La relativité restreinte avec “entropie invariante” d’Einstein-Planck et la relativité restreinte avec “action invariante” de Poincaré

Yves Pierseaux

Université Libre de Bruxelles, Physique des Particules
CP 230 boulevard du Triomphe,1050 Bruxelles
Fondation Wiener-Anspach, ypiersea@ulb.ac.be

RÉSUMÉ. Planck a non seulement développé la thermodynamique relativiste, mais il a aussi déduit l’équation de la dynamique relativiste (des points et des corps massifs, 1906 et 1907) à partir de l’électrodynamique d’ Einstein (1905) et du principe de moindre action de Helmholtz. Ce dernier principe est un principe “non hamiltonien” qui confère un rôle essentiel à la fonction d’état entropie. Poincaré avait obtenu la même équation, un an auparavant (1905) en se basant sur le principe de moindre action de Hamilton et l’introduction d’un potentiel dans le lagrangien de l’électron classique. Cette pression d’éther, qui contracte réellement les électrons, n’est pas une hypothèse supplémentaire mais traduit le fait que la cinématique implicite des tiges déformables de Poincaré repose sur d’autres principes que la cinématique explicite des tiges rigides d’Einstein. La compatibilité des deux principes de Poincaré peut ainsi être établie sur une base aussi claire que la compatibilité des deux principes d’Einstein. La polémique stérile des priorités est ainsi scientifiquement dépassée parce que le contraste “Relativité restreinte à entropie invariante” d’Einstein-Planck et la “Relativité restreinte à action invariante” de Poincaré repose en dernière instance sur deux conceptions antinomiques de l’utilisation des transformations de Lorentz et sur deux conventions incompatibles (classique ou quantique) pour la définition des unités spatio-temporelles de mesure.

ABSTRACT. Planck developed not only the relativistic thermodynamics but he deduced also the equation of the relativistic dynamics (of mass points and mass bodies) from Einstein’s electrodynamics and Helmholtz’s principle of least action. This latter is a non Hamiltonian principle which gives an essential role to the function of state entropy. Poincaré obtained the same equation, one year before (1905), from the

Hamiltonian principle of least action and the introduction of a potential in the Lagrangian of the classical electron. This pressure of ether is not a supplementary hypothesis but means only that Poincaré's implicit kinematics of deformable rods is not based on the same principles as Einstein's explicit kinematics of rigid rods. Poincaré's two principles (principle of relativity and principle of real contraction) are as compatible as Einstein's two principles. The sterile polemic of priorities is scientifically overtaken. Indeed the contrast "Einstein-Planck special relativity with invariant entropy" and "Poincaré's special relativity with invariant action" is inscribed in two fundamentally different uses of the Lorentz transformations and two fundamentally incompatible conventions (classical or quantum) for the definition of space-time units of measure.

1 Introduction: Einstein, Planck et Minkowski versus Poincaré.

Le soutien apporté par l'école de thermodynamique allemande à Einstein est décisif. Miller souligne que le manuscrit de "L'électrodynamique des corps en mouvement"[2] pour la publication dans les "Annalen der Physik" est arrivé chez Planck [20].

> Au cours du semestre d'hiver 1905-1906, Planck présente la théorie d'Einstein au colloque de physique de Berlin (son assistant Laue était présent) [18].

L'intervention de Planck se situe non seulement au niveau de l'exposition mais aussi du développement de la relativité restreinte (RR) d'Einstein. Planck formule les équations de la dynamique relativiste des "points massifs" (1906) et étudie ensuite la dynamique relativiste des corps massifs (1907). Les travaux relativistes de Planck précèdent ainsi la lecture quadrivectorielle minkowskienne de la RR d'Einstein qui s'affirme dans la célèbre synthèse de 1908 [7]. L'intérêt de Minkowski pour l'approche relativiste de son élève Einstein (à l'Ecole Polytechnique de Zurich), se manifeste incontestablement après le soutien de l'école de thermodynamique allemande à ce dernier. Le cheminement historique de la RR d'Einstein est essentiellement le suivant:

1. Cinématique relativiste et principe d'équivalence d'Einstein (juin et septembre 1905)

2. Dynamique et thermodynamique relativistes de Planck (1906 et 1907)

3. Synthèse de la RR sans éther d'Einstein (1907)

4. Représentation quadrivectorielle de Minkowski (1908)

Quelles sont les motivations profondes de Planck qui le poussent à s'intéresser à la cinématique des corps rigides d'Einstein?

> Ses célèbres travaux de 1900 consacrés au corps noir (au repos) mettent en évidence l'existence du quantum d'action h. La question de savoir ce qu'il advient de la loi de Planck lorsque la cavité de rayonnement est animée d'une translation uniforme par rapport à un référentiel donné est donc de la plus haute importance dans son programme de recherche.

Planck est particulièrement soucieux de montrer l'invariance relativiste de la valeur du quantum d'action[1] h - mais aussi de la constante k de "Boltzmann" - dans le but d'assurer le caractère universel des unités atomiques. Planck conclut sa deuxième communication de 1900 avec les valeurs des deux constantes naturelles notées h et k:

> [On en déduit] les valeurs des constantes de la nature (Naturconstanten): $h = 6{,}55.10^{-27}$ erg.sec & $k = 1{,}346.10^{-16}$ erg/degré. Ce sont ces mêmes nombres (Zahlen), que j'ai donnés dans ma contribution précédente. (Nous traduisons les deux articles de Planck, [9 & 10])

Les invariants relativistes (h, k, c) sont considérés par Planck et Minkowski comme de véritables "absolus". Les liens (méconnus) entre les travaux relativistes de Planck et de Minkowski qui, loin d'être de simples ressemblances épistémologiques, s'enracinent profondément dans le sol de la physique, seront l'objet d'une étude ultérieure. Nous nous concentrons ici sur les liens (également méconnus) entre les travaux relativistes d'Einstein, Planck et Poincaré.

Dans l'article de 1906 "Le principe de relativité et les équations de base de la mécanique" Planck prend la défense[2] du principe de relativité d'Einstein en tant que principe général sur la base duquel la recherche théorique de premier plan doit se profiler. Planck poursuit en évoquant l'idée d'un travail de déformation s'exerçant sur l'électron:

---

[1] Laue rappelle que la contribution décisive de Planck se fait en deux temps; un premier mémoire purement thermodynamique (17 octobre 1900) et une seconde communication devant la société de physique de Berlin (14 décembre 1900) où il applique la statistique de Boltzmann (1877) d'une manière qui sera du reste critiquée par Einstein [22].

[2] Face aux premiers résultats expérimentaux, positifs pour l'école électromagnétique (Abraham-Kaufmann) mais négatifs pour la théorie de la relativité [21].

> Je ne voudrais attribuer aucun poids décisif à l'idée d'après laquelle, selon le principe de relativité, un électron en mouvement serait soumis à un travail de déformation (Deformationsarbeit) particulier, parce que l'on peut seulement calculer ce travail avec l'énergie cinétique de l'électron (kinetischen Energie). [9]

Ce *travail de déformation* de l'électron a été calculé en 1905 par Poincaré (que Planck ne cite pas[3] dans l'article de 1906) comme étant proportionnel au volume d'un électron classique sphérique. Ce *travail de compression* (non-électromagnétique) n'est autre que la *pression d'éther* de Poincaré qui déforme réellement les électrons purement électromagnétiques (voir §5).

L'erreur des défenseurs de Poincaré, dans la fameuse question polémique des priorités, a été de chercher à "cacher" cet éther de Poincaré. Nous voulons dépasser cette polémique stérile en montrant que l'éther joue un rôle décisif dans la logique relativiste de Poincaré qui est profondément différente de celle d'Einstein. Nous montrons (voir 5) qu'il existe *une RR avec éther et une RR sans éther* et que la querelle des priorités n'a plus aucune raison d'être à un niveau scientifique [21]

2 L'électron ponctuel lentement accéléré d'Einstein, l'équation de la dynamique relativiste de Planck et le "potentiel cinétique" de Helmholtz.

Planck cherche à établir les fondements de la dynamique relativiste sans utiliser un potentiel supplémentaire comme Poincaré mais en s'appuyant sur la conception einsteinienne de l'électron: pas de modèle de l'électron[4] mais un travail qui correspond à la variation d'énergie cinétique de l'électron.

Cette énergie cinétique avait été calculée par Einstein à la fin du dernier paragraphe de son article de 1905 : (10°, "Electron lentement accéléré", nous donnons en annexe le développement complet du raisonnement "extraordinaire" d'Einstein)

[3] Dans le développement de la RR sans éther (§4), c'est essentiellement Laue (en 1911) qui confirme la nécessité d'introduire une pression si on prend en compte le modèle électromagnétique classique de l'électron. Mais il réduit la pression de Poincaré à un rôle purement (électro)statique (contrebalancer les forces de répulsion) alors qu'elle a dans l'article fondamental de Poincaré un rôle dynamique fondamental (contracter les électrons).

[4] Dans la logique d'Einstein-Planck, il n'y a pas de sens de parler d'un travail de *déformation* d'un point massif qui n'a pas de *forme*.

> Essayons maintenant de déterminer l’énergie cinétique de l’électron. Si celui-ci se meut, à partir de l’origine des coordonnées du système K, avec la vitesse initiale zéro sur l’axe x sous l’influence d’une force électrostatique F_x, il est évident que l’énergie soustraite au champ électrostatique est $\int eE_x dx$. Et étant donné que l’électron doit être accéléré lentement et qu’il ne doit pas par conséquent perdre de l’énergie sous forme de radiation, l’énergie soustraite au champ électrostatique doit être égale à l’énergie cinétique de l’électron. On obtient ainsi [2, §10] ...

$$W = m \int_0^v \gamma^3 d\nu = mc^2 (\gamma - 1) \tag{1}$$

Nous n’insistons pas pour l’instant sur le fait que l’électron ponctuel lentement accéléré d’Einstein change de vitesse sans émettre de radiation mais sur le fait que Planck poursuit, dans son article de 1906, en prenant quelque distance avec la conception de l’origine électromagnétique de l’inertie:

> La question d’une origine électrodynamique de l’inertie demeure sans doute ouverte; mais [le principe de relativité] présente l’avantage qu’il ne présuppose ni la forme sphérique, ni en général une quelconque autre forme déterminée, pour parvenir à une dépendance déterminée de l’inertie en fonction de la vitesse.[9]

Dans sa déduction de la loi de la dynamique relativiste, Planck développe explicitement, en suivant Einstein[5], une autre conception que celle de Poincaré (que nous développons au 5 du présent article) sur les questions de la structure électromagnétique de l’électron et de l’origine électromagnétique de son inertie[6] , autrement dit les problèmes de modélisation électromagnétique.

[5] Einstein répond ainsi à Ehrenfest en 1907: “quand on ne s’appuyait pas encore sur le principe de relativité, mais que l’on cherchait à obtenir les lois du mouvement de l’électron par des voies électrodynamiques, on se voyait contraint de faire certaines hypothèses bien déterminées sur la répartition de l’électricité pour que le problème ne soit pas indéterminé.” [22]

[6] Si il est vrai que Poincaré adopte au départ cette hypothèse, signalons d’emblée que la RR avec éther n’a aucun problème avec la partie non-électromagnétique de la masse de l’électron car en vertu du principe de réaction (le “guide” de Poincaré) la pression non électromagnétique d’éther revient à introduire de l’inertie d’origine non électromagnétique pour la masse de l’électron [22].

