Distribution de l'énergie potentielle selon Louis de Broglie
Effet Mikhailov, prédiction d'un effet angulaire analogue

O. COSTA DE BEAUREGARD

Fondation Louis de Broglie, 23 rue Marsoulan 75012 Paris

RÉSUMÉ. Un nouveau théorème de mécanique newtonienne de Louis de Broglie distribue et localise sur des particules en interaction leur énergie potentielle. Une explications naturelle de l'effet Mikhailov suit de là. On prédit un effet angulaire analogue testable via les effets Meissner et Zeeman.

ABSTRACT. A new de Broglie and Lucas theorem in Newtonian mechanics distributes and localizes the mutual energy of interacting particles. A natural explanation of the Mikhailov effect follows. We predict an analogous angular effect testable via the Meissner and Zeeman effects.

1 Electrostatique et magnétostatique.

Traditionnellement, en électrostatique et en magnétostatique, on « équipartit » l'énergie potentielle entre les sources du champ et on affecte les self-énergies du facteur ½; Brillouin [1] propose d'étendre la recette à l'énergie potentielle en général pour mettre en évidence de nouveaux aspects du 'défaut de masse d'un système lié'. Mais Louis de Broglie [2], raisonnant en mécanique newtonienne, montre l'inexactitude de cette idée et rétroactivement celle de la règle traditionnelle. Lucas [3] ajoute un commentaire intéressant avec une application à la gravitation.

Rappelons l'argument de L. de Broglie et de R. Lucas avant d'en tirer des conséquences.

2 Résumé de l'argument de L. de Broglie et R. Lucas.

Pour ne pas compter deux fois la mutuelle énergie d'un système de particules et être en accord avec les lois de conservation de l'impulsion et du barycentre (corollaires en mécanique newtonienne) on introduit, dans le cas simple où il n'y a que deux particules, les définitions :

$$F_1 = \text{grad } W_2 \qquad F_2 = \text{grad } W_1 \tag{1}$$

$$m = m_1 + m_2 \qquad W = W_1 + W_2 \tag{2}$$

et la règle d'attribution croisée :

$$W_1 / m_2 = W_2 / m_1 = W / m . \tag{3}$$

Si la particule 2 est beaucoup plus lourde que la particule 1 celle-ci reçoit la totalité de la mutuelle énergie, et l'on écrit comme d'habitude F = grad W. Prenant alors en compte l'équivalence masse-énergie *et postulant que les fractions d'énergie sont incorporées dans les particules* on trouve que *leurs masses effectives* sont :

$$M_1 = m_1 + c^{-2}W_1 , \quad M_2 = m_2 + c^{-2}W_2 . \tag{4}$$

Si la particule 2 est beaucoup plus lourde que la particule 1 celle-ci reçoit la quasi totalité de l'énergie et sa *masse effective* est

$$M = m + c^{-2}W . \tag{5}$$

Le but manqué par Brillouin mais atteint par de Broglie et Lucas (B.L.) est donc celui-ci: *l'équivalence masse-énergie reconnue globalement est maintenant monnayée au détail.*

Mais les formules proposées ne sont pas celles d'un formalisme relativiste covariant; elles appartiennent à une approximation valable à l'ordre c^{-2} - comme la théorie de l'atome de Sommerfeld (où la recette B.L. est effectivement utilisée). *Il faudra donc être attentif à éviter des extrapolations injustifiées.*

3 Applications à l'électromagnétisme; rôle du potentiel vecteur.

Pour un électron évoluant dans un potentiel électrostatique V *exprimé dans la jauge de Coulomb* la formule (5) devient

$$M = m - c^{-2}\, e\, V . \tag{6}$$

Inclure l'énergie potentielle dans la particule de vitesse **v** permet d'écrire son *impulsion effective* en termes de -**A**, « **m**oins le potentiel vecteur senti »

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} - e\mathbf{A} \,. \tag{7}$$

3.1 Effet Mikhailov : recul linéaire de l'électron dans un potentiel sans champ.

Mikhailov [4] a testé les formules (6) et (7) en accélérant un électron à l'intérieur d'une sphère chargée, mettant ainsi en évidence un aspect nouveau de la physique du potentiel. Entre la sphère et l'électron *il y a action-réaction via le potentiel sans champ* [5].

3.2 'Impulsion cachée' d'un circuit plongé dans un potentiel électrostatique.

