

Sur la relativité restreinte. (Le temps et la vitesse de la lumière)

ANDRÉ SANCHE

1 avenue de Toulouse, 30000 Nîmes

Chaque fois que l'on aborde l'étude d'un sujet, on se trouve nécessairement en présence d'un certain "état de la question". Certains faits sont bien connus, certaines interprétations bien établies, certaines difficultés enfin ou franchement reconnues ou, assez souvent, habilement dissimulées [... Parfois on éprouve le sentiment] qu'il manque dans nos interprétations un élément essentiel, qu'une idée fondamentale a été méconnue sans laquelle une véritable compréhension des faits est impossible.

Louis de Broglie [1]

RÉSUMÉ. Contrairement aux idées reçues, il paraît possible d'interpréter la relativité restreinte de façon classique, c'est-à-dire en admettant une durée expérimentale invariante et des espaces à trois dimensions. Il suffit de distinguer changement de repère et changement du récepteur de lumière. Dans le second cas, changement de récepteur, on retrouve la relativité restreinte traditionnelle qui conserve ainsi toute sa valeur.

ABSTRACT. At variance with usual ideas, it seems possible to interpret Special Relativity in a classical way, i.e. by admitting invariant experimental durations, and 3-dimensional space. This is attained by the distinction of a frame change from a change of light detector. This latter method yields normal Special Relativity with its full value.

* N.D.L.R. Les paragraphes 1 à 5 de ce travail ont déjà fait l'objet d'un article de l'auteur (Ann. Fond. L. de Broglie, **19**, 1994, 49). Ils sont repris ici pour la clarté de l'exposé.

Quelles que soient les circonstances, un éclair lumineux est toujours perçu dans le vide à la célérité c .

1. Préliminaires.

*Les photons n'étant localisables que lors d'une interaction avec la matière, il sera convenu de localiser non l'éclair lumineux, mais le récepteur*¹. Pour cela, chaque grandeur sera munie de deux indices, le premier indiquant la particule matérielle concernée par l'événement, le second indiquant le repère utilisé pour la localiser. Par exemple, x_{ij} situe la particule P_i sur l'axe des x du repère $R(j)$. Par exemple, t_{ii} est le temps de la particule P_i mesuré dans le repère $R(i)$ auquel P_i est liée. Dans ces conditions, lorsque l'indice est répété, ii , jj , la mesure est dite propre. Elle s'effectue in situ et n'est perturbée par aucun mouvement relatif².

Par ailleurs, on remarquera que les démonstrations géométriques de l'effet Doppler donnent des fréquences fonction des repères, valables pour des récepteurs qui leur sont liés. Par exemple, si la couleur rouge correspond au repère $R(i)$, c'est la particule P_i , liée à $R(i)$, qui percevra des photons rouges. Si cet événement se réalise effectivement, il est bien entendu que P_i percevra des photons rouges $h\nu_{ii}$ quel que soit le repère utilisé pour la localiser. Les fréquences établies mathématiquement sont virtuelles, les fréquences effectivement perçues sont invariantes. Nous allons voir que le même raisonnement est valable pour les dates.

2. Les mathématiques de la relativité restreinte

2.1. Les formules de Lorentz.

Soient, par exemple, deux repères cartésiens d'inertie $R(i)$ et $R(j)$ dont les axes des x glissent l'un sur l'autre à la vitesse relative v_{ij} , les axes des y et des z restant parallèles. Toutes les horloges sont identiques. Les horloges d'un même repère étant facilement synchronisables [1], celles de $R(i)$ sont synchronisées entre elles, celles de $R(j)$ également. A la date zéro, les origines des espaces de référence coïncident avec la source

¹ Ce travail est la suite logique de l'étude de relativité générale parue dans les A.F.L.B., **20** (1995) p. 287, étude qui permet l'interprétation correcte des formules de Lorentz grâce à un schéma émetteur-récepteur, le seul physiquement valable.

² En l'absence d'indices, rapidement on ne sait plus de quoi l'on parle.

lumineuse qui émet un éclair vers les x positifs. D'où le schéma suivant

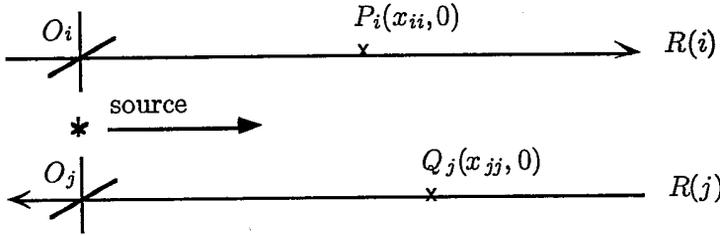


Figure 1. Emission de l'éclair, date zéro

Situées sur les axes des x , les particules $P_i(x_{ii})$ et $Q_j(x_{jj})$ coïncident lors de la réception de l'éclair :

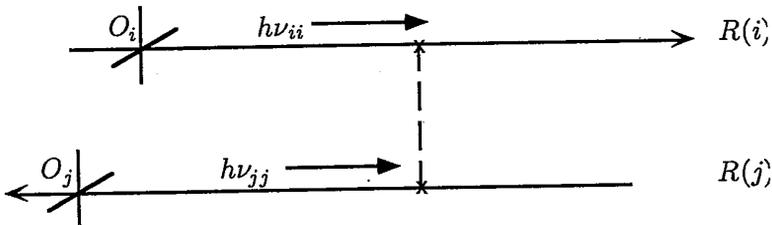


Figure 2. Réception de l'éclair, date t_{ii} ou t_{jj}

Dans le vide, un éclair est toujours perçu à la vitesse c (expérience de Michelson). P_i reçoit donc l'éclair à la date t_{ii} et Q_j , à la date t_{jj} de sorte que $x_{ii}/t_{ii} = x_{jj}/t_{jj} = c$. Dans ces conditions, la transformation de Galilée devient :

$$\left. \begin{aligned} x_{ii} &= x_{jj} - v_{ij}t_{jj} = \left(1 - \frac{v_{ij}}{c}\right)x_{jj} \\ x_{jj} &= x_{ii} + v_{ij}t_{ii} = \left(1 + \frac{v_{ij}}{c}\right)x_{ii} \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

Ces formules sont incompatibles à moins que, par relativité physique, un même coefficient γ_{ij} ne rende nul le déterminant du système:

$$\left. \begin{aligned} +x_{jj} - \gamma_{ij}\left(1 + \frac{v_{ij}}{c}\right)x_{ii} &= 0 \\ -\gamma_{ij}\left(1 - \frac{v_{ij}}{c}\right)x_{jj} + x_{ii} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

c'est-à-dire, à moins que :

$$1 - \gamma_{ij}^2\left(1 - \frac{v_{ij}^2}{c^2}\right) = 0 \quad (c)$$

avec :

$$\gamma_{ij} = 1/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad \text{où} \quad \beta_{ij} = v_{ij}/c \quad (2.5)$$

On a donc :

$$x_{ii} = \gamma_{ij}(x_{jj} - v_{ij}t_{jj}) \quad (2.1)$$

$$t_{ii} = \gamma_{ij}(t_{jj} - v_{ij}x_{jj}/c^2) \quad (2.2)$$

$$x_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii}) \quad (2.3)$$

$$t_{jj} = \gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2) \quad (2.4)$$

Ce sont les formules de Lorentz : en un point géométrique donné, la date de réception du photon $h\nu_{ii}$ par P_i est fonction de la date de réception du photon $h\nu_{jj}$ par Q_j et réciproquement, l'une de ces possibilités excluant l'autre. Si le photon est rouge, c'est qu'il est perçu par P_i à la date t_{ii} , s'il est vert, c'est qu'il est perçu par Q_j à la date t_{jj} . Soit rouge, soit vert, certainement pas les deux à la fois.

2.2. Formules de relativité descriptive active.

Supposons maintenant que le récepteur soit effectivement P_i , ($x_{ii} - o_i$) est la distance séparant le récepteur de l'émetteur à la date zéro de l'émission de l'éclair. C'est la distance retenue pour calculer la vitesse de la lumière (théorie des potentiels retardés). Dans ces conditions :

$$t_{ii} = (x_{ii} - o_i)/c \quad (2.6)$$

est la date expérimentale, effectivement notée par le récepteur P_i quel que soit le repère utilisé pour le localiser. Autrement dit, bien que P_i soit situé dans $R(j)$, lors de la réception de l'éclair (figure 2), en

$$x_{ij} = x_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii}), \quad (2.7)$$

la date :

$$t_{ij} = t_{jj} = \gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2), \quad (2.8)$$

est apparente, illusoire, puisque Q_j , dans ce cas, ne perçoit pas l'éclair.

