L'électron et la théorie de la relativité générale*

Albert Einstein

Les remarques qui vont suivre sont si simples que je n'ai guère d'espoir qu'il s'y trouve quelque chose de nouveau. Mais comme la thèse que j'avance a été nouvelle pour moi, j'espère en l'exposant, pouvoir être utile à d'autres. Elle s'exprime ainsi:

Si l'on admet la proposition que le champ électromagnétique est décrit par un tenseur antisymétrique de rang deux $(f_{\mu\nu})$, alors il n'est en général pas possible de trouver des équations covariantes qui:
1) possèdent des solutions correspondant à un électron négatif,
2) ne possèdent *aucune* solution correspondant à un électron positif de même masse.

Démonstration. Soit une solution correspondant à un électron de charge ε et de masse mécanique μ. Elle se caractérise par un tenseur électromagnétique $(f_{\mu\nu})$ et un tenseur métrique $(g_{\mu\nu})$. Si nous imposons à l'espace et au temps la transformation:

$$\begin{aligned} x'_1 = x' = x = x_1 \\ x'_2 = y' = y = x_2 \\ x'_3 = z' = z = z_3 \\ x'_4 = t' = -t = -x_4 \end{aligned} \tag{1}$$

* N. D. T. (G. Lochak): Il m'a paru intéressant de traduire l'article d'Einstein: Electron und allgemeine Relativitaetstheorie, Physica, 5 Jaargang, 1925, p. 330, dans lequel l'illustre physicien découvre, avec beaucoup d'années d'avance, la conjugaison de charge et le théorème PTC. Cet article est celui cité dans mon travail sur P, T, C publié dans ce même numéro. La traduction est faite d'après les œuvres choisies d'Einstein en russe (Edition "Naouka" Moscou, 1966).

nous obtiendrons, formellement, une nouvelle solution:

$$\begin{array}{lll} g'_{11} = g_{11}, & f'_{23} = f_{23}, & f'_{14} = -f_{14} \\ g'_{22} = g_{22}, & f'_{31} = f_{31}, & f'_{24} = -f_{24} \\ g'_{33} = g_{33}, & f'_{12} = f_{12}, & f'_{34} = -f_{34} \end{array} \tag{2}$$

Si l'on interprète f_{23}, f_{31}, f_{12} comme les composantes du champ magnétique et f_{14}, f_{24}, f_{34} comme les composantes du champ électrique, f_{23} etc seront nuls. Les composantes du champ électrique, changent de signe selon la transformation indiquée. Si l'on écrit les composantes du vecteur densité de courant électrique:

$$\frac{\partial f^{\mu\nu}}{\partial x_\nu} \tag{3}$$

en faisant ressortir la densité de charge électrique:

$$\frac{\partial f^{41}}{\partial x_1} + \frac{\partial f^{42}}{\partial x_2} + \frac{\partial f^{43}}{\partial x_3} \tag{4}$$

il est;clair que celle-ci change de signe lors de la transformation [1], tandis que, d'après (2), le champ de gravitation et, par là-même, la masse gravitique restent inchangés.

Donc s'il existe une solution correspondant à un électron négatif de masse μ et de charge $-\varepsilon$, il existe aussi une solution à laquelle correspond un électron de masse μ et de charge $+\varepsilon$. Nos recherches pour sortir de façon satisfaisante de cette difficulté sont restées sans succès mais il n'est peut-être pas sans intérêt de faire quelques remarques.

1. Dans l'un de nos travaux précédents sur la gravitation et l'électricité, nous avons supposé que la difficulté en question pouvait être évitée en changeant le lien entre le tenseur $f_{\mu\nu}$ et le champ électromagnétique et en admettant que les composantes f_{23}, f_{31}, f_{12} étaient celles du champ électrique et les composantes f_{14}, f_{24}, f_{34} celles du champ magnétique. Il s'ensuit que la densité de courant devra maintenant être regardée comme un tenseur du troisième rang:

$$\frac{\partial f^{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} + \frac{\partial f^{\nu\sigma}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial f^{\sigma\mu}}{\partial x_\nu} \tag{5}$$

[1] N.D.T. Einstein adopte donc une loi qui correspond à la loi II de l'article précédent sur PTC.

et la charge sera donnée par l'expression:

$$\frac{\partial f^{23}}{\partial x_1} + \frac{\partial f^{31}}{\partial x_2} + \frac{\partial f^{12}}{\partial x_3} \tag{6}$$

Il s'ensuit que la transformation (1) ne change plus ni le champ ni la densité de charge. Mais la difficulté réapparaît avec la transformation [2].

$$t' = t, \quad x' = -x, \quad y' = y, \quad z' = z \tag{7}$$

qui change maintenant le signe de la charge, sans que rien d'autre ne change dans la solution statique à symétrie centrale.