Le mot "électron" apparaît seulement deux fois dans l'article de Planck dans un contexte où il est de toute évidence question de l'approche de Poincaré. Ensuite Planck n'évoque plus que les points massifs en conformité avec la représentation einsteinienne de l'électron: un point caractérisé par deux paramètres e et m (pour reprendre une expression typique d'Einstein "quantum de charge et quantum de matière", annexe). Après avoir écrit les transformations de Lorentz (TL), Planck proclame clairement son intention:

> La tâche s'impose alors de déterminer la forme des équations fondamentales de la mécanique qu'il convient de mettre à la place des équations habituelles du mouvement de Newton pour un point massif (Massenpunkt) libre:
>
> $$ma_x = F_x \ \ ma_y = F_y \ \ ma_z = F_z$$
>
> lorsque le principe de relativité possède une validité générale.[9]

La méthode de déduction de l'équation de la dynamique relativiste (qui relie la variation du vecteur vitesse du point massif au vecteur force qui agit sur ce point) s'appuie explicitement sur le raisonnement "extraordinaire" d'Einstein au paragraphe 10 de son article de 1905 (voir annexe). Ce raisonnement consiste essentiellement à tenter de trouver l'équation du mouvement d'un électron ponctuel ("d'élément de temps" en "élément de temps", voir annexe) en effectuant une suite de v-TL avec une vitesse v dans la même direction. Cette suite de translations parallèles (il serait plus exact de dire cette "suite de boosts" dans une direction et dans un sens déterminés) ne permet évidemment pas d'arriver à l'équation de la dynamique relativiste.

Toute la stratégie de Planck est de "*changer de direction*" et de considérer la vitesse comme un **vecteur**. Il effectue une suite de **v**-TL, mais alors il faut aussi effectuer chaque fois (pour chaque "Zeitteilchen ou Zeitelement) une *rotation spatiale* (voir annexe) :

> Finalement en effectuant une simple rotation des axes de coordonnées dans le système (x, y, z, t), on obtient après exécution de ces calculs élémentaires, les équations du mouvement de la forme:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mx}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = F_x \ \ etc... \tag{2}$$

> Ces équations donnent la solution du problème posé, elles constituent une généralisation des équations du mouvement de Newton basée sur le principe de relativité.[9]

Planck obtient ainsi l'équation de la dynamique relativiste, $d(\gamma m\mathbf{v}) = \mathbf{F}dt$, en effectuant une "*simple rotation*" (chaque fois) du second système de coordonnées. Il est clair que cette déduction, qui est fondée sur *l'application successive* de **v**-TL, et qui fait intervenir chaque fois une "simple rotation", baptisée 20 ans plus tard "rotation de Thomas[7]" [27], a été complètement oubliée.

La déduction de Poincaré de l'équation de la dynamique relativiste (1905) à partir du lagrangien de l'électron semble plus "standard". Mais il n'en est rien. La déduction par Poincaré (voir 5) du lagrangien de la particule fait intervenir d'autres éléments "non-standard" (par exemple les limites d'intégration du lagrangien dans lequel on ajoute un potentiel d'éther). Planck compare alors son équation (2), $d(\gamma m\mathbf{v}) = \mathbf{F}dt$, avec les "é

> On les compare avec les équations (3) du mouvement de Lagrange:
>
> $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\right) = F_x \ \ etc... \tag{3}$$
>
> où H désigne le potentiel cinétique:

$$H = -mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + const \tag{4}$$

[7]Nous avons étudié dans les détails le statut géométrique de "la rotation de Planck-Thomas" dans un article récemment publié "Poincaré's Euclidean Special Relativity and Einstein-Minkowski's Non Euclidean Special Relativity". [23]

Ce ne sont (3) évidemment pas les équations de Lagrange. Ces dernières s'écrivent en effet :$d/dt(\partial L/\partial v) - \partial L/\partial x = 0$ *où* $L = T - U$.

L'expression de Planck, aujourd'hui oubliée, du "*potentiel cinétique*" du point massif, trahit l'origine véritable de l'équation ci-dessus qui provient directement d'un principe de moindre action formulé par Helmholtz dont la première formulation, d'après Pauli, remonte à 1886 [21]. Le *principe de moindre action de Helmholtz* est exposé par Planck (et aussi par de Broglie, [17, 18, voir aussi Lochak, 19]) dans son second article sur la dynamique des corps massifs en mouvement (1907, voir 3). Helmholtz définit le potentiel cinétique $H = T - F$, substituant ainsi au potentiel mécanique U (voir 5) le potentiel thermodynamique F (énergie libre, Helmholtz 1884).

On pourrait alors contre-attaquer de la façon suivante: "certes il ne s'agit pas des équations de Lagrange au sens canonique mais il s'agit de la forme initiale donnée par Lagrange[8] à ses équations (à partir de l'énergie cinétique T), à savoir $d/dt(\partial T/\partial v) = F_x$".

Voyons donc ce qu'il en est. Planck poursuit immédiatement [9] :

> On obtient la formule de la force vive ("lebendigen Kraft", énergie cinétique), si l'on multiplie l'équation [précédente] par $v_x dt, v_y dt, v_z dt$ et que l'on additionne. Il s'en suit:
>
> $$d\left(\dot{x}\frac{\partial H}{\partial \dot{x}} + \dot{y}\frac{\partial H}{\partial \dot{y}} + \dot{z}\frac{\partial H}{\partial \dot{z}} - H\right) = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (5)$$
>
> et de cette relation provient l'expression de la force vive du point massif. [9]

Planck retrouve alors l'expression relativiste de 1905 (1905, §10) d'Einstein: la variation de l'énergie cinétique (1) vaut le travail moteur. Mais on voit clairement, dans le premier membre de l'équation (5), que le potentiel cinétique (4) n'est pas l'énergie cinétique. La contre-attaque est donc repoussée.

Planck conclut alors son article de 1906 [9] en mettant l'équation qu'il a déduite de l'électrodynamique "extraordinaire" d'Einstein (voir

[8] C'est précisément sur cette forme leibnitzienne que Helmholtz s'appuie pour substituer au potentiel mécanique V un potentiel thermodynamique F.

annexe) sous la forme d'un principe de moindre hamiltonien (nous respectons les notations de Planck A pour "Arbeit" et H pour le helmoltzien ou le potentiel cinétique de Helmholtz):

> Les équations du mouvement peuvent se présenter sous la forme du principe de Hamilton:
>
> $$\int_{t_1}^{t_2} (\delta H + A)\, dt = 0 \tag{6}$$
>
> où on intègre sur le temps t de l'état initial à l'état final, A étant le travail virtuel:
>
> $$A = F_x \delta x + F_y \delta y + F_z \delta z \tag{7}$$

Ce n'est (6) évidemment pas un principe hamiltonien. Le principe de moindre action de Hamilton s'écrit en effet $d(\int Ldt)$ où L est le lagrangien qui se met en mécanique classique sous la forme $L = T - U$. En effet Planck introduit sous le signe de l'intégrale (6) un travail A "que l'on peut seulement calculer avec l'énergie cinétique des électrons" (1) qui ne correspond à aucun potentiel mécanique. Ce travail virtuel[9] (7) n'est pas "un travail de déformation" au sens de Poincaré. Il y a donc véritablement une antinomie (au sens rigoureux de Kant) puisque le travail de déformation de Poincaré correspond précisément à une force qui dérive d'un potentiel U : le potentiel d'éther (voir 4).

La question est de savoir à quelle force le travail de Planck (7) correspond. Autrement dit : de quel travail s'agit-il? Remarquons qu'il s'agit d'un travail, qui fait varier l'énergie interne de l'électron (mc^2 *à* γmc^2), au sens d'un transfert d'énergie et donc d'un travail producteur de mouvement reçu par le système (d'où le signe $+A$). Nous montrerons, dans le cadre du principe de moindre action de Helmholtz, que ce travail est tout naturellement un travail de (mise en) translation (voir 3).

---

[9] Planck n'écrit pas la variation du travail d A étant donné que les variations d sont déjà contenues dans l'expression du travail A. Remarquons que Planck semble hésiter quand à la forme de son travail puisque tantôt il l'écrit sous forme différentielle (avec des "d"), ce qui lui confère un aspect plutôt réel, tantôt sous forme variationnelle (avec des "δ"), ce qui lui confère un aspect plutôt virtuel.

En outre, contrairement à Poincaré qui intègre sur le temps de - ∞ à $+\infty$ "pour ne pas changer les bornes d'intégration" (voir 5), Planck intègre dans un intervalle fini entre t_1 et t_2. On pourrait nous rétorquer que de telles limites d'intégration confèrent à l'action de Planck une allure plus hamiltonienne que l'action de Poincaré. Mais, contrairement à Poincaré *qui démontre* l'invariance de l'action hamiltonienne (un élément essentiel de la mécanique nouvelle, voir 5), Planck *ne démontre pas* dans l'article de 1906 l'invariance de son action "pseudo hamiltonienne" telle qu'elle est écrite ci-dessus.

Ouvrons ici une parenthèse en soulignant que dans l'article de 1907 sur la dynamique relativiste des corps massifs et du corps noir", Planck montre l'invariance de l'action avec les limites t_1 et t_2„ telles qu'elles sont écrites ci-dessus (6) (nous respectons les notations de Planck W pour "Wirkung"):

> Toutes ces grandeurs ne changent pas leur valeur, quand on les représente par les grandeurs primées.
>
> De là il suit aussi que pour le principe de moindre action il existe une intégrale temporelle caractéristique (Zeitintegral) depuis un état initial 1 déterminé jusqu'à un état final 2
>
> $$W = \int_1^2 H\,dt \tag{8}$$
>
> que l'on peut désigner pour le processus considéré comme la quantité d'action (Wirkungsgröβe) ayant la même valeur pour le système primé et pour le système non primé. On peut alors faire la proposition que cette quantité d'action, un quantum élémentaire complètement déterminé (ein ganz bestimmtes Elementarquantum), existe:
>
> $$h = 6,55.10^{-27} ergsec$$
>
> On peut alors dire aussi: tout changement dans la nature s'exprime par un nombre déterminé d'éléments d'action (bestimmte Anzahl von Wirkungselement) indépendant du choix du système de référence. On comprend que par cette proposition la signification du principe de moindre action se place sur un nouveau plan. [10, Section II, 12°]

Planck ne démontre pas seulement que h est invariant relativiste, il montre que le principe de moindre action (6), dans la dynamique relativiste du corps noir (voir l'expression de son helmholzien, 3) et des corps massifs, *change de signification* et implique qu'il existe un quantum d'action minimale (8). On s'éloigne ainsi encore davantage d'une action au sens hamiltonien classique du terme (Wirkungselement, Elementarquantum, Zeitintegral[10]). Fermons la parenthèse en constatant que Planck confirme ainsi à sa manière une spécificité irréductible de la RR d'Einstein [18] – par rapport à la RR avec éther (avec ondes) à savoir l'invariance du rapport $E'/\nu' = E/\nu$, qui a bien entendu la dimension d'une action, pour un complexe de lumière (ou un ensemble de quanta de lumière). Einstein écrit en 1905:

> Il est intéressant de noter que l'énergie et la fréquence d'un complexe de lumière se modifient, d'après les mêmes lois, avec l'état de mouvement de l'observateur.[2, §8]

La proportionnalité énergie-fréquence (incompatible avec la RR classique de Poincaré) est le point de départ de Louis de Broglie pour la mécanique ondulatoire [31].