Réciproquement, si Q_j perçoit effectivement l'éclair, la date expérimentale, invariante sera :

$$t_{jj} = (x_{jj} - o_j)/c \quad (2.9)$$

alors que

$$x_{ji} = x_{ii} = \gamma_{ij}(x_{jj} - v_{ij}t_{jj}) \quad (2.10)$$

localisera Q_j dans $R(i)$, à la date apparente :

$$t_{ji} = t_{ii} = \gamma_{ij}(t_{jj} - v_{ij}x_{jj}/c^2) \quad (2.11)$$

De (2.7), (2.8), (2.10) et (2.11) se déduisent facilement les formules inverses :

$$x_{ii} = \gamma_{ij}(x_{ij} - v_{ij}t_{ij}) \quad (2.12)$$

$$t_{ii} = \gamma_{ij}(t_{ij} - v_{ij}x_{ij}/c^2) \quad (2.13)$$

$$x_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ji} + v_{ij}t_{ji}) \quad (2.14)$$

$$t_{jj} = \gamma_{ij}(t_{ji} + v_{ij}x_{ji}/c^2) \quad (2.15)$$

Nous venons de retrouver fort simplement les formules de relativité descriptive active, établies par J.L. Synge [2] et reprises par M.A. Tonnelat [3].

Afin d'éviter toute erreur de raisonnement, il faut évidemment se garder de confondre ces formules avec celles de Lorentz. Ces dernières comparant de simples possibilités, la réception d'un éclair en un point géométrique par des particules liées à leur repère respectif, les indices sont répétés dans leurs deux membres. Nous avons par exemple :

$$(2.1) \quad x_{ii} = \gamma_{ij}(x_{jj} - v_{ij}t_{jj})$$

au lieu de :

$$(2.10) \quad x_{ji} = \gamma_{ij}(x_{jj} - v_{ij}t_{jj})$$

Malheureusement, l'absence d'indices ne permet pas de faire cette distinction.

3. Optique relativiste.

3.1. La vitesse de la lumière.

Prenons un exemple dans la vie de tous les jours. Lorsque nous allons de Paris à Versailles, pour calculer la vitesse moyenne de notre voiture nous divisons la distance parcourue, indiquée par une carte routière, par la durée indiquée par la montre de notre véhicule. Si nous désirons, par la même occasion, connaître la vitesse de notre voiture par

rapport au système solaire, compte tenu du mouvement d'entraînement de la terre le parcours est différent, mais la durée du voyage est toujours fournie par la montre de notre tableau de bord, et c'est la même que précédemment. Autrement dit, la durée expérimentale est invariante. Cette façon de raisonner, nous l'appellerons classique pour la différencier de celle utilisée en relativité restreinte traditionnelle.

Que donne la méthode classique lorsqu'il s'agit d'étudier la lumière ? Quel que soit le repère spatial $R(j)$, l'éclair $h\nu_{ii}$ est perçu par P_i , qui note t_{ii} . Pour P_i , l'éclair $h\nu_{ii}$ a donc pour vitesse dans $R(j)$:

$$\vec{C}_{ij} = (\overrightarrow{x_{ij} - o}) / (t_{ii} - o) = \vec{x}_{ij} / t_{ii} \quad (3.1)$$

l'émission lumineuse se faisant à la date zéro, à l'origine des repères. Il n'y a aucune raison d'utiliser la durée de la particule Q_j pour calculer la vitesse de la lumière perçue par P_i . La durée expérimentale coïncide avec la durée propre du récepteur. La date zéro est invariante et la réception de l'éclair constitue pour le récepteur, et uniquement pour lui, un événement local, proprement daté.

D'ores et déjà une objection peut être rejetée. Emis à la date zéro, $h\nu_{ii}$ et $h\nu_{jj}$ se déplaceraient de concert, conjointement, pour être perçus simultanément en un point arbitrairement choisi. Ceci n'est guère admissible, car les parcours sont différents : $(x_{ii} - o_i) \neq (x_{jj} - o_j)$ ³ (voir les paragraphes 3.5, l'effet Fresnel).

Ceci dit, étudions plus en détail la vitesse de la lumière. Soit l'éclair $h\nu_{ii}$ perçu obliquement par $P_i(x_{ii}, y_{ii}, o)$, angle $\hat{\alpha}$ avec les axes des x . Dans les conditions d'établissement des formules de Lorentz, l'éclair $h\nu_{ii}$ a pour vitesse dans le repère $R(i)$ du récepteur :

$$C_{iix} = x_{ii} / t_{ii} = c \cos \hat{\alpha}_{ii} \quad (3.2)$$

$$C_{iiy} = y_{ii} / t_{ii} = c \sin \hat{\alpha}_{ii} \quad (3.3)$$

$$C_{iiz} = z_{ii} / t_{ii} = 0 \quad (3.4)$$

avec

$$|C_{ii}| = c \quad (3.5)$$

³ Compte tenu de la différence de parcours, si des photons sont perçus simultanément par P_i et Q_j , c'est tout simplement qu'ils n'ont pas été émis exactement à la même date. Les conditions d'établissement des formules de Lorentz ne sont pas respectées.

Conformément aux expériences de Michelson, un éclair est toujours perçu à la célérité c . C'est le seul fait prouvé.

En estimant invariante la durée expérimentale du récepteur P_i , quel que soit le repère spatial $R(j)$, $h\nu_{ii}$ a pour vitesse :

$$C_{ijx} = x_{ij}/t_{ii} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii})/t_{ii} \quad (3.6)$$

$$= (c \cos \alpha_{ii} + v_{ij})/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (3.7)$$

ainsi que

$$C_{ijy} = y_{ij}/t_{ii} = y_{ii}/t_{ii} = c \sin \hat{\alpha}_{ii} \quad (3.8)$$

$$C_{ijz} = z_{ij}/t_{ii} = z_{ii}/t_{ii} = 0 \quad (3.9)$$

avec

$$C_{ij}^2 = C_{ijx}^2 + C_{ijy}^2 \quad (3.10)$$

ce qui entraîne

$$|C_{ij}| = (c + v_{ij} \cos \hat{\alpha}_{ii})/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (3.11)$$

Dans ces conditions, le photon $h\nu_{ii}$ n'a la célérité c que dans le repère du récepteur P_i . Affirmer qu'un photon donné a la célérité c dans tous les repères, indépendamment du récepteur effectif, dépasse de beaucoup les faits expérimentaux. C'est un postulat, autrement dit une proposition invérifiable, susceptible d'être remise en question.

Le récepteur effectif de l'éclair étant P_i , nous allons voir maintenant que l'invariance de $h\nu_{ii}$ et de t_{ii} permet une analyse pertinente des phénomènes optiques, analyse qui confortera nos hypothèses.

3.2. Effet Döppler.

Nous utiliserons la formule élémentaire de l'effet Döppler : Soit dt_{jj} la période émise par S_j et dt_{ii} la période perçue par P_i . D'après ce qui précède, nous avons pour la longueur d'onde de cet éclair :

$$\lambda = C_{ij}dt_{jj} = C_{ii}dt_{ii} \quad (3.12)$$

D'où pour les fréquences, compte tenu de (3.5) et de (3.11) :

$$\nu_{ii} = \nu_{jj}(C_{ii}/C_{ij}) = \nu_{jj}[c/\gamma_{ij}(c + v_{ij} \cos \hat{\alpha}_{ii})] \quad (3.13)$$

ou enfin

$$\nu_{ii} = \nu_{jj} \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} / (1 - \beta_{ji} \cos \hat{\alpha}_{ii}), \quad (3.14)$$

formule bien connue de l'effet Döppler. Pour $\hat{\alpha}_{ii} = \pi/2$, on retrouve l'effet Döppler transverse $\nu_{ii} = \nu_{jj} \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}$, confirmé par les expériences de Yves et Stillwell [4].

Contrairement à la théorie traditionnelle, cette démonstration respecte la pensée de Louis de Broglie [5] : “Le champ électromagnétique d’une onde lumineuse étant toujours unique et bien déterminé, il faut que l’état final du photon soit déterminé par son état initial”... dans le cas contraire “l’identification du photon avec un seul corpuscule... se heurte à des difficultés insurmontables quant à la définition du champ électromagnétique qui l’accompagne”. On peut même se demander, si l’éclair a partout la vitesse c , ce qui provoque son changement de fréquence⁴.

Remarque : Les démonstrations usuelles comparent les fréquences perçues par P_i et Q_j . La particule Q_j étant liée au même repère que l’émetteur S_j , nous retrouvons évidemment (3.14).

3.3. Effet Bradley ou d’aberration astronomique.

Dans la direction des x de $R(j)$, angle $\hat{\alpha}_{ij}$, l’éclair $h\nu_{ii}$, perçu par P_i , a pour vitesse :

$$|C_{ij}| \cos \hat{\alpha}_{ij} = C_{ijx} \quad (3.15)$$

soit compte tenu de (3.7) et (3.11) :

$$\gamma_{ij}(c + v_{ij} \cos \hat{\alpha}_{ii}) \cos \hat{\alpha}_{ij} = \gamma_{ij}(c \cos \hat{\alpha}_{ii} + v_{ij}) \quad (3.16)$$

et finalement :

$$\cos \hat{\alpha}_{ij} = (\cos \hat{\alpha}_{ii} - \beta_{ji}) / (1 - \beta_{ji} \cos \hat{\alpha}_{ii}) \quad (3.17)$$

Par ailleurs, l’éclair $h\nu_{ii}$ perçu par P_i a pour vitesse dans la direction des y de $R(j)$:

$$|C_{ij}| \sin \hat{\alpha}_{ij} = C_{ijy} \quad (3.18)$$

⁴ A ma connaissance, personne n’a pris en compte la judicieuse remarque de L. de Broglie. Elle contraire, on préfère l’ignorer.

c'est-à-dire, compte tenu de (3.8) et (3.11) :

$$\sin \hat{\alpha}_{ij} = \sin \hat{\alpha}_{ii} \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} / (1 - \beta_{ji} \cos \hat{\alpha}_{ii}) \quad (3.19)$$

(3.17) et (3.19) sont respectivement les formules des cosinus et des sinus de l'effet Bradley.

