

L'équivalence masse-énergie comme inhérente à l'électromagnétisme

O. COSTA DE BEAUREGARD

Fondation Louis de Broglie
23 Quai de Conti, 75006 Paris

RÉSUMÉ. Sur l'électrodynamique en Allemagne d'Ampère à Maxwell; c comme rapport des uem et ues de charge. L'équivalence masse-énergie déduite de l'électrostatique et de l'induction magnétique: contribution $c^{-2}eV$ à la masse effective d'une charge e par action-réaction avec les sources du potentiel V . La jauge des potentiels comme condition d'intégration.

ABSTRACT. On electrodynamics in Germany from Ampère to Maxwell; c as ratio of the emu and esu units of charge. Mass-energy equivalence derived from electrostatics and magnetic induction: $c^{-2}eV$ contribution to the effective mass of a point charge e via action-reaction with the sources of the potential V . Electromagnetic gauge as integration condition.

1. Sur l'électromagnétisme en Allemagne d'Ampère à Maxwell.

Se réclamant d'Ampère, précédant le *Traité* de Maxwell, d'importants travaux [1,2] sont dûs à F. et à C. Neumann, Weber, Kohlrausch, Kirchoff, Gauss. Par ailleurs Grassmann, le promoteur du calcul vectoriel, donne l'expression aujourd'hui familière de la force de Laplace.

En électrodynamique des courants F. Neumann propose le potentiel vecteur et le coefficient de mutuelle induction. Une électrodynamique "instantanée" des charges ponctuelles est formulée par Weber.

Deux trouvailles de grande portée sont exhumées par ces travaux.

1) *Le rapport des unités magnétique et électrique de charge est une vitesse.* Aujourd'hui noté c ce rapport, mesuré en 1856 par Weber et Kohlrausch, est trouvé significativement proche de la vitesse de

la lumière. Weber, et Kirchhoff, prédisent qu'un fil conducteur de résistance négligeable peut transmettre à la vitesse c des signaux oscillants, ce que l'expérience confirme.

2) *L'existence d'une contribution $c^{-2}VQ$ à la masse inerte d'une charge ponctuelle évoluant dans un potentiel électrique V se lit sur les formules de Weber; qu'elle puisse être négative amène Helmholtz à désavouer Weber. Pourtant cette conséquence se retrouve [3,4] dans les électrodynamiques de Clausius [5] et de Darwin [6].*

J'ai récemment argué [7] qu'elle est inhérente à l'électromagnétisme de Maxwell, qu'elle y exprime la réaction des sources du champ à l'accélération d'une particule chargée, que la jauge est ainsi fixée comme condition d'intégration [8,9] par l'opposition action-réaction. L'expression covariante de cet énoncé a aussi été proposée.

On va maintenant le déduire de manière élémentaire des formules de la force de Coulomb et de l'induction magnétique de Weber.

2. L'équivalence masse-énergie inhérente à l'électromagnétisme.

1) *Accélération initiales de deux charges ponctuelles en interaction coulombienne.* Initialement au repos dans un repère inertiel, deux charges e_a et e_b prennent des accélérations initiales \mathbf{a}'' et \mathbf{b}'' de directions directement opposées telles que

$$M_a \mathbf{a}'' = -M_b \mathbf{b}'' = r_{ab}^{-3} e_a e_b \mathbf{r} \quad (1)$$

mais les deux masses effectives M diffèrent des masses mécaniques m , car à chacune s'ajoute une contribution potentielle $c^{-2}VQ$ induite par l'accélération de l'autre charge.

En effet, aux potentiels coulombiens mutuellement appliqués par chaque particule à l'autre, qui sont tels que

$$e_a V_a = e_b V_b = e_a e_b [r_{ab}]^{-1} \quad (2)$$

sont associés des potentiels vecteurs. Celui, \mathbf{A}_a , créé en a par la vitesse \mathbf{b}' de l'autre particule, a dans la jauge d'Ampère, à l'approximation instantanée, en unités mixtes, l'expression

$$\mathbf{A}_a \equiv V_a \mathbf{b}' = r^{-1} e_b \mathbf{b}' \quad (3)$$

sa variation induit un champ électrique $-\mathbf{A}'_a$ s'ajoutant au champ coulombien, qui confère à la particule a une impulsion $-e_a\mathbf{A}_a$.

L'impulsion conservée du système est donc

$$(m_a\mathbf{a}' - e_a\mathbf{A}_a) + (m_b\mathbf{b}' - e_b\mathbf{A}_b) = 0 \quad (4)$$

soit, compte tenu des (2) et du signe de r ,

$$(m_a + c^{-2}e_aV_a)\mathbf{a}' + (m_b + c^{-2}e_bV_b)\mathbf{b}' = 0 \quad (5)$$

La constante c est définie comme rapport des unités magnétique et électrique de charge.

Ainsi, la *masse inertielle effective* de chaque particule évoluant dans le potentiel coulombien au *sens strict* de l'autre a la forme

$$M = m + c^{-2}eV \quad (6)$$

La contribution électrostatique à l'inertie exprime l'opposition action-réaction.