Appliquée par Penfield et Haus [6] aux électrons d'un circuit d'intensité i plongé dans un potentiel V(**r**) la formule (6) y dévoile une *impulsion cachée* [7, 8] d'expression invariante de jauge

$$\mathbf{p} = c^{-2}\, i \int V\, \mathbf{dl} = c^{-2} i \iint \mathbf{E} \times \mathbf{ds} \,. \tag{8}$$

Si donc on varie l'intensité i le circuit recule [9, 10]. La formule (7) exprime ce recul en termes de l'*impulsion potentielle des électrons*.

Ce phénomène teste la relativité à une vitesse extrêmement faible, de l'ordre du cm/sec.

4 Recul angulaire du courant: effet Meissner modifié .

Ce résultat est nié par « le principe d'invariance de jauge » sous prétexte que dans (8) «l'impulsion différentielle i V**dl** n'est pas physique»; mais on voit mal comment un recul linéaire du circuit aurait lieu sans un recul angulaire du courant. *Or ce recul est prédit par le principe B.L. -même si une symétrie de rotation interdit tout recul linéaire*.

Soit par exemple un circuit circulaire associé à une lourde charge ponctuelle placée en son centre ; on suppose le circuit supraconducteur parce que l'électrodynamique classique ne prend pas en compte la masse des électrons. *Induisons un supercourant* en appliquant 'normalement' un champ uniforme **B**, *donc un potentiel vecteur* **A** *tangent au circuit*. Les électrons prennent une vitesse **v** telle que, M ayant l'expression (6),

$$M\mathbf{v} + e\mathbf{A} = \mathbf{0} \,. \tag{9}$$

L'impulsion totale, cinétique plus potentielle, étant indépendante du potentiel électrostatique V il y a recul du courant.

Notant μ la masse propre de l'électron on tire de (6) et (9) la formule d'un effet Meissner modifié

$$\{\mu(1-\beta^2)^{-1/2} - c^{-2}eV\}\mathbf{v} + e\mathbf{A} = \mathbf{0} \tag{10}$$

montrant comment l'intensité i du supercourant dépend du potentiel électrostatique V; β étant très petit l'intensité i change de signe à $V \approx 511$ KV ; un test expérimental de la formule (10) serait fort intéressant.

L'électron orbitant de l'atome d'hydrogène est assimilé par la mécanique ondulatoire à un supercourant, mais là β peut être grand, voisin de 1 si l'électron est très lié. On reviendra là dessus en Section 5.

La tension élastique le long du circuit, qui a [11] l'expression $i\mathbf{A}$, est elle aussi indépendante de V. Ceci est à rapprocher de l'effet Larmor: le diamagnétisme induit par un champ **B** dans l'électron de l'atome d'hydrogène modifie non le rayon r de l'orbite mais la vitesse angulaire Ω.

Le recul angulaire du supercourant induit par le potentiel électrostatique V est exprimé par la formule (10) comme un effet Meissner modifié.

La théorie des quanta est elle aussi impliquée. Indépendante de V, l'action $\int M\mathbf{v.dl} = nh$ est quantifiée sur un tour de circuit. La vitesse angulaire Ω dépend donc de V suivant la loi $2\pi r^2 M\Omega = -\pi r^2 eB$, c'est à dire la loi de Larmor mais avec M donné par (6)

$$2\,M\,\Omega = -e\,\mathbf{B}\,. \tag{11}$$

5 Dipole ou atome enclos dans une sphère chargée au sein d'un potentiel uniforme V = Q/R

De (8) on tire l'expression du moment angulaire potentiel d'un dipôle d'aire **S** et de moment magnétique $\mathcal{M}$ plongé dans un potentiel uniforme V :

$$\mathbf{C}_1 = \tfrac{1}{2}\, c^{-2}\, i\, V\mathbf{S} \quad \text{ou} \quad C_1 \equiv -\tfrac{1}{2}\,(\mu/e)\,\mathcal{M} = \tfrac{1}{2}\, c^{-2}\, V\,\mathcal{M} \tag{12}$$

μ note la masse propre de l'électron. D'autre part le potentiel vecteur du dipôle :

$$A = r^{-3} \mathcal{M} \times r \tag{13}$$

imprime à la sphère un moment angulaire d'expression [5]

$$C_2 = {}^2/_3\, c^{-2}\, V\, \mathcal{M}\,. \tag{14}$$

En comparant (12) et (14) on voit qu'une fraction du moment angulaire (en fait un moment de précession [12]) devient « cachée » ou potentielle.