3 Le principe de moindre action de Helmholtz, l'invariance relativiste de la loi du corps noir et le travail de (mise en) translation des corps

Après avoir établi les équations de la dynamique relativiste des masses ponctuelles en mouvement (1906), Planck propose un traitement très semblable pour les corps ou les systèmes en mouvement dans son article[11] de 1907: "Sur la dynamique des systèmes en mouvement" [10].

> Introduction
>
> Première section: 1° Dynamique d'une cavité de rayonnement noir en mouvement

[10]En fait c'est Minkowski qui montre indirectement l'invariance de l'action dans la RR sans éther à partir de sa fameuse "Zeitintegral" sur le "Zeitelement" qui conduit au "Eigenzeit"[6].

[11]Planck ne met aucun sous-titre pour les différents paragraphes développés. Nous mettons ainsi entre parenthèses les contenus approximatifs des paragraphes envisagés de cette contribution fondamentale de Planck sur la thermodynamique et la dynamique relativiste.

> Deuxième section: Principe de moindre action et principe de relativité (extraits):
> 2° (principe de moindre action)
> 3° (principe de relativité)
> 4° (invariance de l'entropie)
> 12° (invariance de la constante de Planck, h)

Dans son introduction Planck met en évidence les deux questions essentielles de cet article : la dynamique relativiste du corps noir, considéré comme corps d'épreuve[12] et la dynamique des corps (ou des systèmes) en général. Comme l'article de Poincaré en 1905, cet article de Planck est construit sur une synthèse entre un principe de moindre action (Helmholtz) et un principe de relativité (Einstein). Pour Planck il s'agit du principe de relativité d'Einstein et du principe de moindre action de Helmholtz :

> Nous nous demandons quels sont les fondements exacts de la dynamique générale; il reste en réserve parmi tous les principes connus le principe de moindre action, qui, comme l'a montré Helmholtz comprend la mécanique, l'électrodynamique et les deux principes de la thermodynamique dans leur application aux processus réversibles. C'est dans un tel principe que la loi de rayonnement d'une cavité (Hohlraumstrahlung) en mouvement est aussi contenue, comme je l'ai montré en particulier.[10]

Cette inclusion de deux principes de la thermodynamique (réversible) dans le principe de moindre action helmholtzien contraste avec l'approche hamiltonienne du principe de moindre action dans la RR avec éther de Poincaré (lagrangien électromagnétique). Planck précise le contenu de ce principe de moindre action dans la deuxième section de son travail (nous mettons en italique les grandeurs thermodynamiques lorsqu'il y a ambiguïté, T pour énergie cinétique et T pour température ; il n'y a pas d'ambiguïté pour F car lorsqu'il y a des composantes, il s'agit bien entendu de la force $\mathbf{F}$; il en va de même pour la pression p et l'impulsion $\mathbf{p}$):

---

[12] Laue écrit dans son traité sur la relativité: "Ce travail joue un rôle dans l'histoire de la science parce que Planck avait besoin pour fonder la dynamique des corps en mouvement, d'un corps d'épreuve complètement connu dynamiquement. Il a pu utiliser pour cela, en se basant sur la thèse de Mosengeil, le rayonnement du corps noir." [6]

> On change l'état du corps de façon réversible, en suivant Helmholtz à partir des équations différentielles courantes (flie*β*enden Differentialgleichungen) du principe de moindre action:
>
> $$\frac{d}{dt}(\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}) = F_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}\right) = F_y, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{z}}\right) = F_z \qquad (9)$$
>
> $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right) = p, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right) = S \qquad (10)$$
>
> Ici H, le potentiel cinétique du corps, est défini comme une fonction des cinq variables indépendantes ci-dessus, parmi lesquelles cependant les composantes de la vitesse **v** sont reliées par v, et où F est la force motrice exercée sur le corps de l'extérieur.[10]

Les équations de Helmholtz (9 & 10) contiennent donc deux variables thermodynamiques (V et T) et une seule série de variables mécaniques (les vitesses mais pas les coordonnées, on reconnaît les 3 premières équations helmholtziennes "déguisées" en équations lagrangiennes (3) de l'article précédent).

Planck ne précise pas ce qu'il faut entendre par "corps" mais précise que ces équations helmholtziennes pour la dynamique des systèmes se ramènent à celles de la mécanique habituelle ou de la thermodynamique habituelle à condition d'adopter une forme bien déterminée du potentiel cinétique:

> Dans l'application au corps pondérable envisagé jusqu'à présent, on procédait comme Helmholtz par séparation du potentiel cinétique en deux parties:
>
> $$H = \frac{1}{2}Mv^2 - F \qquad (11)$$
>
> M est la masse du corps, constante et F est l'énergie libre du corps, indépendante de **v**. Alors les [3 premières, (9)] équations deviennent les [2 dernières, (10)] équations de la mécanique habituelle et les équations les équations de la thermodynamique habituelle.[10]

Helmholtz a montré, dans un cadre non-relativiste bien entendu, qu'il était aisé de séparer les grandeurs thermodynamiques des grandeurs mécaniques (les vitesses sont dans T) à condition d'admettre un potentiel cinétique ("un helmholtzien") de la forme classique standard (11), $H = T - F$, avec le potentiel thermodynamique "énergie libre de Helmholtz" calquée sur $L = T - U$ avec le potentiel mécanique.

Voyons comment Planck va déterminer la forme du potentiel cinétique non- standard du corps noir. Dans la première section de la "Dynamique d'une cavité de rayonnement noir en mouvement", il souligne le caractère exemplaire du corps noir:

> La cavité de rayonnement noir dans le vide pur est, parmi tous les systèmes physiques, le seul où les propriétés thermodynamiques, dynamiques, électrodynamiques et mécaniques, indépendamment du conflit entre théories spéciales, se laissent déduire avec une exactitude absolue. Son traitement est par-là même exemplaire pour les autres systèmes. (...) Tous les changements du système sont réversibles, autrement dit très lents, et consistent donc à chaque instant en un mouvement stationnaire. [10]

Planck n'est pas le premier à s'être préoccupé, pour paraphraser le titre d'un article célèbre, de "l'électrodynamique des corps noirs en mouvement".

Voyons d'abord la question sous l'angle historique avec les travaux de Hasenhörl (1904 et 1905) [5] et de Mosengeil (1907, "Théorie du rayonnement stationnaire dans une cavité en mouvement uniforme" [8]). Hasenhörl écrit en 1905 dans la "Théorie du rayonnement dans les corps en mouvement":

> Les réflexions thermodynamiques qui suivent sont pratiquement inchangées; la véritable valeur de x' doit seulement être mise à la place de x; on arrive alors à la conclusion qu'il s'ensuit une contradiction avec le second principe de thermodynamique non seulement à cause de l'hypothèse de contraction de Lorentz et Fitzgerald mais aussi parce qu'on doit introduire une hypothèse selon laquelle le pouvoir d'émission d'un corps noir dépend explicitement du mouvement et précisément par le facteur $1-2/3\beta^2$, (...). [5, p592]

Il est intéressant de constater que des physiciens ont tenté de montrer le caractère non fondamental du second principe de la thermodynamique en utilisant par exemple le mouvement brownien (Gouy) mais aussi son "incompatibilité" avec la contraction réelle (variation de volume) de Lorentz (Hasenhörl). Les travaux de Hasenhörl semblaient ainsi montrer que le pouvoir d'émission du corps noir, autrement dit la loi du rayonnement thermique en équilibre, dépendait explicitement du mouvement (uniforme).

La théorie de Lorentz-Poincaré n'est pas fondée sur le second principe de la thermodynamique (pour la théorie d'Einstein, voir [24]). La contraction réelle de Lorentz-Poincaré implique que le corps n'est pas dans le même état d'équilibre thermodynamique (caractérisé par une grandeur d'état S) dans chaque système inertiel (voir §3 & §4). Mosengeil critique la conception de Hasenhörl dès 1907, avant Planck:

> Hasenhörl croyait avoir trouvé un support pour la théorie de Lorentz dans son travail "Zur Theorie der Strahlung in bewegte Körpern". Il avait à l'esprit en effet d'être parvenu à une contradiction avec le deuxième principe de la thermodynamique qu'il pouvait remettre en question avec l'aide de l'hypothèse de Lorentz. Je dois néanmoins prendre position contre le travail de Hasenhörl, ... [8, p867]

La démonstration par Mosengeil de la covariance de la loi du corps noir repose essentiellement sur le concept de transformation thermodynamique adiabatique et réversible ainsi que sur le principe de relativité einsteinien. Mosengeil se sert des formules einsteiniennes des transformations relativistes de l'énergie (moyenne) et de la fréquence pour montrer que la loi du corps noir de Planck (ainsi que de la loi de Stefan-Boltzmann) garde la même forme dans deux systèmes reliés par les TL (équations 57 et 60, p168-169). Mosengeil[13] conclut sa longue démonstration de la covariance relativiste de la loi de Planck:

> On n'a pas besoin, comme nous l'avons vu, d'introduire une hypothèse en relation avec les changements de longueur d'un corps

[13]Il faut noter que cette covariance de la loi du corps noir (dans laquelle interviennent des grandeurs comme la température et des constantes comme h et k) n'est pas une simple opération de calcul formel mais s'appuie sur une analyse des différentes transformations thermodynamiques et notamment sur la transformation de la température par des "accélérations adiabatiques, isochoriques et réversibles" (titre du paragraphe 8°)".

> en mouvement, pour que les lois du rayonnement stationnaire dans un corps en mouvement soient en accord aussi bien avec l'électrodynamique qu'avec la thermodynamique. [8, p904]

La dernière phrase indique que l'approche thermodynamique de Mosengeil n'est pas basée sur l'hypothèse d'une contraction réelle des corps au sens mécanique de Lorentz-Poincaré. Planck arrive aux mêmes conclusions que Mosengeil:

> Ces résultats de même que d'autres propositions apparentées sont en harmonie avec les conclusions issues des recherche de Mosengeil.[10]

Après cette mise en perspective historique, retournons au texte de Planck. La méthode utilisée par Planck (1907) est différente de celle de son élève Mosengeil (1906) car il s'appuie sur le principe de moindre action de Helmholtz et cherche à déterminer non pas le lagrangien du champ électromagnétique comme Poincaré mais le potentiel cinétique du corps noir.