Il faut cependant bien voir que les démonstrations traditionnelles n'étudient pas le même phénomène. Elles comparent, en un point géométrique donné, les angles de perception de l'éclair selon qu'il est reçu, soit par P_i , soit par Q_j . Dans ces conditions, l'emploi des formules de Lorentz s'impose. Par exemple, dans la direction des x , la vitesse de $h\nu_{ii}$ est dans $R(i)$:

$$x_{ii}/t_{ii} = c \cos \hat{\alpha}_{ii} \quad (3.20)$$

De son côté, la vitesse de $h\nu_{jj}$ est dans $R(j)$:

$$x_{jj}/t_{jj} = c \cos \hat{\alpha}_{jj} \quad (3.21)$$

Les formules de Lorentz (2.3) et (2.4) donnent alors :

$$x_{jj}/t_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii})/\gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2) \quad (3.22)$$

c'est-à-dire

$$c \cos \hat{\alpha}_{jj} = (x_{ii} + v_{ij}t_{ii})/t_{ii}(1 + \beta_{ij} \cos \hat{\alpha}_{ii}) \quad (3.23)$$

et enfin :

$$\cos \hat{\alpha}_{jj} = (\cos \hat{\alpha}_{ii} - \beta_{ji})/(1 - \beta_{ji} \cos \hat{\alpha}_{ii}) \quad (3.24)$$

De même, pour les sinus on trouve :

$$\sin \hat{\alpha}_{jj} = \sin \hat{\alpha}_{ii} \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} / (1 - \beta_{ji} \cos \hat{\alpha}_{ii}) \quad (3.25)$$

(3.24) et (3.25) diffèrent de (3.17) et (3.19) par les indices. Cette comparaison permet toutefois d'écrire :

$$\hat{\alpha}_{ij} = \hat{\alpha}_{j\dot{j}} \quad (3.26)$$

Conclusion, dans $R(j)$ le photon $h\nu_{ii}$ effectivement perçu par P_i a la même direction que $h\nu_{jj}$ éventuellement perçu par Q_j . Résultat prévisible. Admettons que la source lumineuse soit S_j . Dans $R(j)$,

l'angle de réception de l'éclair est égal à l'angle d'émission quel que soit le récepteur.

3.4. Impulsion et énergie dans $R(j)$ du photon $h\nu_{ii}$.

Le récepteur P_i perçoit la fréquence ν_{ii} quel que soit le repère utilisé pour le localiser. Compte tenu de (3.11), l'impulsion du photon $h\nu_{ii}$ sera dans $R(j)$:

$$P_{ij} = (h\nu_{ii}/c^2)C_{ij} = (h\nu_{ii}/c^2)\gamma_{ij}(c + v_{ij} \cos \hat{\alpha}_{ii}) \quad (3.27)$$

ou encore, vu la formule (3.14) de l'effet Döppler :

$$P_{ij} = h\nu_{jj}/c \quad (3.28)$$

et enfin, compte tenu de (3.26) :

$$P_{ij}\vec{u}_{ij} = (h\nu_{jj}/c)\vec{u}_{jj} \quad (3.29)$$

la particule P_i recevant, dans $R(j)$, la même impulsion et la même énergie qu'une particule liée à $R(j)$:

$$E_{ij} = h\nu_{ii} + h(\nu_{jj} - \nu_{ii}) = h\nu_{jj} \quad (3.30)$$

La parenthèse $h(\nu_{jj} - \nu_{ii})$ est une énergie cinétique virtuelle due au mouvement relatif des repères $R(j)/R(i)$. On pourra donc construire un 4-vecteur impulsion-énergie pour le photon $h\nu_{ii}$, le coupler avec celui du récepteur P_i et introduire ainsi la mécanique ondulatoire.⁵

3.5. Effet Fresnel.

Il s'agit de comparer la vitesse de la lumière transmise à différents récepteurs par un milieu transparent $M(i)$ d'indice de réfraction n .

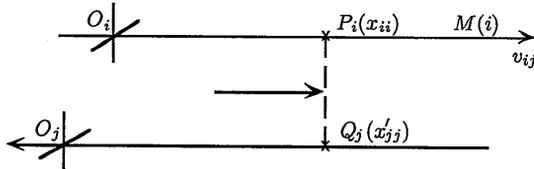


Figure 3. Réception de l'éclair.

⁵ Voir "Relativité et mécanique ondulatoire". Annales de la Fond. L. de Broglie, 1988, p.337.

Nous devons donc utiliser les formules de Lorentz. Pour P_i lié à $M(i)$, l'éclair, émis dans la direction des x , a pour vitesse :

$$x_{ii}/t_{ii} = c/n \quad (3.31)$$

(2.3), (2.4) et (3.31) donnant pour le récepteur mobile Q_j :

$$x'_{jj}/t'_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii})/\gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2) \quad (3.32)$$

$$= (c/n + v_{ij})/(1 + \beta_{ij}/n) \quad (3.33)$$

(3.33) est la formule de l'effet Fresnel d'entraînement partiel de la lumière par les milieux matériels. Dans le laboratoire, le physicien notera donc, pour la réception de l'éclair au point considéré, soit la date invariante $t_{ii} = t_0$ si le récepteur est P_i , soit la date invariante $t'_{jj} = t'_0$ si le récepteur est Q_j , avec, d'après (2.4) et compte tenu de (3.31), la relation :

$$t'_{jj} = \gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2) \implies t'_0 = \gamma_{ij}t_0(1 + \beta_{ij}/n) \quad (3.34)$$

Il ne viendra à l'esprit de personne que les horloges de P_i et Q_j ne marchent pas de la même façon. Le physicien estimera fort justement que les deux événements sont tout simplement différents. Ce raisonnement reste évidemment valable lorsque l'indice de réfraction n tend vers un, il suffit de prendre un gaz, qui se raréfie, comme milieu de propagation de la lumière. A la limite, pour le vide, on aura toujours deux dates possibles pour la réception de l'éclair au point considéré :

$$t'_0 = \gamma_{ij}t_0(1 + \beta_{ij}) \quad (3.35)$$

pour la bonne raison que les distances, séparant à la date d'émission la source lumineuse des récepteurs éventuels (théorie des potentiels retardés), diffèrent : $x'_{jj} \neq x_{ii}$. Même dans le vide, les perceptions de l'éclair par P_i et Q_j sont des événements distincts. Qu'ils aient lieu au même endroit (du laboratoire), à des instants différents, n'a en soi rien de choquant, étant bien entendu que c'est l'événement effectif qui donne la bonne date.

Ceci dit, la physique a évolué depuis 1905. Une bonne interprétation de la relativité restreinte doit respecter les théories modernes.

4. Théorie ondulatoire de la lumière⁶.

Continuons de raisonner en utilisant une durée invariante et des espaces à trois dimensions.

a) Particules associées

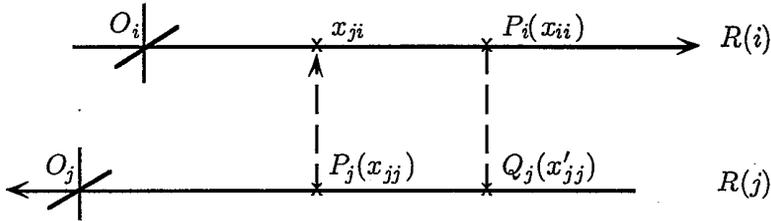


Figure 4. Réception de l'éclair.

Désormais, nous désignerons du nom de particules associées (par les formules de Lorentz), P_i et Q_j qui coïncident lors de la réception de l'éclair, en primant, pour éviter toute confusion, les grandeurs concernant Q_j . Alors que P_i est susceptible de percevoir, dans le vide, cet éclair à la date :

$$t_{ii} = x_{ii}/c = t_0 \quad (4.1)$$

au même point de $R(i)$, la particule Q_j le percevait à une date fonction de sa vitesse β_{ji} , soit d'après (3.35), à la date expérimentale :

$$t'_{jj} = x'_{jj}/c = t'_0 = \gamma_{ij}t_0(1 - \beta_{ji}) \quad (4.2)$$

b) Particules homologues

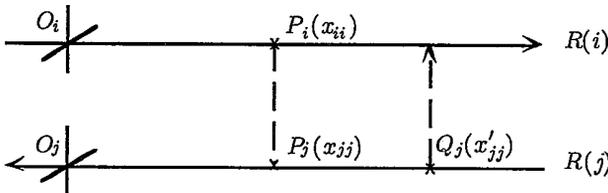


Figure 5. Émission de l'éclair.