Ce même facteur de forme $^2/_3$ se retrouve en comparant l'égalité de Larmor (11) avec l'expression [13] du champ magnétique uniforme enclos dans une sphère chargée en rotation :

$$\mathbf{B} = {}^2/_3\, c^{-2}\, V\Omega\,. \tag{15}$$

Il y a donc action-réaction angulaire entre une sphère chargée et un dipôle variable en son intérieur. On va l'étudier en termes d'effet Zeeman sur l'électron orbitant de l'hydrogène.

6 Expression relativiste de la loi de de Broglie-Lucas.

L'équation du mouvement de Lorentz se déduit par un calcul covariant [14] du principe d'action extrémée.

Dans le cas où le 4-potentiel A^i contient une contribution irrotationnelle un point n'avait pas été remarqué. Tandis que la partie rotationnelle de A^i engendre à la manière habituelle la 6-force de Lorentz, la partie irrotationnelle, qui n'entre pas dans le processus, s'associe à l'impulsion mécanique. Voyons cela.

Partons de l'action extrémée où μ note la masse propre de l'électron et U^i sa 4-vitesse ($U^iU_i = -c^2$; $U^iU'_i = 0$)

$$0 = \delta \int (\mu U^i - eA^i)\, dx_i\,. \tag{16}$$

Notant ${}_oA^i$ la partie irrotationnelle du 4-potentiel et m la masse propre modifiée

$$m = \mu - c^{-2}\,{}_oA_kU^k \tag{17}$$

récrivons (16) sous la forme :

$$0 = \delta \int (mU^i - eA^i)\, dx_i \qquad (18)$$

où A^i note maintenant la partie rotationnelle du 4-potentiel. Le calcul standard livre alors l'équation du mouvement sous la forme :

$$-e\, B_{kl}U^l = mU'_k \equiv \mu U'_k - c^{-2}[A_lU'_k - A_kU'_l]U^l \qquad (19)$$

qui met en évidence [15] l'impulsion modifiée :

$$P^i = mU^i\,. \qquad (20)$$

Il y donc réaction sur l'électron des sources du potentiel sans champ. On postule évidemment que la jauge physique est celle adhérente aux sources.

7 Atome d'hydrogène enclos dans une sphère chargée au potentiel V = Q/R.

Si l'atome est au repos la fonction d'onde de Dirac est de la forme $\psi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r})e^{iWt}$ avec $W = h\nu$; *une constante additive -eV présente dans W exprime que l'électron est dans la sphère*. L'échelle des niveaux d'énergie étant translatée de -eV *le spectre optique est inchangé*.

La distribution spatiale $\varphi(\mathbf{r})$ *est elle aussi inchangée ;* ce*, en raison de la quantification du moment angulaire.*

Si grand donc que soit le potentiel électrique V on peut dire en paraphrasant Galilée « il est comme rien». Cela est vrai de tout atome ; on en a la preuve par les horloges atomiques des satellites artificiels opérant dans l'ionosphère où le potentiel se chiffre en MV : ils nombrent imperturbablement le temps à 10^{-15} près.

Mais si l'inspection du spectre optique ne révèle pas la présence du potentiel V *tout change si l'on provoque un effet Zeeman en induisant dans le circuit électronique un extra-courant par un champ* **B**. La variation du potentiel vecteur du courant électronique imprimera à la sphère un moment angulaire *dont il sentira la réaction*. L'effet Zeeman sera donc modifié.

7.1. Effet Zeeman modifié.

La version covarIante de la formule de Larmor est évidemment :

$$2\mu\, \Omega^{ij} = -e\, B^{ij} \qquad (21)$$

et donc celle de l'effet Zeeman modifié :

$$2(\mu - c^{-2}eA_kU^k)\,\Omega^{ij} = -e\,B^{ij}\,. \tag{22}$$

Dans le cas présent, où $A^i = (0,0,0,iV)$ et $U^4 = i(1-\beta^2)^{1/2}$) on peut écrire :

$$2M\,\Omega \approx 2\{\mu - c^{-2}\,eV_o(r)\}\,\Omega = -e\,\mathbf{B} \quad \text{avec} \quad V_o(r) \approx A_kU^k = -V(1-\beta^2)^{1/2} \tag{23}$$

Puisque l'action est quantifiée le long d'un circuit, Ω se rattache à la vitesse de phase ; on peut transcrire (23) comme « formule classique de l'effet Zeeman », *effet Zeeman fort* ou *effet Paschen-Back* en mécanique quantique :

$$4\pi\,M\,\Delta\nu = -e\,B\,; \tag{24}$$

La modification de l'effet Zeeman sera surtout sensible sur les niveaux moins liés où la vitesse est plus faible.

