoue C. *Found. of Phys.* **25** 465 (1995)
[26] W. Heitler *The Quantum Theory of Radiation* Oxford Clarendon Press (1954)

(Manuscrit reçu le 9 novembre 1993, révisé le 24 novembre 1995)