2) *Mouvement circulaire de deux charges ponctuelles de signes opposés.* Les vitesses étant parallèles les rayons des trajectoires sont tels que

$$r_a v_a = r_b v_b \quad (7)$$

$r = r_a + r_b$ notant le *diamètre* du système de vitesse angulaire ω , les formules (3) montrent que *les deux moments angulaires potentiels eAr sont égaux* et valent $\omega r^{-1}e_a e_b r_a r_b$.

Les masses effectives restant exprimées par (6) on a

$$M_a\mathbf{r}_a + M_b\mathbf{r}_b = 0 \quad (8)$$

le barycentre du système est au centre de rotation, et les deux forces centrifuges sont directement opposées.

A nouveau la formule (6) met en évidence une contribution électromagnétique à l'inertie due à l'opposition action-réaction.

3) *L'atome d'hydrogène de Sommerfeld.* Les deux précédents exemples mettent en évidence une contribution électrostatique d'expression (6) à la *masse effective* M d'une particule évoluant dans le champ d'une

autre particule; ceci *quel que soit le rapport des masses, même aux limites où il est nul ou infini*. Postulant général cet énoncé qui d'ailleurs est *conséquence de l'électrodynamique semi-relativiste de Clausius* [5], appliquons-le à l'atome de Sommerfeld.

Supposant le proton fixe, l'équation de conservation de l'énergie de l'électron évoluant dans son champ est

$$(1/2)mv^2 - eV = \text{const.} \quad (9)$$

d'où compte tenu de (6), à une constante arbitraire près,

$$M = m + m(1/2)(v/c)^2 + \text{const.} \quad (10)$$

La cinématique relativiste n'a pas été invoquée. Le spectre de l'atome, qui ne dépend que des différences des énergies de l'électron, est correctement décrit.

4) *Charge ponctuelle dans une sphère creuse uniformément chargée.*

Initialement au repos dans un repère inertiel, ces deux corps le resteront. Mutuellement opposées, les deux sommes des forces de Coulomb sont nulles, car (c'est une remarque connue) les contributions dûes à deux éléments de surface de la sphère vus depuis la charge sous des angles solides opposés sont opposées.

$V = Q/R$ notant le potentiel coulombien uniforme dans la sphère, et e la charge de la particule, une vitesse v_s conférée à la sphère engendre en son intérieur un potentiel vecteur Vv_s qui imprime à la particule une impulsion $-eVv_s$. Inversement, une vitesse v_p conférée à la particule communique à la sphère une impulsion qui, en vertu de l'argument des angles solides, peut être exprimée comme $-QV'v_p$ avec $QV' = eV$. Il y a donc opposition action-réaction.

On peut accélérer la particule à l'intérieur de la sphère au moyen du champ de gravitation \mathbf{g} régnant dans le laboratoire, en posant sur le sol son support isolant: le champ \mathbf{g} opérera comme un dynamomètre reliant la particule au centre de la Terre. Eventuellement négatif, le poids effectif de la particule dans la sphère, mesuré par un dynamomètre la reliant à la sphère est *Meg*. Ceci met en évidence l'aspect grave de l'énergie potentielle.

Cette expérience pensée suggère non seulement une équivalence masse-énergie générale, mais aussi une équivalence inertie-gravitation. En effet, l'accélération gravitationnelle \mathbf{g} ayant le même effet qu'une

accélération de même valeur d'origine quelconque, il est suggéré que le champ gravistatique g crée dans la sphère le même champ électrique $E = c^{-2}Vg$ que toute autre accélération de même valeur.

3. Conclusion.

Coulombienne-et-ampérienne, pré-maxwellienne, la précédente analyse diffère totalement d'une brève démonstration d'Einstein [10]: c'est en conclusion seulement qu'elle pose les questions analogues à celles qui ont motivé ses démarches historiques.

Entre autres conséquences l'énoncé obtenu entraîne la *sélection comme condition d'intégration de la jauge électromagnétique*, ici via l'oppositon action-réaction. Cette question a été discutée ailleurs [8, 9] comme *conséquence* de l'équivalence masse-énergie.

Références

- [1] Graneau P., 1994, *Ampère-Neumann Electrodynamics of Metals*, Hadronic Press, Palm Harbor.
- [2] Assis A K T, 1994, *Weber's Electrodynamics*, Kluwer, Dordrecht.
- [3] Costa de Beauregard O., 1968, *Phys. Lett.* **A 28** 365.
- [4] Costa de Beauregard O., 1995, *Found. Phys. Lett.* (sous presse).
- [5] Clausius R., 1880, *Phil. Mag.* **10** 255.
- [6] Darwin C G, 1920, *Phil. Mag.* **39** 537.
- [7] Costa de Beauregard O., 1995, *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, (sous presse).
- [8] Costa de Beauregard O., 1992, *Found. Phys.* **22** 1485.
- [9] Costa de Beauregard O., 1995, in *Advanced Electrodynamics*, Barrett T W et Grimes D M eds, World Scientific, Singapore. p. 77.
- [10] Einstein A., *Out of my Later Years*, p. 319.
- [11] de Broglie L., 1950, *Optique électronique et corpusculaire*, Hermann, Paris p. 45-49.

(Manuscrit reçu le 12 mars 1996)