7.2 Sur la covariance relativiste.

Une inspection de l'équation de l'électron de Dirac confirme l'expression (17) de la masse propre effective de l'électron dans un 4-potentiel irrotationnel, via la transposition symbolique $U_i \rightarrow \gamma_i$. En ajoutant $-eA^i$ à l'opérateur $i\partial_i$ figurant dans le produit $i\gamma^i\partial_i$ on fait apparaître un terme en γ^iA_i qui s'ajoute à la masse propre μ.

Si seule est non nulle la composante temporelle $A^4 = iV$ un terme en γ_4A^4 s'ajoute à la masse propre μ. Dans la représentation standard où γ_4 est diagonale de signature +1+1-1-1, les grandes composantes ψ_1 et ψ_2 obéiront à une même équation où $-c^{-2}eV$ s'ajoute à μ, les petites composantes ψ_3 et ψ_4 à une même équation où $+c^{-2}eV$ s'ajoute à μ ; les solutions tant du type électron que du type positron obéiront donc à la règle B.L.

Notons que l'expression covariante de la relation (12) est :

$$C^{ij} = -\tfrac{1}{2}\,e^{-1}\mathcal{M}^{ijk}p_k = \tfrac{1}{2}\,c^{-2}\,\mathcal{M}^{ijk}A_k \tag{25}$$

parce que la densité de polarisation magnétique étant un tenseur antisymétrique de rang 2 le moment magnéto-électrique est un tenseur antisymétrique de rang 3.

8 Conclusions.

Qu'en 1972 et 1976 un théorème significatif ait surgi en mécanique newtonienne a de quoi surprendre ; suggérant fortement l'équivalence masse-énergie il ne pouvait pourtant fixer le facteur de conversion. Rétroactivement il impliquait qu'en électrostatique et magnétostatique l'équipartition ½ ½ de l'énergie potentielle est erronée -*parce qu'au delà de la statique il y a la dynamique*.

Le théorème de de Broglie-Lucas étend les implications de l'équivalence masse-énergie à tout le champ de l'action-réaction soit linéaire soit angulaire. En électromagnétisme il fait du 4-potentiel *évalué dans la jauge adhérente aux sources* une grandeur mesurable [5]. De cela Louis de Broglie était convaincu, et il le répétait souvent. La preuve générale par le défaut de masse des systèmes liés existait, mais elle était sous-estimée.

De cela une expérience de Mikhailov [4] apporte un nouvel exemple : *recul linéaire induit au sein d'un potentiel électrique sans champ*. On propose ici, via les effets Meissner et Zeeman, un test parent : *recul angulaire induit par un potentiel électrique sans champ*.

Lucas tire de ce théorème une déduction de l'avance du périhélie de Mercure qui semble être l'unique exemple connu de l'équivalence masse-énergie dans un problème de pure mécanique.

Références

[1] L. Brillouin, *Relativity Reexamined* (Academic Press New York 1970) p. 20 ff.

[2] L. de Broglie, C. R. Ac. Sci. 275 B 899 (1972).

[3] R. Lucas, C. R. Ac. Sci. 282 B 43 (1976).

[4] V.F. Mikhailov, Ann. Fond. L. de Broglie 24 161 (1999).

[5] O. Costa de Beauregard, in *Advanced Electrodynamics*, T.W. Barrett et D.M. Grimes eds (World Scientific Singapore 1995) p. 77.

[6] P. Penfield et H. Haus, *Electrodynamics of Moving Media* (M.I.T. Press Cambridge Mass 1967) p. 202 ff.

[7] O. Costa de Beauregard, Phys. Lett. A 24 177 (1967).

[8] W. Shockley et R.P. James, Phys. Rev. Lett. 18 876 (1967).

[9] S. Coleman et J.D. van Vleck, Phys. Rev. 171 1370 (1970)

[10] A.S. Goldhaber et J.P. Trower, Amer. J. Phys. 158 429 (1990).

[11] O. Costa de Beauregard, Phys. Lett. A 183 41 (1993).

[12] O. Costa de Beauregard, Physics Essays 10 492 (1997).

[13] V.V. Batygin et I.K. Toptygin, *Problems in Electrodynamics* (Academic Press New York 1964) p. 61.

[14] O. Costa de Beauregard, *Précis of Special Relativty* (Academic Press New York 1966) p. 92-96.

[15] O. Costa de Beauregard, Annales Fond. L. de Broglie 25 129 (2000).

(Manuscrit reçu le 26 février 2001)