Nous désignerons du nom de particules homologues, P_i et P_j qui coïncident lors de l'émission de l'éclair. Leurs abscisses étant égales :

$$x_{jj} = x_{ii}, \quad (4.3)$$

⁶ Telle qu'elle est actuellement interprétée, la relativité restreinte ne rend pas compte de la dualité onde-corpuscule.

ces particules perçoivent l'éclair à la même date expérimentale :

$$t_{jj} = x_{jj}/c = x_{ii}/c = t_{ii} = t_0 \quad (4.4)$$

Bien entendu, vu leur mouvement relatif, P_i et P_j ne coïncident plus lors de la réception de l'éclair. A la date $t_{ii} = t_{jj} = t_0$, P_i percevrait l'éclair en x_{ii} de $R(i)$, alors que P_j le percevrait en un point de $R(i)$ fonction de sa vitesse $\vec{\beta}_{ji}$ (figure 4), soit d'après (2.10) et compte tenu de (4.4) :

$$x_{ji} = \gamma_{ij}(x_{jj} - v_{ij}t_{jj}) = \gamma_{ij}x_{ii}(1 + \beta_{ji}) \quad (4.5)$$

Ainsi, pour un repère géométrique donné, en l'occurrence $R(i)$, selon le mouvement du récepteur (\vec{v}_{ij} est arbitrairement choisie), chaque photon peut être perçu à la vitesse c au même "endroit" à tout instant (particules associées) et au même instant en tout "endroit" (particules homologues). Conformément à la théorie ondulatoire de la lumière, la localisation du photon, dans les conditions exposées ci-dessus, correspond à une onde plane monochromatique. Le raisonnement étant valable quel que soit le photon, il faut qu'en un point géométrique, sinon en un point matériel, puissent coexister plusieurs photons. C'est le principe de superposition des ondes électromagnétiques : les photons n'interagissent pas entre eux. L'équilibre thermique dans le rayonnement noir, la création de paires par les photons exigent la présence de particules matérielles. Le lieu et la date des événements, ce sont ces particules qui les fournissent.

5. Les relations d'incertitude⁷.

Pour les particules matérielles, la géométrisation de l'espace est également à l'origine de curieuses propriétés. A quelle date se rencontrent P_i et Q_j ? C'est, soit à la date $t_{ii} = t_0$, soit à la date $t'_{jj} = t'_0$, selon que le récepteur effectif de l'éclair est P_i ou Q_j . Nous sommes forcés de reconnaître que la vitesse relative de ces corpuscules n'est pas connue et que \vec{v}_{ij} n'est qu'une hypothèse de travail.

Dans ces conditions, en un point géométrique donné ($\Delta x = 0$), la quantité de mouvement \vec{p}_{ji} des corpuscules Q_j est incertaine, constatation conforme à la relation d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h/2\pi \quad (5.1)$$

⁷ Telle qu'elle est actuellement interprétée, la relativité restreinte ne respecte pas les axiomes de la mécanique quantique.

Si, pour préciser l'impulsion du récepteur effectif de l'éclair, nous voulons réduire le temps Δt du passage en P_i des particules associées (4.a, susceptibles de percevoir l'éclair à tout instant au même "endroit"), nous rencontrons les particules homologues (4.b, susceptibles de percevoir l'éclair au même instant en tout "endroit"). Dans ce cas, Δx devient important de telle sorte que (5.1) est à nouveau respecté. Un raisonnement analogue est valable pour les particules P_j , nous permettant de retrouver la deuxième relation d'incertitude :

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq h/2\pi \quad (5.2)$$

Il faut cependant noter que ces considérations ne vont pas à l'encontre du déterminisme. Il n'existe en effet qu'une particule qui puisse percevoir l'éclair à une date et en un point géométrique donnés. Deux corpuscules d'inertie, qui coïncideraient quand l'éclair est émis (pour le recevoir à la même date) et quand il est perçu (pour le recevoir au même endroit), auraient constamment la même vitesse et seraient confondus.

6. Mécanique relativiste.

6.1. Sur la dilatation des durées.

Soit la particule matérielle P_i au repos en x_{ii} de $R(i)$ percevant deux éclairs se propageant vers les x positifs. Elle perçoit le premier à l'instant t_{1i} et le second, à l'instant t_{2i} . Les deux particules liées à $R(j)$, associées géométriquement aux deux événements lumineux concernant P_i , les percevraient éventuellement d'après (2.8) :

pour Q_{1j} , le premier éclair à la date $t_{1j} = \gamma_{ij}(t_{1i} + v_{ij}v_{ii}/c^2)$

pour Q_{2j} , le second éclair à la date $t_{2j} = \gamma_{ij}(t_{2i} + v_{ij}v_{ii}/c^2)$

Ceci entraîne

$$t_{2j} - t_{1j} = \gamma_{ij}(t_{2i} + v_{ij}x_{ii}/c^2) - \gamma_{ij}(t_{1i} + v_{ij}x_{ii}/c^2)$$

ou encore

$$t_{2j} - t_{1j} = \gamma_{ij}(t_{2i} - t_{1i}) \quad (6.1)$$

d'où la formule :

$$dt_{ij} = dt_{ii}/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (6.2)$$

C'est la dilatation apparente de la durée d'une particule en mouvement par rapport à l'observateur. Les conditions expérimentales étant

différentes dans $R(i)$ et $R(j)$, la réciprocité peut être respectée sans créer de paradoxe.

$$\left. \begin{array}{l} \text{éclairs perçus} \\ \text{effectivement} \\ \text{par } P_i \end{array} \right\} dt_{ii} = dt_{ij} \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \left\{ \begin{array}{l} \text{deux récepteurs} \\ \text{éventuels} \\ Q_{1j} \text{ et } Q_{2j} \end{array} \right. \quad (6.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{deux récepteurs} \\ \text{éventuels} \\ Q_{1i} \text{ et } Q_{2i} \end{array} \right\} dt_{ji} \sqrt{1 - \beta_{ji}^2} = dt_{jj} \left\{ \begin{array}{l} \text{éclairs perçus} \\ \text{effectivement} \\ \text{par } P_j \end{array} \right.$$

Un mouvement relatif d'inertie n'a pas de conséquences physiques. Pour des phénomènes homologues, c'est-à-dire identiques dans leur repère respectif, on aura donc, entre les durées propres invariantes des récepteurs P_i et P_j , la relation :

$$dt_{ii} = dt_{jj} = dt_0 \quad (6.4)$$

et compte tenu des formules (6.3), entre les durées apparentes, observées réciproquement :

$$dt_{ij} = dt_0 / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} = dt_{ji} \quad (6.5)$$

Nos interprétations doivent respecter la symétrie des formules de Lorentz. Si, lors d'un mouvement relatif d'inertie, la particule P_i restait plus jeune que Q_j , la particule Q_j devrait, de son côté, rester plus jeune que P_i . Ceci est contradictoire⁸.

L'interprétation proposée ci-dessus supprime cette contradiction.

6.2 La simultanéité à distance.

Reprenons l'étude de cette expérience théorique fort connue. Soient S_1 et S_2 , deux sources lumineuses liées à un même repère et deux récepteurs P_i et P_j en mouvement relatif.

⁸ L'aspect paradoxal de la question est tout à fait secondaire. Il ne sert qu'à occulter la contradiction

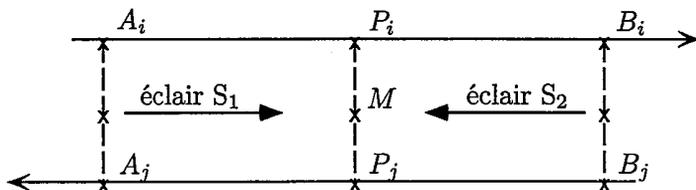


Figure 6. Émission des éclairs.

Lorsque P_i et P_j passent à la hauteur du milieu M de S_1S_2 , les sources émettent des éclairs. Conformément à la théorie des potentiels retardés, P_i , à égale distance des sources à la date d'émission des éclairs, les reçoit simultanément. Il en est de même pour P_j . Toutefois P_j qui voit P_i aller vers B_j estime que P_i reçoit l'éclair émis par S_2 avant l'éclair émis par S_1 . P_i pense évidemment le contraire. La simultanéité à distance est respectée dans tous les repères, même si chaque observateur estime qu'elle n'est respectée que dans le sien. Le lecteur attentif trouvera ce raisonnement superflu. P_i et P_j , qui coïncident lors de l'émission des éclairs, sont des particules homologues qui perçoivent les éclairs à la même date en des endroits différents (voir 4b).

Un observateur est optiquement immobile. Dans son repère, c'est la source lumineuse qui se déplace. Lorsque notre train entre ou sort d'une gare, nous voyons la gare s'approcher ou s'éloigner de nous. Dans ces conditions, en l'absence d'un milieu matériel de propagation, il serait surprenant qu'un éclair ne soit pas toujours perçu à la vitesse c . (La vitesse de la source n'influence pas celle de l'éclair).