Planck considère, dans la deuxième section ("Le principe de moindre action et le principe de relativité"), un corps qui se trouve dans un état de mouvement défini de la façon suivante:

> Nous considérons dans la suite un corps quelconque constitué d'un nombre donné de molécules du même élément ou d'éléments différents dans un état stationnaire; celui-ci est déterminé par les variables indépendantes V, T et les composantes des vitesses v_x, v_y, v_z du corps le long des trois axes orthogonaux x, y, z d'un système au repos. [10]

Il ne peut donc s'agir que d'un corps en translation (pas de rotation[14]) puisqu'il n'y a qu'une vitesse $\mathbf{v}$. Planck ajoute une note intéressante au mot nombre:

[14] On peut, à ce stade, imaginer un solide incompressible ($\mathrm{d}\, V = 0$) ou un gaz parfait ou encore un gaz de quanta de lumière (selon l'expression einsteinienne). Il est clair que le type de système considéré par Planck est très limité et qu'il ne peut s'agir d'une dynamique relativiste d'un système quelconque de particules en interaction (problème non-résolu de façon satisfaisante aujourd'hui). Ceci justifie le fait que nous utilisons le mot corps à la place de système puisque c'est bien de corps qu'il s'agit dans le travail de Planck. Il y a un aspect singulier dans l'approche de Planck puisque l'énergie cinétique d'un corps non-ponctuel comporte des termes qui ne se réduisent pas à l'énergie cinétique de translation. Mais comme le traitement des corps massifs (§2)

> Ce nombre peut être égal à zéro. Le corps se réduit alors à une cavité de rayonnement (Hohlraumstrahlung) qui a été traitée dans la section précédente (portion d'espace contenant du rayonnement). [10]

Comme le rappelle Laue, le corps d'épreuve, pour la dynamique des systèmes en mouvement, est le corps noir. La première section de l'article était consacrée au mouvement d'une "cavité" de rayonnement dont la masse est nulle. A côté de ce cas particulier (n = 0), il y a aussi l'autre cas particulier envisagé par Planck en 1906 (n = 1) pour lequel le système était constitué d'un seul électron d'Einstein ou un seul point massif. Il faut donc s'attendre à ce que le traitement opéré par Planck pour le point (9 ou 3) et le corps massifs (9 & 10) soient très semblables. Il calcule ainsi la quantité de mouvement et l'énergie totale non plus d'un point massif mais d'un corps massif:

> La quantité de mouvement du corps est alors donnée par les composantes
>
> $$p_x = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}}, p_y = \frac{\partial H}{\partial \dot{y}}, p_z = \frac{\partial H}{\partial \dot{z}}$$
>
> et par la quantité de mouvement résultante
>
> $$\mathbf{p} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{v}}$$
>
> et l'énergie totale du corps par
>
> $$E = v\frac{\partial H}{\partial v} + T\frac{\partial H}{\partial T} - H = \dot{x}p_x + \dot{y}p_y + \dot{z}p_z + TS - H$$
>
> il s'en suit l'équation du principe de l'énergie

---

et des points massifs (§1) est tout à fait semblable, il doit aussi y avoir dans ce cas une rotation du système de coordonnées (cf. note 7). Signalons que le problème de la mise en rotation d'un cylindre rigide dans la RR d'Einstein est un problème délicat qui a fait l'objet d'un article d'Ehrenfest. Le "paradoxe d'Ehrenfest" est sans doute l'élément déterminant qui oblige Einstein à généraliser son principe de relativité (1916). Nous avons proposé une interprétation quantique de cette rotation[23].)

$$dE = F_x dx + F_y dy + F_z dz - pdV + TdS \qquad (12)$$

> avec, dans le membre de droite, le travail de translation, le travail de compression et la chaleur échangée avec l'extérieur.[10]

On retrouve donc une déduction de l'impulsion relativiste tout à fait similaire à celle de 1906 (2) mais qui ne concerne plus cette fois le *point massif* mais un *corps massif.*

En outre Planck indique explicitement dans ce calcul, concernant un corps massif, que l'expression $F_x dx + F_y dy + F_z dz$ dans (4) est un *travail de translation* et non pas un *travail de compression* (pdV): dans la thermodynamique relativiste, c'est le travail moteur qui est nécessaire pour faire passer le corps d'un état de repos à un état de translation uniforme. Les variations de volume (déformation) et les variations d'entropie (échange de chaleur) interviennent également dans la variation d'énergie. Planck écrit alors [10] :

> Toutes ces relations possèdent naturellement une validité pour le cas spécial du pur rayonnement dans une cavité (Hohlraumstrahlung) traité dans la section précédente, comme on peut facilement s'en convaincre en donnant au potentiel cinétique la valeur:

$$H = \frac{\sigma c^4 T^4 V}{3(c^2 - v^2)^2} \qquad (13)$$

On constate ainsi que le "helmholtzien" du corps noir (13) ne correspond pas à la forme classique du helmholtzien (11), autrement dit à la séparation classique de l'énergie cinétique T et du potentiel thermodynamique F. Remarquons en passant que contrairement au potentiel cinétique du point massif (4), Planck n'écrit pas de constante additive dans le potentiel cinétique du corps noir (voir 1, (8), l'invariance du quantum d'action) qui est le corps de référence pour toute la nouvelle dynamique.

Attardons nous ici sur le fait que dans la dynamique relativiste générale des corps massifs de Planck, il est impossible de séparer les grandeurs mécaniques des grandeurs thermodynamiques. Mais qu'en est-il pour la dynamique des points massifs ? Y aurait-il un traitement relativiste différent pour les points massifs et les corps massifs (ce qui du point de vue d'une caractéristique bien connue de la RR einsteinienne serait choquant) ? Il n'en est rien.

Résumons : Planck obtient donc pour la variation de l'énergie totale d'un corps massif en translation (1907) la forme (12):

$$dE = F_x dx + F_y dy + F_z dz - pdV + TdS$$

que l'on peut comparer à l'expression du travail (7) pour un point massif (1906)

$$A = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Dès lors, dans l'article de 1906 sur "le point massif", le travail A peut donc aussi être interprété comme un travail moteur de mise en translation uniforme du système qui accompagne le point massif. Le passage à la limite des corps massifs vers les points massifs ne suppose aucunement la séparation des grandeurs mécaniques et thermodynamiques. Pour passer de la dynamique relativiste des "systèmes" ou des "corps" massifs (Planck-1907) à la dynamique relativiste "des points massifs" (Planck-1906), il suffit d'annuler les variations des grandeurs thermodynamiques S et V en considérant un solide parfaitement rigide en translation ($dV = dS = 0$), autrement dit à "un point matériel", pour passer d'une expression à l'autre[15] .

4 L'invariance de l'entropie et la transformation de Lorentz selon Einstein-Planck

L'invariance relativiste de l'entropie (ou de la pression) est du ressort d'une discipline de la physique considérée sans doute à tort comme un peu marginale, connue sous le nom de thermodynamique relativiste.

[15] Le concept de travail de translation n'est pas toujours très clair dans les exposés de thermodynamique relativiste. Certains auteurs interprètent ce travail, introduit par Planck, comme une compensation d'une variation d'impulsion due à l'émission ou l'absorption de chaleur (rayonnement). Il s'agit pourtant là bien plutôt d'un travail correspondant au troisième terme de l'équation écrite par Planck (TdS). Nous proposons une interprétation du travail de translation (qui permet selon Planck de calculer l'énergie cinétique, voir Einstein 10°).

La démonstration de l'invariance relativiste de ces grandeurs thermodynamiques ne figure que rarement dans les exposés de la RR mais elle se trouve notamment dans le traité de Laue [6]. Laue précise à ce sujet:

> L'inertie de l'énergie a pour conséquence que la dynamique ne peut être complètement traitée sans traiter aussi la thermodynamique. On le verra par exemple dans l'hydrodynamique. Pour adapter la thermodynamique au principe de relativité, nous devons rechercher avant tout comment le concept le plus important, au point de vue quantitatif, l'entropie, se comporte dans une TL. [5, p267]

La thermodynamique relativiste est une discipline hautement controversée sur des questions comme la variance de la température ou de la chaleur; les résultats concernant ces deux grandeurs (T et Q), de Planck-Einstein (1907) ont été inversés en 1963 par le physicien Ott en suivant du reste une suggestion formulée par Einstein lui-même en 1952. Il existe depuis cette date deux écoles principales de thermodynamique relativiste avec une série de variantes. Einstein adopte en 1907 les formules de Planck qui établissent la même variance pour le volume et la température:

Le statut quelque peu étrange de la thermodynamique relativiste invite à se poser des questions sur les relations quelque peu "spéciales" qu'entretiennent la RR sans éther et la thermodynamique. L'existence de plusieurs écoles au sein de cette discipline tient au fait qu'il n'y a pas de définition univoque, notamment de la température dans un système en mouvement.

Le but n'est pas ici de prendre parti pour l'une ou l'autre école ni de rentrer dans la complexité de la démonstration de la covariance de la loi du corps noir [21, p138-139] mais d'approfondir un point précis sur lequel il y a unanimité, à savoir l'invariance de l'entropie (pour montrer que la loi du corps noir est covariante, il faut que l'entropie, représentée par la constante de Boltzmann k, soit invariante).

Planck présente en 1907 un programme de recherche systématique des invariants relativistes:

> Notre tâche doit maintenant être de déterminer la relation entre chaque grandeur utilisée jusqu'ici et la grandeur semblable primée. Ceci peut, comme il sera montré, se passer en toute clarté

> en calculant par exemple à partir de l'énergie du corps au repos, l'énergie du corps dans un autre système qui possède une vitesse finie.[10, 4°]

Il poursuit à propos de l'entropie dont l'invariance est indispensable pour assurer l'invariance de la loi du corps noir:

> Nous voulons à présent démontrer que l'entropie d'un corps considérée par rapport au système primé possède la même valeur que par rapport au système non primé. On pourrait baser cette preuve sur le lien étroit entre l'entropie et la probabilité, dont la valeur ne peut dépendre du choix du système de référence. Cependant nous obtenons ici directement cette preuve indépendamment du concept de probabilité. [10, 4°]

Laue donne dans ses ouvrages de 1911 (RR) et 1921 (RR+ RG), une démonstration à partir de la probabilité[16] et du principe de Boltzmann. Nous avons montré que l'invariance du principe de Boltzmann ($S = klnW$) était au coeur même de la cinématique des événements indépendants d' Einstein et qu'elle caractérisait fondamentalement la RR sans éther par rapport à la RR avec éther [24].

Il vaut évidemment la peine de confirmer un résultat aussi inédit d'une manière indépendante. La démonstration de Planck[17]("in extenso") de l'invariance relativiste de l'entropie est la suivante (cette démonstration est intégralement citée et approuvée par Einstein en 1907 dans le paragraphe 16° "Entropie et température d'un système en mouvement"):

> Nous considérons un corps à l'état de repos dans le système de référence non primé (K), qui se trouve amené dans un deuxième état de repos dans le système de référence primé (K') par un quelconque processus réversible et adiabatique. On caractérise

[16] Il est possible que Planck cherche à éviter une démonstration à partir des probabilités a priori étant donné son désaccord avec Einstein sur la définition de la probabilité qui se manifestera explicitement au Congrès Solvay à Bruxelles de 1911. Einstein lui rend d'ailleurs la politesse et ne parle pas non plus de ses probabilités "a posteriori" dans son travail de 1907.

[17] Möller publie un article en 1973 [22] où il reprend la démonstration de Planck de l'invariance de l'entropie qui se retrouve également dans les exposés de Laue [5] et de Pauli [21].

l'entropie du corps pour le système de référence non-primé dans l'état initial par S_1 et dans l'état final par S_2, telle que en raison de la réversibilité et de l'adiabasie $S_1 = S_2$. Mais pour le système de référence primé le phénomène est aussi réversible et adiabatique, nous avons donc aussi $S'_1 = S'_2$. Supposons que S'_1 ne soit pas égal S_1 et que nous ayons par exemple $\mathrm{S}'_1 > S_1$: l'entropie d'un corps est, pour le système par rapport auquel il est en mouvement, plus grande que celle pour laquelle le système est au repos.

