Effet Mikhailov généralisé : inertie induite par un 4-potentiel irrotationnel

O. Costa de Beauregard

Fondation Louis de Broglie, 23, rue Marsoulan, 75012 Paris, France.

RÉSUMÉ. Mikhailov a mis en évidence un effet très controversé prédit par plusieurs ; on fait ici le pari que son résultat sera confirmé dans des laboratoires plus puissamment équipés. Il s'agit d'une manifestation de la physicalité des potentiels électromagnétiques dont l'exemple le plus connu est la sélection de la jauge de Coulomb par l'équivalence masse-énergie d'Einstein. Mikhailov a montré que la masse observable d'un électron accéléré au sein du potentiel sans champ $V = Q/R$ intérieur à une sphère chargée est $m - c^2eV$. On déduit d'abord ici très simplement ce résultat par la conservation de l'impulsion.

L'énoncé covariant de l'effet Mikhailov généralisé est : Au sein d'un 4-potentiel irrotationnel $A^i(x^k)$ un électron de masse propre μ, charge $-e$, et 4-vitesse U^k exhibe une masse propre effective $\mu - c^{-2}eA_kU^k$. On propose une déduction de ce résultat au moyen du principe d'action stationnaire, en ajoutant au 4-potentiel $A^i(x^k)$ engendrant la 4-force de Lorentz une contribution irrotationnelle. L'implication est qu'un élément très significatif avait échappé jusqu'ici à l'investigation.

ABSTRACT. Mikhailov has experimentally evidenced a controversial prediction made by some ; the bet here is that his result will be confirmed in more powerfully equipped laboratories. The effect is a manifestation of physicality of the electromagnetic potentials, the more widely known example of which is selection of the Coulomb gauge by Einstein's energy-mass equivalence. Mikhailov has shown that the observable inertial mass of an electron accelerated inside the fieldless potential $V = Q/R$ enclosed in a charged sphere is $m - c^{-2}eV$. We first derive quite simply this result from momentum balance. The covariant statement of the generalized Mikhailov effect is : inside a curlless 4-potential $A^i(x^k)$ an electron of rest mass μ, charge $-e$ and 4-velocity U^k exhibits an effective rest mass

$\mu - c^{-2} e A_k U^k$. A derivation of this result via stationary action is here proposed, by adding to the 4-potential $A^i(x^k)$ generating the Lorentz 4-force a curlless contribution. The implication is : Something quite important had been overlooked when applying this principle.

1. Effet Mikhailov et Physicalité du Potentiel Electrostatique

Récemment décrit [1] dans ces pages l'effet Mikhailov vérifie une prédiction [2,3] controversée. Dépendant de la jauge, c'est l'effet local semblable à l'effet intégral invariant de jauge [4,5,6] dit impulsion induite dans un courant ampérien par un potentiel électrostatique, de formule

$$\mathbf{p} = c^{-2} i \int\int \mathbf{E} \times \mathbf{ds} = c^{-2} i \int V \mathbf{dl} \quad \text{(ues)} \tag{1}$$

i note l'intensité du courant, $\mathbf{E} = \partial V$ le champ du potentiel V, $\mathbf{dl}$ l'élément de longueur et $\mathbf{ds}$ l'élément d'aire du circuit. Si l'intensité i est variée le circuit recule linéairement (ce qui est indiscuté [7,8] et angulairement [2,9] (ce qui a été contesté [10] au nom de l'invariance de jauge).

Mikhailov [1] a mis en évidence l'extra-force d'inertie induite $-c^{-2} e V r''$ dans un électron accéléré au sein d'un potentiel Coulombien sans champ - celui d'expression $V = Q/R$ intérieur à une sphère chargée.

Son expérience montre aussi que la mutuelle énergie $-c^{-2} e V$ est équipartie entre la sphère et l'électron - en accord avec l'écriture usuelle en électrostatique, avec une argumentation de Lucas [11], et avec le formalisme de l'électrodynamique semi-relativiste de Darwin [12]. Cet aspect de la question n'est pas examiné ici.