6.3. Mouvements relatifs d'inertie.

L'observateur Q_j et le voyageur P_i sont fixes dans leur repère respectif : $dx_{ii} = dx_{jj} = 0$. L'observateur Q_j se sert des formules descriptives :

$$dx_{ii} = \gamma_{ij}(dx_{ij} - v_{ij}dt_{ij}) \quad (2.12)$$

$$dx_{ij} = \gamma_{ij}(dx_{ii} + v_{ij}dt_{ii}) \quad (2.7)$$

qui localisent P_i dans $R(j)$. Compte tenu de $dx_{ii} = 0$, il obtient :

$$\text{soit } 0 = \gamma_{ij}(dx_{ij} - v_{ij}dt_{ij}) \implies dx_{ij} = v_{ij}dt_{ij} \quad (6.6)$$

$$\text{soit } dx_{ij} = \gamma_{ij}(0 + v_{ij}dt_{ii}) \implies dx_{ij} = \gamma_{ij}v_{ij}dt_{ii} \quad (6.7)$$

Deux vitesses peuvent donc être attribuées à P_i dans $R(j)$:

- a) une vitesse observable, définie grâce à la durée apparente $dt_{ij} = dt_{ii}/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}$ (for.6.2), durée fonction du repère $R(j)$:

$$dx_{ij}/dt_{ij} = v_{ij} \quad (6.8)$$

- b) une vitesse propre, définie grâce à la durée propre invariante du voyageur, $dt_0 = dt_{ii} = dt_{ij}\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}$ quel que soit $R(j)$ ⁹ :

$$dx_{ij}/dt_0 = \gamma_{ij}v_{ij} = v_{ij}/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} = V_{ij} \quad (6.9)$$

dx_{ij} n'est pas la longueur d'une règle observée en mouvement ($dx_{ii} = 0$), c'est la distance parcourue par P_i dans $R(j)$, elle est proprement mesurée. De son côté Q_j parcourt, dans $R(i)$, la distance $dx_{ji} = -dx_{ij}$. En intervertissant les rôles, P_i observateur et Q_j voyageur, et en utilisant (2.10) et (2.14) où $dx_{jj} = 0$, on obtient :

$$dx_{ji} = -\gamma_{ij}v_{ij}dt_{jj} \quad (6.10)$$

ainsi que

$$dx_{ji} = -v_{ij}dt_{ji} \quad (6.11)$$

Conformément à (6.4) et (6.5), la formule symétrique suivante résume donc la situation :

$$dx_{ij} = v_{ij}dt_{ij} = \frac{v_{ij}dt_0}{\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}} = v_{ij}dt_{ji} = -dx_{ji} \quad (6.12)$$

Il suffit d'étudier la formule (6.12) pour se rendre compte que les jumeaux de Langevin vieilliront de la même façon. Distinguer durée du voyage et durée observée supprime tout paradoxe. Dans le cas des mesons atmosphériques, plus rapides qu'observés, une vie moyenne de $2,2 \cdot 10^{-6}$ seconde leur permettrait de parcourir six cents mètres à une vitesse voisine de celle de la lumière. En réalité, grâce à la vitesse propre, définie

⁹ $v_{ij} < c \iff V_{ij} < \infty$. Il existe des particules dont la vitesse propre est supérieure à la vitesse de la lumière. Dans les milieux matériels, c'est l'effet Cerenkov, dans l'air on peut citer les mésons atmosphériques.

en fonction de leur propre durée, leur parcours est de plusieurs dizaines de kilomètres.

Remarque : Dans un livre connu postérieurement à cette étude [6], un professeur de l'Université de l'Illinois définit lui-aussi deux vitesses pour une particule matérielle.

6.4. Mécanique de la particule physiquement accélérée.

Nous admettrons que les résultats de relativité générale, paragraphes 7 (Ann. Fond. L. de Broglie, **20**, 1995, pp. 299 et 300), sont utilisables en relativité restreinte en tant qu'approximations, notamment les formules :

$$(25) \quad dt_\alpha = dt_0/\sqrt{1+2U/c^2} \quad \text{et} \quad (30) \quad dt_\alpha = dt_0/\sqrt{1-\beta_{\omega r}^2}$$

Grandeurs et étalons des corps accélérés subissant les mêmes déformations, les mesures in situ restent inchangées. Ainsi, pour la durée dilatée Δt de son périple, la particule tournante¹⁰ utilise l'étalon dilaté dt_α et note la mesure euclidienne :

$$t'_0 = \Delta t/dt_\alpha \tag{6.13}$$

En revanche, dans le laboratoire d'inertie $R(j)$, l'observateur Q_j utilise l'étalon euclidien dt_0 et note pour le voyage de P_i , compte tenu de (30)¹¹:

$$t'_\alpha = \Delta t/dt_0 = \Delta t/(dt_\alpha \sqrt{1-\beta_{\omega r}^2}) = t'_0/\sqrt{1-\beta_{\omega r}^2} \tag{6.14}$$

Pour Q_j , la durée du voyage de la particule tournante est donc plus grande et son mouvement moins rapide. Ceci dit, orientons les x au point considéré, par la tangente à la trajectoire de la particule tournante. Dans $R(j)$, la vitesse de P_i , une fois libérée, sera d'après (6.9) :

$$dx_{ij}/dt'_0 = v_{ij}/\sqrt{1-\beta_{ij}^2} \tag{6.15}$$

la vitesse de P_i tournant étant, au premier ordre, grâce à (6.14) :

$$dx_{ij}/dt'_\alpha = dx_{ij}/(dt'_0/\sqrt{1-\beta_{\omega r}^2}) = v_{ij} = \omega r \tag{6.16}$$

¹⁰ Depuis Newton, nous connaissons la particule physiquement tournante.

¹¹ Les mesures sont inversement proportionnelles aux unités utilisées, $\Delta\tau$ étant évidemment invariante.

Pour raccorder les deux mouvements, accéléré et d'inertie, l'on doit conserver la quantité de mouvement. D'où pour P_i de masse au repos m_0 , la formule suivante dans $R(j)$:

$$m_\alpha \omega r = m_0 v_{ij} / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (6.17)$$

Ceci revient à postuler :

$$m_\alpha = m_0 / \sqrt{1 - \beta_{\omega r}^2} \quad (6.18)$$

et à incorporer l'énergie cinétique de la particule tournante, qui est donc plus massive et moins rapide que la particule libérée :

$$m_\alpha c^2 = m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta_{\omega r}^2} = m_0 c^2 + m_0 c^2 (\gamma_{\omega r} - 1) \quad (6.19)$$

Il semblerait que ce raisonnement puisse se généraliser. Une force physiquement appliquée, qui perturbe le mouvement naturel d'un corps, sa chute libre, provoque une réaction d'inertie et probablement une modification de la structure de ce corps (voir 7A, rel. générale). Dans ces conditions, $d\vec{x}_{ij} = \vec{v}_{ij} dt'_\alpha$ (6.16) et $m_\alpha = m_0 / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}$ (6.18) donnent bien pour l'énergie cinétique de P_i accélérée par Q_j :

$$dE_{ci} = d(m_0 \vec{v}_{ij} / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}) / dt'_\alpha \cdot \vec{v}_{ij} dt'_\alpha \quad (6.20)$$

$$= m_0 v_{ij} d(v_{ij} / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}) = m_0 v_{ij} dv_{ij} / (1 - \beta_{ij}^2)^{3/2} \quad (6.21)$$

$$= d(m_0 \gamma_{ij} c^2) \quad (6.22)$$

Seule la composante tangentielle de la force appliquée travaille. En intégrant de 0 à v_{ij} :

$$E_{ci} = m_0 c^2 (\gamma_{ij} - 1) \quad (6.23)$$

où $m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}$ et $m_0 c^2$ sont respectivement l'énergie totale et au repos de P_i .

Au lieu d'un espace abstrait, utilisons l'espace physique qui prolonge Q_j . Compte tenu de (6.23), on peut considérer $U = -c^2 (\gamma_{ij} - 1)$ comme

le potentiel de la réaction de recul de P_i tirée par Q_j . En portant dans (25) :

$$dt_\alpha = dt_0/\sqrt{1 + 2U/c^2} = dt_0/\sqrt{1 - 2(\gamma_{ij} - 1)} \quad (6.24)$$

Pour des vitesses relativement faibles, $\gamma_{ij} \neq 1 + \beta_{ij}^2/2$, entre les unités de temps de P_i physiquement accélérée et de Q_j inerte, on a de nouveau avec la force d'inertie de recul :

$$dt_\alpha \neq dt_0/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (6.25)$$

Les formules établies pour la particule tournante sont donc valables en toute généralité (*mutatis mutandis*).

Deux aviateurs font en sens inverse le tour de la terre. La montre de l'aviateur qui va vers l'est, retarde [13]. Contrairement aux affirmations de l'auteur, cette expérience infirme la théorie traditionnelle. Le sens de la rotation n'influence pas les vitesses relatives, mais les accélérations par rapport aux étoiles fixes. A moins d'inventer une vitesse absolue, vers l'est, cette expérience confirme en réalité l'interprétation proposée ci-dessus.