Selon cette thèse, nous devons avoir aussi $S_2 > S'_2$; en effet dans le deuxième état, le corps est au repos dans le système de référence primé pendant qu'il est en mouvement pour le système non-primé. Ces deux inéquations se contredisent compte tenu des deux équations établies plus haut. De la même façon nous avons $S_1 > S'_1$, donc $\mathrm{S}'_1 = S_1$ et en général

$$S = S' \tag{14}$$

ce qui signifie que l'entropie d'un corps ne dépend pas du choix du système de référence. [10, 4°]

L'invariance de l'entropie ne va pas de soi. Si l'on accélère brusquement (instantanément) un piston avec une vitesse v, on modifie l'état d'équilibre du fluide dans le voisinage du piston. La démonstration de Planck s'appuie sur la possibilité d'effectuer lentement des transformations, autrement dit sans modifier l'état d'équilibre du système[18]. Ce sont les transformations isentropiques (TI), réversibles et adiabatiques.

La première phrase de Planck signifie clairement qu'il considère un système qui passe de l'état de repos dans K à l'état de mouvement v

[18]Le fait que la démonstration de Planck soit basée sur l'équilibre thermodynamique ne signifie pas, selon Laue, que l'invariance de l'entropie ne soit plus valable hors de l'équilibre. Laue reprend la démonstration de Planck et ajoute: "L'entropie est un invariant pour la TL. La démonstration donnée ne se rapporte qu'aux états d'équilibre. La définition générale de l'entropie repose sur sa relation avec la probabilité (Boltzmann), dans laquelle cette dernière est déterminée par le nombre de toutes les dispositions qui donnent un même état thermodynamique par rapport à l'équilibre". Il semble très difficile de montrer l'invariance de la probabilité classique étant donné qu'on cherche toujours aujourd'hui une mécanique statistique relativiste. Si on inverse le principe de Boltzmann, comme le jeune Einstein, et si on met en évidence le lien de la probabilité ainsi redéfinie avec l'indépendance des événements, on déduit [19] que la loi S=klnW est la loi invariante dans l'énoncé originel du principe de relativité d'Einstein.

dans K (donc de repos dans K’) par une transformation isentropique. La démonstration de Planck revient donc à établir une identité entre les TL (passer de K à K’) et les TI (passer de l’état 1 à l’état 2). Autrement dit l’invariance relativiste de l’entropie (14) signifie que les deux propositions suivantes sont équivalentes:

Le système change d’état (1→2) au moyen d’une transformation réversible et adiabatique ($S_1 = S_2$)

Le système non primé se transforme en système primé (K→K’) au moyen d’une transformation de Lorentz ($\mathrm{S} = S'$)

La démonstration de Planck revient à mettre en parallèle le concept mécanique de repos (dans K ou K’) et thermodynamique d’équilibre (état 1 ou état 2): les corps sont dans un état d’équilibre 1 et 2 ou dans un état de repos dans le système inertiel non-primé ou primé. En effet le raisonnement de Planck revient à admettre que l’entropie - pas plus que la vitesse c de la lumière selon Einstein - dans chacun des deux systèmes (K et K’) ne peut dépendre de la vitesse puisqu’elle elle ne dépend pas du signe de la vitesse: l’entropie est indifférente (transformation réversible) au changement de v en - v (la transformation inverse).

Rappelons que selon Einstein “l’importance de la transformation de Lorentz dépasse le cadre des équations de Maxwell”. On peut donc formuler l’hypothèse [cf. aussi 21] que l’invariance relativiste de l’entropie permet de singulariser l’approche de la RR sans éther par rapport à l’approche relativiste de Poincaré.

Nous suggérons dès lors de renverser les rapports entre thermodynamique et cinématique relativistes[19] .

Que voulons nous dire par-là ? Cela signifie que la démonstration de Planck n’est pas vraiment une démonstration, c’est une *définition* car l’invariant fondamental de la cinématique d’Einstein est l’entropie [cf. aussi 20]. Comment pouvons-nous montrer une telle proposition ?

Constatons tout d’abord que les TL réversibles et adiabatiques s’accordent parfaitement avec le mouvement lentement accéléré de l’électron d’Einstein (annexe & 1) puisqu’en effectuant une suite de TL pour déduire les équations du mouvement, il fait passer chaque fois son électron ponctuel sans accélération et sans qu’il émette de la lumière de l’état de vitesse o à l’état de vitesse v (où il est à nouveau au repos).

[19]Nous appliquons la méthode suggérée par Rosenfeld [22] qui consiste à chercher à résoudre une contradiction (ici entre Einstein et Poincaré) en partant des formes les plus extrêmes dont elle est susceptible.

Mais cela nous le savions déjà car Planck avait montré que l'électron d'Einstein s'intégrait harmonieusement dans le principe de moindre action de Helmholtz basé sur les transformations réversibles et adiabatiques.

Mais l'électron ponctuel d'Einstein (annexe) n'a pas de volume et dans la cinématique d'Einstein les tiges rigides ont une longueur (§2).

Pour montrer que l'entropie est l'invariant fondamental de la cinématique des tiges rigides ou qu'il existe une thermodynamique (des corps rigides) en amont de la cinématique einsteinienne elle-même, nous devons introduire un volume (ou une longueur bien entendu).

4.1 La thermodynamique (S, V) en amont de la cinématique einsteinienne

Planck caractérise le travail donné par cette même expression de travail de translation. L'expression générale pour la dynamique des corps en mouvement de Planck en 1907 est la suivante (13):

$$dE = F_x dx + F_y dy + F_z dz - pdV + TdS \tag{15}$$

Si on considère un corps étendu à volume constant et à entropie constante ($dV = dS = 0$), cela revient à prendre un corps solide parfaitement rigide. Si on considère un point ou un électron einsteinien, on a: $A = F_x dx + F_y dy + F_z dz$. Or, la cinématique einsteinienne est essentiellement une cinématique des corps rigides[20]. Avant même (paragraphe 10°) d'accélérer lentement un électron (microscopique ponctuel) dans la partie *électrodynamique* de l'article de 1905, Einstein avait déjà fait passer un corps macroscopique (un système de coordonnées de tiges rigides) de la vitesse 0 à la vitesse v (paragraphe 3°) dans la partie *cinématique* de son travail.

Il est nécessaire de lire attentivement les deux articles fondamentaux d'Einstein sur la RR (1905 & 1907) :

[20]Remarquons que l'on retrouve les deux grandeurs fondamentales S et V qui caractérisent l'ensemble d'événements indépendants ou de points de lumière indépendants d' Einstein qui nous avait permis de mettre en évidence [19] le lien tout à fait fondamental qui existait entre l'article sur les quanta de lumière [1] et l'article sur la cinématique relativiste [2]. (tiges, systèmes de coordonnées, règles).

1ère étape : systèmes K et k préparés à l'état de repos

> Soient K et k deux systèmes de référence équivalents; on veut dire que ces systèmes possèdent des règles étalons de même longueur et des horloges donnant les mêmes indications, la comparaison entre ces objets s'effectuant lorsqu'ils sont en repos relatif (im Zustande relative Ruhe miteinander) [3, §1]

2ème étape : "mise à feu" du boost k

> Communiquons (Es werde nun dem Anfangspunkte ... erteilt) maintenant à l'un de ces systèmes (k) une vitesse (constante) v dans le sens des x croissants par rapport à l'autre système au repos (K), vitesse qui se communique aux axes des coordonnées, à la règle et aux horloges.[2, §3]

3ème étape : comparaison avec la TL des longueurs identiques dans K et k

> En vertu du principe de relativité, la longueur(...) que nous convenons d'appeler "longueur de la barre dans le système en mouvement" doit être identique à "la longueur L de la barre au repos" [2, §2]
> Quand à la "longueur de la tige (en mouvement) dans le système au repos", nous la déterminerons en nous appuyant sur nos deux principes [avec TL] et montrerons qu'elle est différente de L. [2, §2]

Les tiges sont identiques dans K et k après le passage de o à v, ce qui implique bien entendu une hypothèse adiabatique d'ailleurs explicitement formulée par Einstein en 1907 dans une note qui porte sur le mot "identique" dans la démonstration qu'Einstein effectue pour montrer que le facteur d'échelle[21] $\varphi(v) = 1$:

> Cette conclusion est fondée sur l'hypothèse physique que ni la longueur d'une tige ni le rythme d'une horloge ne subissent de modification définitive lorsque ces objets sont mis en mouvement puis ramenés au repos".[3, §3]

[21] On voit ici la raison sans doute la plus importante pour laquelle la RR actuelle est dans un état de mélange. Si on veut séparer les deux composants du mélange il suffit de noter que la dépendance du facteur d'échelle en fonction de la vitesse φ(v) et l'hypothèse adiabatique sont en contradiction chez Einstein puisque la tige retrouve un état identique dès que sa vitesse de croisière v est atteinte (chez Poincaré elle est réellement contractée). Mais c'est l'hypothèse adiabatique qui doit prévaloir puisque la préparation identique des étalons découle directement chez Einstein de son principe de relativité. Le facteur d'échelle ne peut donc pas dépendre de la vitesse dans la RR sans éther d'Einstein. Nous suivons en cela Fock qui a montré que le principe d'identité implique φ^2(x, y, z, t) = 1 [22 et 26].

Les deux systèmes K et k sont préparés identiquement à l'état de repos (1ère étape). Il suffit d'accélérer le corps (la tige) rigide lentement (2ème étape), de façon thermodynamiquement réversible, ($dS = 0$) et d'admettre que le corps ne subit pas de variation de volume (la tige ne subit pas de variation de longueur) ($dV = 0$) et atteint sa "vitesse de croisière" v avec un volume identique (une longueur identique). Soulignons que le volume est un invariant adiabatique et non pas bien entendu un invariant relativiste. En effet (3ème étape) on applique les TL isentropiques (S = S') pour mettre en évidence la contraction réciproque des volumes (des longueurs) d'un système à l'autre.

La tige "rigide" d'Einstein ne subit pas un travail de compression mais un travail de translation (voir fin du 4). La *mise à feu des boosts* einsteiniens se traduit donc par le travail de *mise en translation* formulé par Planck.

Les transformations isentropiques ($dS = 0$) et isochoriques ($dV = 0$) permettent d'interpréter physiquement et non pas métaphysiquement (cf. Bell ou Bohm qui cachent l'éther de Lorentz-Poincaré) le problème du rapport entre les TL et le phénomène de contraction des longueurs. Dans la RR d'Einstein-Planck[22], les corps (ou les tiges) sont à volume V constant (ou à longueur constante) dans le même état d'équilibre thermodynamique caractérisé par S dans tout système inertiel.

Comme Laue le souligne dans son traité de 1911, il ne peut y avoir de tige rigide chez Einstein au sens de la mécanique classique. La rigidité ne peut avoir un sens mécanique car les tiges rigides ne sont pas déformables ou élastiques par définition. Si on introduit des tiges élastiques et des systèmes de coordonnées élastiques (curvilignes), on change la nature de la théorie et on passe à la relativité générale. C'est d'ailleurs la réponse historique d'Einstein à la question de la rigidité. Par contre la rigidité au sens thermodynamique (voir fin du 4) du terme est parfaitement compatible avec la rigidité de la cinématique einsteinienne.