2. On pourrait arguer que toutes les transformations ne sont pas admissibles, mais seulement celles qui sont à déterminant positif car elles seules peuvent être reliées les unes aux autres par des transformations infiniment petites. Or les transformations données plus haut étaient à déterminant négatif.

L'inconsistance de cette objection se voit à ce qu'en prenant n'importe laquelle des définitions précédentes de la charge, celle-ci change de signe par la transformation:

$$x' = -x, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = -t \tag{8}$$

qui est à déterminant positif.

Note ajoutée à la correction. D'autres réflexions à propos de cette difficulté m'ont suggéré une voie qui permettrait sinon de l'écarter, du moins d'en mieux comprendre la nature. La distinction, tirée de l'expérience, entre particules élémentaires positives et négatives ne peut

[2] N.D.T. En réalité, en faisant cela, Einstein ne décrit plus un électron mais un monopôle magnétique car remplacer, comme il le fait, les grandeurs de champ par les grandeurs duales revient à effectuer la substitution:

$$\frac{\partial f^{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{4\pi}{c} J_\nu \Rightarrow \frac{\partial f^{\bar{\mu}\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{4\pi}{c} K_\nu$$

où K_ν est un vecteur axial qui n'est plus un courant électrique mais magnétique. La charge définie en (6) est, elle aussi, magnétique. Et l'on sait, d'après les lois de symétrie de Curie, qu'un pôle magnétique change de signe par parité, ce qu'Einstein constate.

s'obtenir à partir d'une théorie qui se sert, comme seules variables de champ, des grandeurs $g_{\mu\nu}$ et $f_{\mu\nu}$. La raison en est que le scalaire ρ - densité de charge électrique - ne peut être univoquement exprimé à l'aide des variables de champ $g_{\mu\nu}$ et $f_{\mu\nu}$ par:

$$\rho = \sqrt{g_{\mu\nu} i^\mu i^\nu}, \quad i^\mu = \frac{\partial f^{\mu\nu}}{\partial x_\nu} \tag{9}$$

L'apparition d'une racine carrée rend cette expression de la densité, prise isolément, inapte à définir une charge électrique positive ou négative.Tant que subsiste cette indétermination, il est impossible de formuler une loi qui définirait le signe de ρ. Il faut plutôt rechercher, à partir de la théorie du champ, une définition de la densité ρ de la charge électrique *avec son signe.* On peut le faire de la façon suivante.

Dans le cône de lumière $ds^2 = 0$, en chaque point de l'univers, on commence par distinguer le cône avant du cône arrière. Il s'ensuit que le temps possède a priori un sens d'écoulement, autrement dit, à tout élément linéaire du genre temps, on associe une flèche (passé $\Rightarrow$ avenir) .

Soit donc a_μ un vecteur quelconque du genre temps et l^i un vecteur du genre temps orienté vers l'avenir. Postulons que le signe du scalaire:

$$a = \sqrt{g_{\mu\nu} a^\mu a^\nu} \tag{10}$$

doit être le même que le signe de $l^i a_i$.

Ainsi, il devient possible de déterminer univoquement la densité de charge électrique (le scalaire densité) à l'aide du champ. Le signe de ce scalaire définit le signe de la densité de charge.

Il est alors facile d'établir, à partir de la relativité générale, la loi selon laquelle l'électricité, positive dans certaines configurations, se comporte comme négative à l'équilibre. On peut l'obtenir en introduisant dans la fonction de Hamilton un terme représenté par une fonction impaire du scalaire densité de charge électrique ou du potentiel scalaire électromagnétique.

Il nous paraît essentiel de savoir que l'explication de la non équivalence des deux formes d'électricité n'est possible que si l'on assigne un sens à l'écoulement du temps, ce qui s'utilise dans la définition d'importantes grandeurs physiques. Cette différence entre l'électromagnétisme et la gravitation est essentielle; c'est pourquoi les tentatives d'unir en une seule théorie l'électrodynamique et les lois de la gravitation ne nous paraissent pas suffisamment fondées.

Note des rédacteurs de l'édition russe des OEuvres d'Einstein:

"On voit formuler, dans cet article, plusieurs années avant la théorie de Dirac, l'idée de la symétrie de charge dans toute théorie de champ, comme conséquence de la symétrie par rapport aux réflexions de l'espace et du temps. Cette symétrie avait déjà été évoquée dans: *Bemerkung zu meiner Arbeit Zur allgemeinen Relativitaets theorie* Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1923, 32 et Einstein y est revenu dans: *Einstliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizitaet*, Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl. 1925, 414".