6.5. Absorption de photons par une particule.

Pour simplifier, supposons qu'une particule inerte P_i , de vitesse propre $\gamma_{ij}v_{ij}$ selon les x de $R(j)$, puisse percevoir au même instant dans $R(i)$, deux photons de même énergie $h\nu_{ii}$, l'un provenant des x positifs, l'autre des x négatifs. La vitesse de P_i reste nulle dans $R(i)$ et sa masse propre augmente de :

$$dm_0c^2 = 2h\nu_{ii} \quad (6.26)$$

Dans $R(j)$, la vitesse de P_i reste constante. Son énergie cinétique a donc augmenté de :

$$dm_0c^2(\gamma_{ij} - 1) \quad (6.27)$$

Or, dans $R(j)$, compte tenu de l'effet Doppler, P_i a reçu l'énergie :

$$h\nu_{ii} \frac{1 + \beta_{ij}}{\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}} + h\nu_{ii} \frac{1 - \beta_{ij}}{\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}} = \frac{2h\nu_{ii}}{\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}} = \frac{dm_0c^2}{\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}} \quad (6.28)$$

L'augmentation de la masse propre de P_i dans $R(j)$ correspond à la différence des énergies (6.28) moins (6.27) :

$$dm_0c^2/\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} - dm_0c^2(\gamma_{ij} - 1) = dm_0c^2 = 2h\nu_{ii} \quad (6.29)$$

La masse propre de P_i est bien invariante, sinon constante, ainsi que la masse des photons relativement à P_i . La différence d'énergie des photons selon les repères proviendrait, comme pour P_i , de la variance de leur vitesse, soit respectivement d'après (3.11) :

$$c_{1ij} = (+c + v_{ij}) / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (6.30)$$

$$c_{2ij} = (-c + v_{ij}) / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (6.31)$$

Tout se passe mathématiquement comme si le centre de masse G du système des photons avait, dans $R(j)$, la vitesse :

$$V_{G_j} = \frac{h\nu_{ii}c_{1ij} + h\nu_{ii}c_{2ij}}{2h\nu_{ii}} = \frac{h\nu_{ii}[(c + v) + (-c + v)]}{2h\nu_{ii}\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}} = \frac{v_{ij}}{\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}} \quad (6.32)$$

G , confondu avec la particule P_i , a bien, dans $R(j)$, la même vitesse propre qu'elle¹². Pour un seul photon, les calculs sont plus compliqués, mais confirment l'invariance de $h\nu_{ii}$ (confer 3.30). L'énergie totale du photon perçu par P_i doit donc s'écrire dans $R(j)$:

$$h\nu_{ij} = h\nu_{ii} + h(\nu_{jj} - \nu_{ii}) = h\nu_{jj} \quad (6.33)$$

Dès lors on peut construire par le même procédé et faire correspondre les quadrivecteurs d'onde de P_i et du photon qu'il perçoit (Annales de la Fondation L. de Broglie, volume 13, numéro 3, page 353).

7. L'espace de Minkowski.

7.1. Invariance de la masse et de la durée propres des particules.

Par rapport aux formules de relativité descriptive, existe la forme quadratique invariante suivante : quel que soit $R(j)$,

$$c^2 dt_{ij}^2 - \vec{dx}_{ij}^2 = c^2 dt_{ii}^2 - \vec{dx}_{ii}^2 = \text{constante} \quad (7.1)$$

formule facile à vérifier, vu qu'il est admis :

$$dy_{ij} = dy_{ii} \quad \text{et} \quad dz_{ij} = dz_{ii} \quad (7.2)$$

¹² Le phénomène n'est pas expliqué par la théorie traditionnelle.

On peut dès lors considérer :

$$(cdt_{ii}, id\vec{x}_{ii}) \quad \text{où} \quad i = \sqrt{-1} \quad (7.3)$$

comme un quadrivecteur dans un espace dont les repères, notés \overline{R} , ont un quatrième axe orthogonal aux trois axes usuels, le 4-vecteur (7.3) ayant pour carré scalaire (7.1). Pour changer de repère, il est d'usage d'utiliser une matrice de passage complexe :

$$\begin{pmatrix} cdt_{ij} \\ idx_{ij} \end{pmatrix} = A_i^j \begin{pmatrix} cdt_{ii} \\ idx_{ii} \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad A_i^j = \begin{pmatrix} \gamma_{ij} & -i\gamma_{ij}\beta_{ij} \\ i\gamma_{ij}\beta_{ij} & \gamma_{ij} \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

qui permet notamment de retrouver les formules descriptives (2.7) et (2.8).

Ceci dit, reprenons le quadrivecteur intervalle d'Univers (7.3), 4-vecteur admis par tous les auteurs relativistes. Pour obtenir le quadrivecteur vitesse de P_i , il suffit de le diviser par la durée proprement mesurée de cette particule :

$$\overline{V}_{ii} = (cdt_{ii}, id\vec{x}_{ii})/dt_{ii} = (c, i\vec{o}) \quad (7.7)$$

compte tenu que $d\vec{x}_{ii} = \vec{0}$, puisque P_i est lié à $R(i)$. Multiplions maintenant (7.7) par la masse proprement mesurée de P_i :

$$\overline{P}_{ii} = m_{ii}(c, i\vec{o}) = (m_{ii}c, i\vec{o}) \quad (7.8)$$

Pour avoir les composantes de ce quadrivecteur dans $\overline{R}(j)$, utilisons la matrice de passage A_i^j :

$$\begin{pmatrix} \gamma_{ij} & -i\gamma_{ij}\beta_{ij} & 0 & 0 \\ i\gamma_{ij}\beta_{ij} & \gamma_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{ii}c \\ io_x \\ io_y \\ io_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{ii}\gamma_{ij}c \\ im_{ii}\gamma_{ij}v_{ij} \\ io_y \\ io_z \end{pmatrix} \quad (7.9)$$

(7.9) est le quadrivecteur impulsion-énergie de P_i , quadrivecteur admis par tous les auteurs :

$$\overline{P}_{ij} = m_{ii}\overline{V}_{ij} = (m_{ii}\gamma_{ij}c, im_{ii}\gamma_{ij}\vec{v}_{ij}) = (E_{ij}/c, i\vec{P}_{ij}) \quad (7.10)$$

Nous sommes partis d'un quadrivecteur pour aboutir à un quadrivecteur. La loi du quotient du calcul tensoriel oblige à considérer m_{ii} et dt_{ii} comme des scalaires invariants¹³.

¹³ Autrement dit, l'interprétation traditionnelle de la relativité restreinte ne respecte pas le calcul tensoriel.

Vu que les horloges liées à un même repère sont facilement synchronisables [1], une durée invariante est absolue :

$$dt_{ii} = dt_0 \quad (7.11)$$

Il est curieux de constater que cette durée est admise implicitement par la relativité traditionnelle, celle-ci utilisant couramment des quadrivecteurs dans ses démonstrations. On peut citer en exemple :

- a) masse d'un système de particules [7]
- b) rendement des accélérateurs de particules [8] ... etc.

Bien qu'il soit parfois contesté, on peut également construire un quadrivecteur force, très utile pour introduire élégamment l'électromagnétisme. Compte tenu de :

$$m_{ii} = m_0 \quad (7.12)$$

ce quadrivecteur est défini à partir de (7.10) par :

$$\overline{F}_{ij} = d\overline{P}_{ij}/dt_0 = d(m_0\gamma_{ij}c, im_0\gamma_{ij}\vec{v}_{ij})/dt_0 \quad (7.13)$$

Dans le 4-repère $R(i)$, propre à la matière, (7.13) devient :

$$\overline{F}_{ii} = d\overline{P}_{ii}/dt_0 = (dm_0c, im_0d\vec{v}_{ii})/dt_{ii} \quad (7.14)$$

puisque $v_{ii} = d\gamma_{ii} = 0$ et que $\gamma_{ii} = 1$. En l'absence de matière créée, $dm_0 = 0$, nous aurons donc :

$$\overline{F}_{ii} = (0, im_0d\vec{v}_{ii}/dt_{ii}) = (0, i\vec{f}_{ii}) \quad (7.15)$$

Dans $\overline{R(i)}$ et à cette condition, la quadriforce se confond alors avec la force appliquée \vec{f}_{ii} .

7.2. Masse d'un système de particules.

Cette étude confirme les idées exposées précédemment. Soit un système de particules P_k sans interaction. $R(i)$, le repère du centre des masses, a, par rapport à $R(j)$, la vitesse observable \vec{v}_{ij} orientant les axes des x . Par définition, les impulsions respectent dans $R(i)$:

$$\sum_k \vec{P}_{ki} = \vec{0} \quad (7.16)$$

a) les m_k étant les masses propres de ses constituants, le 4-vecteur impulsion-énergie du système s'écrit dans $R(i)$, d'après (7.10) :

$$\bar{P}_{ki} = \left(\sum_k m_k \gamma_{ki} c, i\vec{\sigma} \right) \quad (7.17)$$

et dans $R(j)$:

$$\bar{P}_{kj} = A_i^j \begin{pmatrix} \sum_k m_k \gamma_{ki} c \\ i o_x \\ i o_y \\ i o_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_k m_k \gamma_{ki} \gamma_{ij} c \\ \sum_k i m_k \gamma_{ki} \gamma_{ij} v_{ij} \\ i o_y \\ i o_z \end{pmatrix} \quad (7.18)$$

d'où pour l'espace :

$$\sum_k \bar{P}_{kj} = \left(\sum_k m_k \gamma_{ki} \right) \vec{v}_{ij} / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (7.19)$$

b) cependant la formule (7.10) permet également d'écrire :

$$\bar{P}_{kj} = \left(\sum_k m_k \gamma_{kj} c, i \sum_k \bar{P}_{kj} \right) \quad (7.20)$$