4.2 La théorie quantique en aval de la cinématique einsteinienne

Nous avons montré que l'entropie a le statut d'invariant relativiste fondamental et le volume celui d'invariant adiabatique. Il est bien connu que l'hypothèse d'adiabadicité au sens thermodynamique d'Ehrenfest[23]. Un premier indice

[22]Dans la logique de Poincaré (4), le travail mécanique de déformation exercé par une force non-électromagnétique est indispensable pour assurer l'équilibre statique des forces agissant sur un électron (déformable) idéal au repos dans l'éther; s'il est en mouvement l'état d'équilibre mécanique est maintenu grâce à l'action d'une force réelle qui entraîne une contraction réelle.

[23]Van der Waerden rappelle à cet égard l'importance de l'hypothèse adiabatique dite d'Ehrenfest comme principe heuristique dans le développement de la théorie quantique: " Two important heuristic principles have guided quantum phycicists

troublant est que Planck déduit les équations du mouvement (différentielles en principe) d'un point massif des équations d'Einstein de l'électron qui change de vitesse sans émettre de radiation. Un électron peut donc tourner autour d'un noyau sans émettre de radiation. C'est une idée développée par Bohr en 1913 qui n'a pas la réputation d'être classique.

Mais il y a plus. Il est facile de montrer en s'appuyant comme à l'accoutumée sur une lecture attentive des textes d'Einstein que le concept d'identité des tiges ou des horloges ne peut être que quantique. Einstein identifie explicitement ses horloges à des atomes “producteurs de raies spectrales”:

> Etant donné que le processus oscillatoire correspondant à une raie spectrale doit vraisemblablement être considéré comme un processus intra-atomique, dont la fréquence n'est déterminée que par l'ion, nous pouvons considérer cet ion comme une horloge de fréquence définie ν_0; cette fréquence est celle que l'on obtient, par exemple, lorsque l'on étudie la lumière émise par des ions de même nature au repos relativement à l'observateur. [3, p 93]

L'identité de toutes ces horloges dans le référentiel d'inertie est réalisée concrètement par des ions ou des atomes de même nature; ces ions possèdent la même fréquence dans chaque système de référence inertiel. En d'autres termes la fréquence d'oscillation donne un temps “interne” identique dans tout le système inertiel.

L'identité spectrale des atomes est incompréhensible dans un cadre classique. Elle ne peut se justifier que dans un cadre quantique. Weiskopf écrit à cet égard:

> L'idée maîtresse de la théorie quantique, je l'ai dit, c'est l'idée d'identité. Deux atomes d'or, de fer ou d'hydrogène sont partout identiques ... Si l'on reste au cadre de la mécanique classique, il est évident que dans un système d'atomes en équilibre thermique, à une température donnée, l'énergie thermique, devrait être également répartie dans tous les modes de mouvements.
>
> C'est d'ailleurs ce que Ludwig Boltzmann faisait remarquer en 1890. Donc si un morceau de matière est chauffé, les électrons devraient tournoyer plus rapidement, les protons vibrer plus intensément à l'intérieur du noyau, les parties dont sont constitués

during the period 1913-1925. Ehrenfest's adiabatic hypothesis and Bohr's principle of correspondence. The adiabatic hypothesis, first formulated by Ehrenfest in 1913 (“A theorem of Boltzmann and its connection with the theory of quanta”): if a system be affected in a reversible adiabatic way, allowed motions are transformed into allowed motions”. The name adiabatic hypothesis is due to Einstein, as Ehrenfest states in his paper”[28]. joue un rôle essentiel dans la naissance de la conception quantique.

> les protons se mouvoir plus vite, etc ... Pourtant ce n'est pas ce qui se passe ! Seuls les mouvements externes des atomes sont modifiés. L'énergie thermique ne pénètre pas dans l'atome et ne touche pas à ses degrés internes de liberté si la température ne dépasse pas quelques milliers de degrés.
>
> Pour le comprendre, il faut penser la structure de l'atome dans des termes différents de ceux de la mécanique classique. Comprendre l'identité de l'atome, c'est comprendre le concept d'état quantique établi par Bohr dans la première période de son activité scientifique. [29, p51]

Weisskopf rappelle à cet égard que N. Bohr s'est appuyé, pour introduire sa définition révolutionnaire de l'état d'un système physique, sur les travaux de thermodynamique statistique de Planck (1900) et d'Einstein (1905) qui sont à l'origine de l'introduction des quanta (de lumière et d'action dans la physique contemporaine[24] .

On pourrait cependant objecter à cette argumentation de Weisskopf que si les atomes ne montrent pas "d'usure", cela n'interdit pas en soi une représentation classique. Weisskopf souligne dans un autre texte [30] que le concept d'identité quantique suppose la finitude du nombre de caractéristiques:

> Within the framework of prequantum concepts two objects could not be identical in every respect since in principle prequantum physics requires an infinite set of indications for the full description of an object. It could always differ in some very small detail. The orbit of an electron around the nucleus differs by some amount. Indeed it would be extremely improbable to find two atoms with exactly the same electrons orbit. Therefore a new conceptual framework was needed in which the state of a system is fully define in all his qualities by a finite set of indicators. This new framework was quantum mechanics and its leading concept is quantum state.[30]

La représentation quantique des atomes signifie qu'ils sont identifiables par leurs spectres c'est-à-dire identifiables par un nombre fini de "fréquences bien

[24]Weisskopf précise: "Comment expliquer aussi, mais c'est exactement la même question, l'identité des atomes d'une matière donnée ? Soit deux morceaux d'or, extraits dans deux mines distinctes, l'un en Amérique, l'autre en Asie, et traités selon des procédés très différents: toutes les propriétés de chaque atome d'or sont fixées et complètement indépendantes de son histoire passée. Comment expliquer cette identité si l'on se fie à l'idée d'un système planétaire régi par la mécanique classique? Si le modèle de Rutherford s'avérait correct, si l'atome était vraiment un système planétaire semblable au système solaire, on s'attendrait à ce que la forme particulière et la dimension des orbites dépendent de l'histoire passée du système."[30]

déterminées". Ce sont ces fréquences bien déterminées ("chemische Element mit Sprektrallinien von bestimmter Frequenz", [4]) qui constituent l'objection fondamentale d'Einstein contre la conception de Weyl (1917) à propos de la *définition locale* des unités dans la RG (Relativité Générale), c'est-à-dire dans la RR. Einstein n'a pas seulement besoin *d'horloges-atomes identiques* mais d'horloges identiques caractérisées par des (fréquences) durées finies identiques (des "unités" de temps).

Les caractéristiques finies du spectre d'émission des atomes sont incompréhensibles dans un cadre classique. L'objection selon laquelle il suffit de considérer un pendule au sens mécanique n'est pas valable. En effet les composants mécaniques (tiges, fils tendus, etc) de ce dernier subissent inexorablement des déformations lorsqu'il est accéléré pour être installé dans l'autre système d'inertie (contraction réelle de Poincaré, 4). Seuls deux atomes de même espèce sont dans un état fondamental quantique identique dans les deux systèmes d'inertie. L'atomisme d'Einstein, dans ses jeunes années, va même plus loin puisqu'il développe l'hypothèse des "atomes de lumière" ou des "quanta de lumière" en janvier 1905:

> Un rayonnement monochromatique de faible densité (dans les limites du domaine de validité de la loi de Wien) se comporte, par rapport à la thermodynamique, comme s'il était constitué de quanta d'énergie (unabhängigen Energiequanten), indépendants les uns des autres, de grandeur hν ."[1]

La conception quantique du spectre des atomes va donc de pair avec celle du rayonnement noir: le rayonnement strictement monochromatique fournit une unité de temps identique dans les deux systèmes K et k. Cette unité peut donc être considérée comme un quantum, exactement comme la fréquence.

Nous sommes désormais en mesure de pouvoir affirmer qu'Einstein (1905) et Planck (1906-1907) sont à l'origine de l'introduction des quanta au sens d'unités identiques de temps - autrement dit de fréquence - ou de longueur d'onde dans la théorie la plus importante de la physique contemporaine, à savoir la RR.

5 L'invariance de l'action hamiltonienne et la transformation de Lorentz selon Poincaré

Nous devons maintenant démontrer que la dynamique relativiste de Poincaré induit une autre cinématique relativiste que celle d'Einstein et un autre usage des TL que celui de la RR avec entropie invariante. Si tel n'était pas le cas, le lien entre la thermodynamique et la cinématique relativistes d'Einstein ne serait qu'une curiosité historique sans fondement physique véritable.

Poincaré induit les TL de la covariance des équations de Maxwell dans le §1 de son travail fondamental de 1905 "La dynamique de l'électron" :

> Ces équations sont susceptibles d'une transformation remarquable, découverte par Lorentz, et qui doit son intérêt à ce qu'elle explique pourquoi aucune expérience n'est susceptible de nous faire connaître le mouvement absolu de l'univers. Posons:
>
> $$x' = kl(x + \varepsilon t), \quad y' = ly, \quad z' = lz, \quad t' = kl(t + \varepsilon x) \qquad (16)$$
>
> l et ε étant deux constantes quelconques. [14, §1]

Poincaré obtient dans ce premier paragraphe[25] les expressions "relativistes" de la transformation de la densité, de la force, du potentiel mais il ne s'agit pas encore à ce stade d'une théorie "relativiste" puisqu'il y a deux réferentiels, le premier (non primé) est celui de l'éther et le second (primé) celui en mouvement par rapport à l'éther.

En effet, si on introduit un troisième référentiel, on ne sait pas comment encore on doit le relier au second. Je fais mienne une remarque de G. Lochak : "ce n'est pas la relativité au sens cinématique car ε n'est pas une vitesse". Et de fait dans le texte fondamental, Poincaré précise que : "l et ε [sont] deux constantes quelconques". J'ajouterais même qu'à ce stade il serait absurde de parler de vitesse car le mouvement absolu étant impossible à mesurer, on aurait une cinématique fondée sur le caractère non-mesurable des vitesses !

De plus il n'y a, à cet stade, aucun lien avec la mécanique, il s'agit des "l-ε−TL" les plus générales (à deux paramètres indépendants) qui laissent invariantes les équations de Maxwell[26] .