2. L'effet Mikhailov déduit de l'opposition action-réaction

Supposons le rayon de la sphère assez petit (5 cm chez Mikhailov) pour qu'on ait le droit de raisonner "à temps constant, à l'approximation des vitesses faibles".

Si à l'instant t on imprime à l'électron (initialement au repos) une vitesse $\mathbf{v}$ on induit partout un potentiel vecteur $\mathbf{A} = c^{-2} e r^{-1} \mathbf{v}$ (ues), ce qui communique à chaque élément de la sphère de charge $q\,ds$ une impulsion $\mathbf{dp} = r^{-1} e q \mathbf{v} ds$. L'électron sent certainement la réaction. En intégrant sur toute la sphère il vient $\mathbf{p} = c^{-2} e V \mathbf{v}$ ce qui, lu littéralement, signifie que l'électron est doté d'une extra-masse

induite $-c^{-2}eV$. L'impulsion induite dans l'électron est donc, comme on l'annonçait

$$\mathbf{p} = c^{-2}eV\mathbf{r}' \tag{2}$$

3 Inertie induite par un 4-potentiel irrotationel : Théorie générale.

Non remarqué jusqu'ici un important passage-clé dans la déduction par l'action stationnaire de la force de Lorentz prouve l'existence de l'impulsion-énergie induite dans une charge ponctuelle par un 4-potentiel irrotationnel.

Sous forme covariante $(i, j, k, l = 1, 2, 3, 4, x^4 = ict)$ le principe d'action stationnaire s'écrit, pour le mouvement d'un électron

$$0 = \delta A = \delta \int P_i dx^i = \delta \int (\mu U_i - eA_i) dx^i \tag{3}$$

μ et $-e$ notent la masse prope et la charge de la particule $U^i = dx^i/d\tau$ sa 4-vitesse telle que

$$U_i U^i = -c^2 \quad , \quad U_i U'^i = 0 \tag{4}$$

enfin $A^i(x^k)$ le 4-potentiel extérieur.

Tangents à P^i les rayons de Hamilton-Jacobi sont obliques sur les surfaces d'action, l'assimilation par de Broglie de l'action à la phase

$$A = h\varphi \quad , \quad P^i = \hbar k^i \tag{5}$$

identifie (via le principe de phase stationnaire) la vitesse de la particule à la vitesse de groupe de l'onde.

Définissons la 4-impulsion canonique longitudinale et la masse propre modifiée

$$L^i - MU^i \quad , \quad M = \mu - c^{-2}eA_k U^k \tag{6}$$

en sorte que

$$P_i U^i = L_i U^i = -c^2 M \tag{7}$$

la formule d'action extrémée se récrit

$$O = \delta \int L_i dx^i = \delta \int c^2 M d\tau \tag{8}$$

Les formules (3) à (8) sont valables si le 4-potentiel donné contient une contribution irrotationnelle. *Dans ce cas* (la remarque est importante et nouvelle) la déduction standard [13] de la force de Lorentz (où B^{ki}) note le champ électromagnétique)

$$B^{ki}U_i = [\partial^i A^k - \partial^k A^i]U_i \tag{9}$$

laisse un "résidu" d'expression (8), et l'équation du mouvement s'écrit, M étant donné par la seconde formule (6)

$$MU'^k = -eB^{ki}U_i \tag{10}$$

Vérifions que la longueur de la 4-vitesse est conservée. Substituant dans (7) M tiré de (6) et tenant compte des (4) nous écrivons

$$\mu U'^k = -e\{B^{ki} + c^{-2}[A^k U^i - A^i U^k]\}U_i \quad \text{CQFD} \tag{11}$$

Dépendantes de la jauge les équations (6) et (10) expriment l'interaction de l'électron avec les sources du potentiel irrotationnel ; elles prouvent ainsi la physicalité du potentiel.

L'argument se poursuit ainsi :

Postulat P : la jauge physique ou "préférée" est la jauge adhérente aux sources.

Postulat Q : la "masse propre effective" d'un électron accéléré par une force quelconque au sein d'un 4-potentiel irrotationnel est M de formule (4), exprimé dans la jauge "préférée".