Pour obtenir les composantes d'espace de ce quadrivecteur dans $\overline{R(i)}$, utilisons la matrice A_j^i (l'inverse de A_i^j s'obtient en changeant β_{ij} par $-\beta_{ij}$). Ces composantes sont nulles en vertu de (7.16) :

$$\sum_k P_{kix} = \sum_k \gamma_{ij} (P_{kix} - \beta_{ij} m_k \gamma_{kj} c) = o_x \quad (7.21)$$

$$\sum_k P_{kiy} = \sum_k P_{kij} = O_y \quad (7.22)$$

$$\sum_k P_{kiz} = \sum_k P_{kiz} = O_z \quad (7.23)$$

d'après (7.21)

$$\sum_k P_{kix} = \sum_k \beta_{ij} m_k \gamma_{kj} c \quad (7.24)$$

et enfin vectoriellement d'après (7.22), (7.23) et (7.24) :

$$\sum_k \vec{P}_{kj} = \sum_k \vec{P}_{k j x} = \left(\sum_k m_k \gamma_{kj} \right) \vec{v}_{ij} \quad (7.25)$$

Il suffit de comparer avec (7.19) pour écrire :

$$\sum_k \vec{P}_{kj} = \left(\sum_k m_k \gamma_{kj} \right) \vec{v}_{ij} = \left(\sum_k m_k \gamma_{ki} \right) \vec{v}_{ij} / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (7.26)$$

Si l'on tient compte de l'énergie d'interaction, ces calculs sont valables pour une particule de constituants m_k . L'indice i signalant le repère du centre des masses, seule la formule (7.19) est physiquement logique. La "vraie" vitesse est $v_{ij} / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}$. La masse $\sum_k m_k \gamma_{ki}$, *minimale et invariante*, est la masse propre m_0 de la particule P_i . Comme dans le cas de la particule tournante, l'énergie cinétique interne au système est incorporée :

$$m_0 c^2 = \sum_k m_k c^2 + \sum_k m_k c^2 (\gamma_{ki} - 1) \quad (7.27)$$

Quant à $\sum_k m_k \gamma_{kj}$, c'est la masse observable m_{ij} de la particule. On déduit de (7.26) :

$$m_{ij} = m_0 / \sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (7.28)$$

ainsi que :

$$m_{ij} c^2 = m_0 c^2 + m_0 c^2 (\gamma_{ij} - 1) \quad (7.29)$$

L'énergie cinétique $m_0 c^2 (\gamma_{ij} - 1)$ est relative, fonction du choix arbitraire de $R(j)$. Elle est extérieure au système, elle ne fait pas partie de la masse propre de la particule.

8. Electromagnétisme.

Cette étude utilisera les résultats précédents.

8.1. Champs électromagnétiques.

Ces champs symbolisent des potentialités en des points fixes des repères considérés. Par exemple, en \vec{x}_{ii} de $R(i)$, le potentiel scalaire retardé a pour formule :

$$U_{ii}(\vec{x}_{ii}, t_{ii}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_0(\vec{\alpha}_{ii}, t_{ii} - r_{ii}/c)}{r_{ii}} d\sigma_0(\vec{\alpha}_{ii}) \quad (8.1)$$

où toutes les données sont proprement mesurées dans $R(i)$, ρ_0 étant la densité de charge électrique prise par rapport au volume propre $d\sigma_0$. Un calcul analogue donnerait le potentiel vecteur \vec{A}_{ii} . Le champ électrique et l'induction magnétique sont alors :

$$\vec{B}_{ii} = -\overrightarrow{\text{grad}} U_{ii} \partial \vec{A}_{ii} / \partial t_{ii} \quad \text{et} \quad \vec{B}_{ii} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}_{ii} \quad (8.2)$$

Pour changer de repère et passer en \vec{x}_{jj} de $R(j)$, il suffit d'admettre les transformations des champs \vec{E} et \vec{B} qui rendent invariante les équations de Maxwell lorsqu'on applique la transformation spéciale de Lorentz aux opérateurs $\partial/\partial x$ et $\partial/\partial t$. La vitesse \vec{v}_{ij} orientant les x , on obtient ainsi [9] :

$$E_{ix} = E_{jx} \quad E_{iy} = \gamma_{iz}(E_{jy} - v_{ij}B_{jz}) \quad E_{iz} = \gamma_{ij}(E_{jz} + v_{ij}B_{jy}) \quad (8.3)$$

$$B_{ix} = B_{jx} \quad B_{iy} = \gamma_{iz}(B_{jy} + v_{ij}E_{jz}/c^2) \quad B_{iz} = \gamma_{ij}(B_{iz} - v_{iz}E_{jz}/c^2) \quad (8.4)$$

Si l'on explicite les indices, on obtient avec $\vec{x}_{ii} = q_i$ et $\vec{x}_{jj} = q_j$:

$$E_i(q_i, t_{ii}) \quad B_i(q_i, t_{ii}) \quad E_j(q_j, t_{jj}) \quad B_j(q_j, t_{jj}) \quad (8.5)$$

Au point géométrique considéré, les champs, susceptibles d'être perçus par la charge q_i à l'instant t_{ii} , sont fonction des champs susceptibles d'être perçus par la charge q_j à l'instant t_{jj} et réciproquement. On doit considérer les charges q_i et q_j comme d'éventuels corps d'épreuve liés à leur repère respectif et associés géométriquement par les formules de Lorentz. Nous allons maintenant, en considérant comme invariante la durée propre t_{ii} de la charge q_i , établir les tenseurs la concernant.

8.2. Tenseurs électromagnétiques.

La vitesse de la charge q_i , à l'instant t_{ii} considéré, oriente les x . Dans $\overline{R}(i)$, la quadriforce \overline{F}_{ii} se confond, d'après (7.15), avec la force appliquée \vec{f}_{ii} due au champ électrique.

$$\overline{F}_{ii} = q_i(o, iE_{ix}, iE_{iy}, iE_{iz}) = \vec{f}_{ii} \quad (8.6)$$

Compte tenu de (8.3), la matrice A_i^j donne donc pour composantes dans $\overline{R}(j)$ de ce 4-vecteur :

$$A_i^j \begin{bmatrix} F_{iit} = 0 \\ F_{iix} = iq_i E_{ix} \\ F_{iyy} = iq_i E_{iy} \\ F_{iiz} = iq_i E_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{ijt} = q_i \gamma_{ij} \beta_{ij} E_{ix} = q_i \gamma_{ij} \beta_{ij} E_{jx} \\ F_{ijx} = iq_i \gamma_{ij} E_{ix} = iq_i \gamma_{ij} E_{jx} \\ F_{ijy} = iq_i E_{iy} = iq_i \gamma_{ij} (E_{jy} - v_{ij} B_{jz}) \\ F_{ijz} = iq_i E_{iz} = iq_i \gamma_{ij} (E_{jz} + v_{ij} B_{jy}) \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

avec $v_{ij}\vec{u}_x\vec{B}_{jx} = \vec{o}$, la composante d'espace est la force propre :

$$\vec{F}_{ij} = q_i\gamma_{ij}(E_{jx}, E_{jy} - v_{ij}B_{iz}, E_{jz} + v_{iz}B_{jy}) = q_i\gamma_{ij}(\vec{E}_j + \vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j) \quad (8.8)$$

La quadriforce agissant sur la charge q_i est donc dans $\overline{R(j)}$:

$$\overline{F}_{ij} = q_i[\gamma_{ij}\vec{v}_{ij} \cdot \vec{E}_j/c, i(\gamma_{ij}c\vec{E}_j/c + \gamma_{ij}\vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j)] \quad (8.9)$$

(8.9) met en évidence le tenseur électromagnétique de Maxwell $N^{\alpha\beta}$ défini par $F^\alpha = N^{\alpha\beta}V_\beta$ où les V_β sont les composantes covariantes de la 4-vitesse \overline{V}_{ij} .

On peut également construire le 4-vecteur densité de force en remplaçant, dans (8.6), q_i par la densité de charge électrique prise par rapport au volume propre, $\rho_0 = dq_i/d\sigma_0$:

$$\overline{f}_{ij} = \rho_0[\gamma_{ij}\vec{v}_{ij} \cdot \vec{E}_j/c, i(\gamma_{ij}c\vec{E}_j/c + \gamma_{ij}\vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j)] \quad (8.10)$$

La composante d'espace est la force propre volumique de Lorentz :

$$\vec{f}_{ij} = \gamma_{ij}\rho_0(\vec{E}_j + \vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j) = \rho_{ij}\vec{E}_j + \vec{J}_{ij} \wedge \vec{B}_j \quad (8.11)$$

en posant $\gamma_{ij}\rho_0 = \rho_{ij}$ ainsi que $\gamma_{ij}\rho_0\vec{v}_{ij} = \vec{J}_{ij}$. Par ailleurs on notera, dans (8.10), le 4-vecteur densité de courant électrique qui peut s'écrire, compte tenu de (7.10) :

$$\overline{J}_{ij} = \rho_0\overline{V}_{ij} = \rho_0(\gamma_{ij}c, i\gamma_{ij}\vec{v}_{ij}) = (\rho_{ij}c, i\vec{J}_{ij}) \quad (8.12)$$

Ainsi la durée propre des particules matérielles, considérée comme invariante, permet d'établir fort simplement le tenseur de Maxwell, la force volumique de Lorentz et le quadrivecteur source des champs électromagnétiques, grandeurs le plus souvent construites de façon fort laborieuse.

Remarque : la formule (8.12) confirme l'invariance de ρ_0 et justifie son utilisation dans (8.10).