Poincaré doit d'abord relier ses "l-ε−TL" avec la mécanique. Dans les deux paragraphes suivants, il cherche un invariant mécanique fondamental pour construire une "mécanique nouvelle". Il montre ainsi l'invariance de l'action hamiltonienne construite à partir du lagrangien du champ électromagnétique par la TL:

> Voyons si le principe de moindre action nous donne raison du succès de la transformation de Lorentz. Il faut d'abord voir ce que cette transformation fait de l'intégrale:

[25]Version du résumé, Académie de Paris: "Le point essentiel, établi par Lorentz, c'est que les équations du champ électromagnétique ne sont pas altérées par une certaine transformation (que j'appellerai de Lorentz) et qui est de la forme suivante: x' = k l (x + ε t), y' = l y, z' = l z, t' = k l (t + εx) , x, y, z sont les coordonnées et t le temps avant la transformation et x', y', z' et t' après la transformation". [12a]

[26]Le principe de relativité de Poincaré stipule que les équations de Maxwell, dans lequelles figure la constance c de la vitesse de la lumière, sont invariantes. Poincaré précise qu'il choisit les unités d'espace et du temps de telle manière que c =1. Mais cela ne signifie pas qu'il choisit les unités de la même manière qu'Einstein car il n'y a pas de second principe d'invariance de la vitesse de la lumière chez Poincaré mais un autre second principe (voir plus loin, 4).

$$J = \int dtdV \frac{1}{2}(\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2) \tag{17}$$

Poincaré a déjà à ce stade deux invariants : le quadrivolume $dt'dV' = l^4 dt\ dV$ (invariant géométrique *fondamental* de la RR Poincaré [19]) et l’invariant du champ électromagnétique $l^4(E'^2 - H'^2) = E^2 - H^2$. C’est suffisant pour avoir l’invariance de l’action du champ électromagnétique par la TL à condition que:

> Il faut toutefois, pour que cette égalité $J = J'$ soit justifiée, que les limites d’intégration soient les mêmes; jusqu’ici nous avons admis que t variait depuis t_0 jusqu’à t_1, et x, y, z depuis -∞ jusqu’à +∞. A ce compte, les limites d’intégration seraient altérées par la transformation de Lorentz; mais rien ne nous empêche de supposer t_0= -∞, t_1 = +∞; avec ces conditions, les limites sont les mêmes pour J et J’.[14]

La quatrième TL (qui définit *le temps local* chez Poincaré) implique bien entendu que les bornes d’intégration sur le temps varient puisqu’on n’a pas t = t’ comme dans la transformation de Galilée. La RR de Poincaré étant induite d’une théorie de l’éther ou du champ continu, il choisit les limites d’intégration de $-\infty$ jusqu’à $+\infty$, l’action ainsi définie demeurent invariante :

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} dtdV \frac{1}{2}(\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2) \tag{18}$$

Ceci contraste singulièrement avec le choix opéré par Planck (suivi en cela par Minkowski, voir étude ultérieure sur la géométrie de chaque RR) qui intègre sur un *laps de temps fini* (6) & (8). L’invariance de l’action chez Poincaré n’a rien à voir avec la proportionnalité énergie-fréquence d’un ?? de luimière (Einstein) ou avec le quantum d’action (Planck).

A ce stade Poincaré a une mécanique électromagnétique, dans le sens de Langevin, mais pas encore une mécanique relativiste. Il apporte ensuite dans son §4 un élément radicalement nouveau par rapport à Lorentz en montrant que les TL forment groupe d’abord dans leur forme mathématique générale où le facteur d’échelle l est quelconque:

> Il importe de remarquer que les transformations de Lorentz forment un groupe. Si l’on pose en effet:

$$x' = lk(x + \varepsilon t), y' = ly, z' = lz, t' = kl(t + \varepsilon x)$$

et, d'autre part

$$x" = l'k'(x' + \varepsilon t'), y" = l'y, z" = l'z, t" = l'k'(t' + \varepsilon' x')$$

il viendra

$$x' = l"k"(x + \varepsilon" t), y' = l"y, z' = l"z, t" = l"k"(t + \varepsilon" x)$$

avec

$$\varepsilon" = \frac{\varepsilon + \varepsilon'}{1 + \varepsilon\varepsilon'}$$

[14, §4]

Rien ne prouve encore à ce stade que ε représente une vitesse. Poincaré montre que l'on peut ramener le problème à deux dimensions (x,t) au moyen de deux rotations spatiales euclidiennes (les "l-$\varepsilon-$TL" mathématiques, précédées et suivies d'une rotation). Mais Poincaré va plus loin en cherchant à donner au stade suivant, un *sens physique* à la notion mathématique de groupe:

> Pour notre objet, nous ne devons considérer qu'une partie des transformations du groupe; nous devons supposer que l est une fonction de ε, et il s'agit de choisir cette fonction, de façon que cette partie du groupe forme encore un groupe.[14, §4]

Poincaré ne dit pas explicitement que sa "constante quelconque" ε est une vitesse mais il dit que "pour notre objet" (donc pour démontrer le principe physique de relativité), il faut que le paramètre l ne dépende que de ε . Quelle peut être la signification physique de la constante ε si ce n'est une vitesse? Poincaré traite d'ailleurs explicitement au § 6 (dynamique de l'électron déformable) de la vitesse du centre de gravité de l'électron comme étant (-ε, 0, 0). Il en va de même dans son cours à la Sorbonne[27] de 1906-1907 (l'ébauche d'une cinématique vient après 1905). Mais même alors ce n'est pas une vitesse

[27]Poincaré dit au sujet des ε-TL : "Choisissons les unités de façon que la vitesse de la lumière soit égale à 1. Alors toutes les vitesses seront très petites. Posons: x' = k (x + εt), y'= y, z' = z, t' = k (t + εx), ε est une constante. Quelle est la signification de ε? La vitesse de translation du système dans le sens de l'axe x et a pour valeur -ε. En effet, un corps entraîné dans le mouvement de translation paraît fixe, donc x = const, x' = x + εt = const. et v = -ε." [18, mes italiques]. Ceci justifie notre tentative de développer l'ébauche d'une cinématique que l'on trouve chez Poincaré.[23]

au sens d'Einstein car la *convention de synchronisation*[28] n'est pas la même [22 et 25].

La structure de groupe des ε-TL (implique que la fonction $l(\varepsilon)$ doit être telle que $l(\varepsilon) = 1$, (voir note 21 pour le facteur d'échelle chez Einstein):

$$x' = k(x + \varepsilon t), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = k(t + \varepsilon x) \qquad (19)$$

Seule une vitesse relative par rapport à l'éther possède donc un sens physique.

L'éther n'est pas supprimé (ni caché[29]). C'est un éther relativiste[30] dans le sens où – pour tout couple de systèmes inertiels - on peut toujours choisir cet éther, qui ne possède aucun état de mouvement singulier, *par définition* au repos (ou *conventionnellement* au repos) dans l'un des deux systèmes mais alors l'autre système est en mouvement par rapport à l'éther ainsi defini (ce qui est fondamental à la fois pour la représentation de la lumière et la convention de synchronisation basée sur la dualité temps vrai –temps local, les deux questions étant indissociables) [23]. Ceci est corroboré par le fait que Poincaré laisse entendre dans son introduction que ε représente l'aberration de la lumière, autrement dit, une *vitesse relative* par rapport à l'éther.

A ce stade la mécanique (§ 2 & 3) électromagnétique (§ 1) relativiste (§ 4) de Poincaré semble établie sur la base d'un seul principe puisque Poincaré possède presque toutes les transformations relativistes standard (sauf pour l'impulsion et l'énergie de l'électron). Il manque toutefois un élément capital : l'équation fondamentale de la dynamique relativiste.

Poincaré découvre en effet que cette “mécanique électromagnétique relativiste” est compatible avec l'hypothèse de Langevin concernant l'électron mais incompatible avec celle de Lorentz, laquelle est cependant selon lui la

[28]La synchronisation des horloges au premier ordre est définie par Poincaré en 1900 [11]. La synchronisation au second ordre (“les ellipsoïdes lumineux allongés”) est définie en 1906 (et en 1908, [16]). En 1911 Poincaré précise qu'il n'a pas adopté la même convention qu'Einstein-Minkowski [18].

[29]Bohm et Bell dans leurs représentations de la RR (avec éther ou sans éther) ne distinguent jamais l'éther de Lorentz de l'éther de Poincaré, ce qui constitue une façon de cacher le problème plutôt que de le résoudre. En effet ni Bohm, ni Bell n'ont aperçu que la définition du temps local chez Lorentz t' = t + εx n'était pas la même que chez Poincaré t' = k (t + εx). C'est très important parce que les deux hypothèses indépendantes chez Lorentz (contraction réelle et temps local) sont réunies et en harmonie totale avec la TL [23]

[30]Un éther relativiste qui exerce une (énorme) pression sur l'électron chargé négativement. Poincaré a écrit un texte ("La relativité de l'espace") pour expliquer qu'il fallait dissocier radicalement les notions d'éther et d'espace absolu [15].

seule réponse véritablement cohérente aux résultats négatifs de l'expérience de Michelson[31] :

> Mais avec l'hypothèse de Lorentz, l'accord entre les formules ne se fait pas tout seul: on l'obtient, et en même temps une explication possible de la contraction de l'électron, en supposant que l'électron, déformable et compressible, est soumis à une sorte de pression constante extérieure dont le travail est proportionnel aux variations de volume. [14, §6]

Poincaré introduit dans la deuxième partie du travail de 1905 (essentiellement le §6) une seconde hypothèse qui est celle de la contraction réelle des électrons. Poincaré va montrer dynamiquement comment on peut rendre compatibles le principe de relativité et l'hypothèse de Lorentz (HL) exactement comme il avait montré en 1900 [10] comment on pouvait rendre compatibles le principe de réaction avec l'hypothèse de Lorentz. Poincaré insiste à de nombreuses reprises sur la profonde connection entre le principe de relativité et le principe de réaction [23].

Mais comme dit Poincaré, cela ne va pas "tout seul". En effet dans "la mécanique purement électromagnétique relativiste" de la première partie de son travail, il n'y a aucune force susceptible de justifier la contraction réelle des électrons.

Soulignons ici l'extraordinaire sens physique de Poincaré qui intervertit dans la seconde partie de son travail les rôles respectifs des observateurs et de l'objet observé. En effet les observateurs de Poincaré sont physiquement sur la Terre en mouvement mais pas sur l'électron en mouvement. Dans la seconde partie les observateurs sont dans le laboratoire dans lequel l'éther est par définition au repos (K). Si besoin en était encore, il est difficile d'illustrer de manière plus éclatante le statut radicalement relativiste de l'éther chez Poincaré. L'originalité d'Einstein est de s'installer "sur" l'électron grâce au principe quantique d'identité. Par-là nous pouvons apercevoir l'origine profonde du concept de "propre" qui jalonne le développement de la RR sans éther : énergie propre d'Einstein (1905), masse propre de Planck (1906), temps propre de Minkowski (1908), etc.[32]

[31] Dans son travail de 1905 Poincaré discute toutes les théories électromagnétiques de l'époque mais l'hypothèse de Lorentz est la seule qui est compatible avec les résultats de Michelson : "Ainsi l'hypothèse de Lorentz est la seule qui soit compatible avec l'impossibilité de mettre en évidence le mouvement absolu; si l'on admet cette impossibilité, il faut admettre que les électrons en mouvement se contractent de façon à devenir des ellipsoïdes de révolution dont deux axes demeurent constants; il faut donc admettre, comme nous l'avons montré au paragraphe précédent, l'existence d'un potentiel supplémentaire proportionnel au volume de l'électron". [14, 7]

[32] On pourrait peut-être qualifier de longueur propre l'élément rigide de longueur qui ne subit pas de contraction introduit par Born (1909), mais cela reste à vérifier.

Résumons: la première partie du travail de Poincaré établit le principe de relativité (§ 4) et la seconde partie (§5, 6, 7) traite de l'hypothèse de Lorentz (HL) et consiste à montrer que l'incompatibilité avec la HL n'est qu'apparente à condition d'introduire une pression d'éther extérieure (non électromagnétique) contractant l'électron.