Théorème : Si $M \neq 0$ le "vol libre" de l'électron au sein d'un 4-potentiel irrotationnel est le mouvement inertiel. En effet :

$$MU'^i = 0 \;\Rightarrow\; U'^i = 0 \quad \text{si} \quad M \neq 0 \tag{12}$$

4 Le cas électrique : Electron accéléré par une force quelconque F dans une sphère creuse chargée au potentiel coulombien $V = Q/R$

En notations classiques l'équation du mouvement est

$$\mathbf{F} = (m - c^{-2}eV)\mathbf{r}'' \tag{13}$$

c'est la formule de l'effet Mikhailov Si $M = m - c^{-2}eV = 0, \mathbf{r}''$ est indéterminé : le mouvement de l'électron est instable.

5 Le cas magnétique : Electron accéléré par une force quelconque F en présence d'un aimant toroidal.

L'équation du mouvement est

$$\mathbf{F} = (m - c^{-2}e\mathbf{A}.\mathbf{r}')\mathbf{r}'' \tag{14}$$

Une conclusion intéressante se tire de là : la figure de diffraction d'un faisceau d'électrons est modifiée par la présence d'un aimant toroidal. En effet, la loi du choc d'un électron avec un ion d'un cristal, ou un bord d'écran, ou une petite ouverture, est modifiée.

6 Epilogue philosophique

Le "discours correct" selon lequel "les champs électromanétiques sont mesurés directement, les potentiels n'étant que des intermédiaires de calcul" est tout simplement inexact.

Duhem, dans son ouvrage La théorie physique, son objet, sa structure, montre qu'il n'y a pas de grandeur physique directement mesurée. Des postulats (formulés ou informulés) sont toujours impliqués.

Quant aux champs électromagnétiques, usuellement ce sont des forces qu'on mesure. Passant sur les postulats mécaniques, un champ électromagnétique est calculé après insertion d'une charge ou d'un courant - postulé ou "mesuré".

Le statut d'un potentiel est semblable : ayant mesuré une énergie ou une impulsion (linéaire ou angulaire) on peut calculer le potentiel associé - après insertion d'une charge ou d'un courant. Les énergies étant liées aux masses par l'équivalence masse-énergie, et les impulsions étant liées entre elles par l'opposition action-réaction, ces deux conditions d'intégration [3] fixent la jauge.

Références

[1] V.F. Mikhailov, Ann. Fond. L. de Broglie **211**, 161 (2000)
[2] O. Costa de Beauregard, Electromagnetic gauge as integration condition in *Advanced Electrodynamics*, T.W. Barrett and D. M. Grimes eds, World Scientific Singapore 1995 p. 193
[3] A.K.T. Assis, *Weber's Electrodynamics*, Kluwer 1994, p. 193-198

[4] O. Costa de Beauregard, Phys. Lett. **A 24**, 177 (1967)
[5] P. Penfield and H. Haus, *Electrodynamics of moving media*, MIT Press, Cambridge Mass 1967, p. 202 ff.
[6] W. Shockley and R.P. James, Phys. Rev. Lett. **18**, 876 (1967)
[7] S. Coleman and J.H. van Vleck, Phys. Rev. **17**, 1370 (1968)
[8] A.S. Goldhaber and J.P. Trower, Magnetic Monopoles in *Amer. Soc. Physics Teachers* 1990 p. 8-9
[9] O. Costa de Beauregard, Phys. Essays
[10] R.P. Feynman, R.B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, New York 1953, vol. 2 p. 17.5 et 27.11
[11] R. Lucas, C.R. Ac. Sci. **259**, 2361 (1964)
[12] R.C.G. Darwin, Phil. Mag. **39**, 537 (1920)
[13] O. Costa de Beauregard, *La Théorie de la Relativité Restreinte*, Masson Paris 1944 p. 153 ff ou *Précis de Relativité Restreinte*, Dunod Paris 1964 p. 68-72.

(Manuscrit reçu le le 31 mars 2000)