8.3. Force électromagnétique.

La composante d'espace de la 4-force \overline{F}_{ij} est la force propre agissant sur q_i , soit :

$$\vec{F}_{ij} = d\vec{p}_{ij}/dt_{ii} = \gamma_{ij}q_i(\vec{E}_j + \vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j) \quad (8.13)$$

La force exercée sur la charge q_i à l'instant t_{ii} est fonction, dans $R(j)$, des champs valables pour q_j à l'instant t_{jj} . Ceci explique la forme anormale de la force électromagnétique, forme qui choqua pendant longtemps le monde scientifique. Pour les faibles vitesses, γ_{ij} est pratiquement égal à un. Pour les vitesses importantes, pour les synchrotrons, il faut tenir compte de la dilatation de la durée de la particule tournante (6.14) :

$$\vec{f}_{ij} = d\vec{p}_{ij}/dt'_\alpha = d\vec{p}_{ij}/(dt'_0/\sqrt{1-\beta_{ij}^2}) = \vec{F}_{ij}\sqrt{1-\beta_{ij}^2} \quad (8.14)$$

Ainsi, en appliquant à (8.13), le coefficient :

$$\alpha = \sqrt{1-\beta_{ij}^2} \quad (8.15)$$

on retrouve la force de Lorentz effectivement utilisée :

$$\vec{f}_{ij} = q_i(\vec{E}_j + \vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j) \quad (8.16)$$

Au point de vue mécanique, c'est le paragraphe 3.4 qui justifie, pour q_i , l'emploi dans $R(j)$ des champs concernant q_j . En revanche, au point de vue physique, c'est le champ électrique local (8.6), propre à la charge q_i , qui explique les phénomènes. Dans l'expérience de Wiener, l'un des champs \vec{E} ou \vec{B} changeant de signe lors de la réflexion sur le dioptre, les régions de fort noircissement du film coïncident avec les plans ventraux du champ électrique et nodaux du champ magnétique.

8.4. Energie et puissance observées.

La force volumique de Lorentz (8.11) est une force propre, composante d'un quadrivecteur :

$$\vec{f}_{ij} = \gamma_{ij}\rho_0(\vec{E}_j + \vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j) = \rho_{ij}\vec{E}_j + \vec{J}_{ij} \wedge \vec{B}_j \quad (20.17)$$

Pour le calcul du travail observé dans $R(j)$, son usage n'est pas plus justifié que ne le serait l'emploi de $\vec{F}_{ij} = \gamma_{ij}q_i(\vec{E}_j + \vec{v}_{ij} \wedge \vec{B}_j)$. Les résultats obtenus sont cependant excellents, car le facteur $\alpha = \sqrt{1-\beta_{ij}^2}$ est subrepticement introduit, transformant la force propre \vec{f}_{ij} en une force observable. Pour le calcul de l'énergie électromagnétique d'un système constitué de charges en mouvement et de champs, il est notamment proposé [12] :

$$d^2T_{ij} = (\vec{J}_{ij}d\sigma_{ij}) \cdot \vec{v}_{ij}dt_{ij} = (\rho_{ij}\vec{E}_j + \vec{J}_{ij} \wedge \vec{B}_j)d\sigma_{ij} \cdot \vec{v}_{ij}dt_{ij} \quad (8.18)$$

Le produit mixte est nul, car $\vec{J}_{ij} = \rho_{ij}\vec{v}_{ij}$, (8.18) entraîne :

$$d^2T_{ij} = \rho_{ij}d\sigma_{ij}\vec{E}_j \cdot \vec{v}_{ij}dt_{ij} = (dq_i\vec{E}_j) \cdot d\vec{x}_{ij} \quad (8.19)$$

en combinant (8.18) et (8.19), nous trouvons l'énergie observée :

$$d^2T_{ij} = (\vec{f}_{ij}d\sigma_{ij}) \cdot \vec{v}_{ij}dt_{ij} = (dq_i\vec{E}_j) \cdot d\vec{x}_{ij} \quad (8.20)$$

Le facteur α est introduit par le volume observable¹⁴:

$$d\sigma_{ij} = dx_{ij}dy_{ij}dz_{ij} = dx_{ii}\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}dy_{ii}dz_{ii} = d\sigma_0\sqrt{1 - \beta_{ij}^2} \quad (8.21)$$

qui, en multipliant, contre toute logique, une densité de force propre \vec{f}_{ij} , donne une force observable :

$$\vec{f}_{ij}d\sigma_{ij} = \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}(\vec{f}_{ij}d\sigma_0) \quad (8.22)$$

Cette formule multipliée à son tour par $\vec{v}_{ij}dt_{ij} = \vec{V}_{ij}dt_0$, fournit à nouveau l'énergie (8.20) observée dans $R(j)$:

$$d^2T_{ij} = \sqrt{1 - \beta_{ij}^2}(\vec{f}_{ij}d\sigma_0 \cdot \vec{V}_{ij}dt_0) = (dq_i\vec{E}_j) \cdot d\vec{x}_{ij} \quad (8.23)$$

Un calcul analogue est valable pour la puissance observée. Le facteur α est introduit par la dissociation de \vec{v}_{ij} et de dt_{ij} dans $d\vec{x}_{ij}$. L'intérêt de cette étude est évidemment de mettre en évidence le rôle joué, en électromagnétisme, par la durée propre invariante des corps matériels.

9. Conclusion.

L'interprétation des expériences sur la célérité de la lumière dépend du concept d'espace-temps adopté. La théorie traditionnelle admet implicitement un espace absolu, indépendant de son contenu. Dans ce cadre unique et vide, la lumière est parfaitement localisée. Les distances parcourues par l'éclair dépendant des repères en mouvement choisis, pour respecter la vitesse c , les durées sont fonction du repérage. Mais on peut également postuler une durée absolue et des espaces relatifs aux corps

¹⁴ C'est la contraction apparente des longueurs dans le sens du mouvement.

matériels. Dans ces conditions, la lumière a la vitesse c dans le repère du récepteur effectif, mais uniquement par rapport à lui.

Aucune expérience ne peut départager directement ces deux hypothèses. Il est impossible de connaître la vitesse dans $R(j)$ de l'éclair perçu par P_i , sauf à le percevoir par Q_j , ce qui est contradictoire. En revanche, sans même parler de la satisfaction de retrouver la durée de tous les jours, les conséquences sont en faveur de la deuxième interprétation : la relativité restreinte voit ses axiomes s'accorder avec ceux des autres théories, ses formules mathématiques prennent un sens physique évident et ses prétendus paradoxes sautent¹⁵. A condition d'être sans parti-pris, sans aucun doute possible, la seconde hypothèse est de loin la meilleure.

Deux grands savants ont d'ailleurs pressenti la bonne explication. Einstein déclare [10] : "Le corps terrestre joue un rôle tellement prépondérant dans l'appréciation des positions relatives des corps, qu'il a conduit au concept de l'espace en soi, concept qui ne peut sérieusement être défendu"... et d'ajouter : "Le point suivant nous semble essentiel. On peut, en juxtaposant à un corps A (solide matériel) des corps B, C, \dots , (le) prolonger d'une façon telle qu'il entre en contact avec tout corps X . L'ensemble des prolongements du corps A peut être considéré comme l'espace du corps A ... En ce sens, on ne peut parler de l'espace en soi, mais seulement de l'espace du corps A ."

De son côté, Louis de Broglie écrit [11] : "Nous n'avons pas le droit ... de considérer (le photon) comme un petit objet décrivant une trajectoire dans l'espace" et ajoute : "Si une théorie future nous permettait de voir plus clair dans les questions quantiques, ce ne pourrait être sans doute qu'en modifiant profondément nos idées sur l'espace et le temps, y compris les conceptions relativistes."

Il ne pouvait y avoir meilleure conclusion à cette étude !

Références

- [1] L. de Broglie, *Continu et discontinu en physique moderne*, Albin Michel 1941, p. 79.
- [2] J.L. Synge, *Relativity, the special theory*, North Holland Publ. Comp. 1959, p. 75.
- [3] M.A. Tonnelat, *Histoire du principe de relativité* Flammarion 1971, p. 160.

¹⁵ Les preuves de la relativité restreinte sont autant de preuves pour ce travail qui retrouve exactement les mêmes formules.

- [4] M.A. Tonnelat, *Principes de l'électromagnétisme et de la relativité*, Masson 1960, p. 232.
- [5] L. de Broglie, *Continu et discontinu en physique*, A. Michel 1941, p. 208.
- [6] J. Smith, *Introduction à la relativité*, Ediscience 1974, p. 112.
- [7] M.A. Tonnelat, *Principes de l'électromagnétisme et de la relativité*, op. cit. p. 178.
- [8] Berkeley, *Mécanique*, Armand Colin 1972, p. 416.
- [9] J. Franeau, *Physique* tome 2, Dunod 1964, p. 19.
- [10] A. Einstein, *Quatre conférences sur la théorie de la relativité*, trad. Gauthier Villars 1971, p. 2.
- [11] L. de Broglie, *Continu et discontinu en physique*, op. cit. p. 35 et 36.
- [12] Halbwachs, *Précis de physique*, tome 1, P.U.F. 1970, p. 125.
- [13] H. Reeves, *Patience dans l'Azur*.

(Manuscrit reçu le 12 mai 1995)