La situation est donc très claire car la dynamique relativiste de Poincaré affirme l'existence d'un éther relativiste et déformable[33]. Il y a deux réponses logiques aux résultats négatifs de l'expérience de Michelson : associer étroitement espace absolu et éther pour les supprimer tous les deux (Einstein) et dissocier espace absolu et éther pour supprimer le premier et rendre relativiste (et déformable) le second (Poincaré), alors que la cinématique relativiste d'Einstein nie l'existence de ce dernier. Poincaré va donc déterminer ces forces supplémentaires qui dérivent d'un potentiel supplémentaire qu'il convient d'ajouter au lagrangien électromagnétique dans l'expression de l'action (18) :

> Nous sommes amenés de la sorte à nous poser le problème suivant: quelles forces supplémentaires, autres que les forces de liaison, serait-il nécessaire de faire intervenir pour rendre compte de la loi de Lorentz ... L'hypothèse la plus simple, et la première que nous devions examiner, c'est que ces forces supplémentaires dérivent d'un potentiel spécial dérivant des trois axes de l'ellipsoïde et, par conséquent, de θ et r; soit U (θ, r) ce potentiel; dans ce cas l'action aura pour expression:
>
> $$J = \int_{-\infty}^{\infty} [L + U(\theta, r)] dt \tag{20}$$
>
> [14, §6]

Selon Poincaré le principe de relativité et l'hypothèse de Lorentz (sous-tendue dynamiquement par la pression de Poincaré) sont alors *compatibles*[34] exactement de la même manière (mutatis mutandis) que selon Einstein le principe de relativité et le principe d'invariance de la vitesse de la lumière sont *compatibles*.

[33] Ceux qui trouvent tout naturel de dire que les tiges d'Einstein, qui insiste sans arrêt sur leur rigidité, ne sont pas vraiment rigides d'un point de vue relativiste trouvent souvent choquant que l'on dise que l'éther relativiste de Poincaré est déformable alors que Poincaré insiste sans arrêt sur le caractère déformable des électrons sur lesquels cette pression d'éther s'exerce. La RR avec éther de Poincaré est directement induite de la covariance des équations de Maxwell qui impliquent la transversalité des ondes.

[34] Selon Pais il y aurait chez Poincaré une troisième hypothèse "qui prouve qu'il n'a pas compris la RR". Ce qui est certain, c'est que Pais n'a pas compris la RR de Poincaré [21].

Poincaré montre alors que dans le cas de l'hypothèse de Lorentz les valeurs des paramètres θ et r sont telles que le *travail de compression* (voir 2 et 3, par contraste le *travail de compression* de Planch) doit être proportionnel à la variation de volume de l'électron déformable. Il est donc clair que l'action correspondant au potentiel d'un éther relativiste est un invariant relativiste (Poincaré 1905, §8). Poincaré corrige alors les transformations de l'énergie et de l'impulsion de l'électron pour les rendre relativistes et déduit enfin le lagrangien de l'électron:

> Dans l'hypothèse de Lorentz on a
>
> $$p = -\frac{dL}{dv} = -\frac{\partial L}{\partial v}$$
>
> ∂L/∂v représentant la dérivée par rapport à v, après que r et θ ont été remplacés par leurs valeurs. On aura d'ailleurs, après cette substitution :
>
> $$L = +A\sqrt{1-v^2}$$
>
> Nous choisirons les unités de telle façon que le facteur constant soit égal à 1, et je pose [14, §7] :
>
> $$h = \sqrt{1-v^2} \tag{21}$$

Et finalement dans son §7, Poincaré déduit l'équation de la dynamique relativiste[35]. La dynamique relativiste de Poincaré découle clairement de la compatibilité des deux principes : la contraction de Lorentz (ou le potentiel d'éther) et le principe de relativité. Il trouve le lagrangien (21) de l'électron en ajoutant sous l'intégrale d'action hamiltonienne (20) un travail mécanique de compression tandis que Planck trouve le potentiel cinétique (4) du point massif qui le conduit à ajouter sous l'intégrale d'action helmholtzienne (6) un travail thermodynamique de translation.

Einstein a fondé sa cinématique relativiste sur la compatibilité de deux principes. Il en va de même pour la dynamique relativiste de Poincaré :

> Ainsi l'hypothèse de Lorentz est la seule qui soit compatible avec l'impossibilité de mettre en évidence le mouvement absolu;

[35]Poincaré utilise le concept mécanique d'état quasi-stationnaire qui consiste à négliger les dérivées secondes des paramètres définis ci-dessus. Chez Einstein, c'est la dérivée seconde de la coordonnée (l'accélération lente) qui est négligée pour faire place au concept de "Zeitteilchen" ("Eigenzeit" chez Minkowski).

> si l’on admet cette impossibilité, il faut admettre que les électrons en mouvement se contractent ... et ... l’existence d’un potentiel supplémentaire proportionnel au volume de l’électron [14].

Nous proposons de rendre justice à Poincaré par la mise en évidence de la compatibilité de ses deux principes sur le même mode que ce qu’a fait historiquement Einstein, non pas pour contester que la théorie de l’espace-temps d’Einstein soit originale, mais pour confirmer au contraire qu’elle est originale au-delà de ce que ses plus fervents défenseurs peuvent concevoir (conception quantique des unités de mesure du temps et de l’espace).

Nous nous permettons d’oublier quelques instants le travail dynamique de compression des électrons déformables de Poincaré. Cette audace extraordinaire (il y a une cinématique chez Poincaré !) ne nous semble pas démesurée si l’on songe que le travail (thermodynamique) de translation des tiges rigides dans la cinématique d’ Einstein a été oublié pendant près d’un siècle.

Les deux principes fondamentaux compatibles de la cinématique(explicite) d’Einstein sont :

Le principe de relativité (identité) et le principe d’invariance de la vitesse de la lumière.

Les deux principes fondamentaux compatibles de la cinématique (implicite) de Poincaré sont :

Le principe de relativité (compensation) et le principe de contraction réelle (HL)

Le principe de contraction réelle d’un corps à vitesse constante est apparemment incompatible avec le principe d’inertie (et donc de relativité). En réalité il n’en est rien. Nous allons montrer ici comment les principes de Poincaré s’articulent harmonieusement avec la (première) TL (nous gardons les notations respectives des deux auteurs, ε et k pour Poincaré et β et γ pour Einstein).

Les deux principaux indices se trouvent dans le paragraphe 6 de Poincaré qui écrit successivement à propos de HL et de TL:

La transformation de Lorentz [TL] remplace donc l’électron réel en mouvement par un électron idéal immobile. [14 §6]

Dans l’hypothèse de Lorentz [HL] les électrons en mouvement seraient déformés, de telle façon que ce serait l’électron réel qui deviendrait un ellipsoïde alors que l’électron idéal serait toujours une sphère [14 §6].

La compatibilité HL et PR implique un usage spécifique des TL.

Afin d’illustrer cela nous utilisons le diagramme de Tonnelat [22] (fig 1, nous adoptons les notations respectives de Poincaré et d'Einstein):

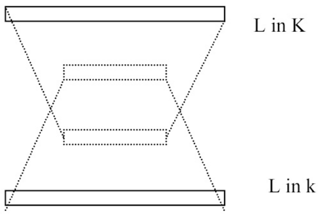

Figure 1

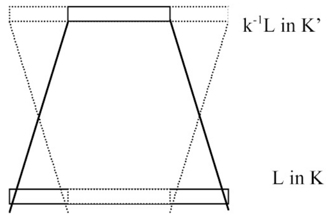

Figure 2

Fig 1 Dans la RR d'Einstein, la contraction de la tige en mouvement γ^{-1}L n'est pas réelle (lignes hachurées) mais est le résultat réciproque de la comparaison de mesures effectuées sur les tiges identiques L (lignes continues) avec l'usage bien connu de la TL.

Fig 2 Dans la RR de Poincaré la contraction de la tige en mouvement $k^{-1}L$ est réelle par principe (HL) (lignes continues) dans K'. Avec l'usage de la TL la longueur de la tige dans K' (pour des observateurs de K') semble être égale à L (lignes hachurées). Réciproquement nous pouvons inverser les rôles de K et K' (où l'éther peut être choisi au repos) et inverser les lignes continues et hachurées. Contrairement au point de vue de Lorentz la contraction de Poincaré est réciproque car on peut toujours choisir le système dans lequel l'éther est au repos.

Le calcul avec la (première) TL est aussi très aisé. Supposons que l'éther est au repos dans K, la longueur réelle de la tige placée dans K' est donc k^{-1} L. La première TL remplace (dans les termes de Poincaré) en tout temps t la longueur de la tige k^{-1}L par la longueur au repos de la tige L.

C'est exactement ce que Poincaré veut dire lorsqu'il écrit à la fin du §7 que d'après le principe de relativité, "il faut que l'électron en mouvement subisse une déformation qui doit être précisément celle que lui impose la transformation correspondante du groupe".

Les principes de Poincaré sont aussi compatibles que les principes d'Einstein mais la différence historique est que Poincaré n'a jamais développé explicitement son usage de la TL sur un exemple simple (une tige déformable). Selon la cinématique relativiste implicite de Poincaré la différence réelle est compensée par un bon usage de la TL tandis que selon la cinématique explicite d'Einstein les tiges identiques sont contractées par un autre bon usage de la TL

L'incompatibité apparente avec le principe d'inertie est levée car la TL, qui relie les deux systèmes K et K' chez Poincaré, compense la réalité de la contraction. Résumons la situation avec le tableau suivant:

Einstein	identité	→ 1ère TL	→ contraction des longueurs
	identité	→ 4ème TL	→ dilatation du temps
Poincaré	contraction réelle	→ 1ère TL	→ “identité” (compensation)
	dilatation réelle	→ 4ème TL	→ “identité” (compensation)

Nous avons montré dans une autre étude [21] comment Poincaré traite le problème des durées après 1905. En raison de la contraction réelle de l’unité de longueurs en mouvement les ondes sphériques se transforment en ondes ellipsoïdales allongées [16]. Les ellipsoïdes lumineux allongés de Poincaré (1906-1908) supposent l’existence d’une dilatation réelle de l’unité de temps, compensée par l’utilisation du temps local t’ *défini* par la quatrième TL.

La cinématique des tiges déformables (non-chargées), que nous avons repérée au sein[36] même de la mécanique nouvelle de Poincaré, s’appuie sur un autre choix des unités d’espace et de temps que la cinématique des événements d’Einstein [25].

Si on passe maintenant au niveau dynamique, il faut alors introduire respectivement le travail de compression chez Poincaré (pour l’électron chargé!) et le travail de translation chez Einstein-Planck.

Poincaré travaille “à action (18) et à pression (20) constantes” les variations du volume et de la masse[37] de l’électron déformable en fonction de la vitesse de Lorentz sont réelles.

Einstein et Planck travaillent[38] “à entropie (14) et à volume (15) constants”. On retrouve les caractéristiques intimes de la cinématique d’Einstein,

[36] Cachez ce sein que je ne saurais voir !” Il règne à cet égard chez les historiens et les philosophes de la relativité un dogmatisme consternant.

[37] Sommerfeld [2] écrit explicitement dans l’ouvrage où il rassemble les différents textes sur la relativité - sauf celui de Poincaré - que l’invariance einsteinienne de la masse (le quantum de matière, [18] est directement liée aux transformations isochoriques et isentropiques de Planck (masse propre). Comme il a éliminé Poincaré, il ne pouvait pas voir que l’on pouvait fonder la RR sur d’autres transformations (isobariques); à moins bien sûr que ce ne soit le contraire.

[38] Précisons que nous avons mis les transformations “à pression constante” et à “entropie et volume constants” entre guillemets car il ne s’agit pas de différentes transformations thermodynamiques qui pourraient donner lieu à résultats physiques immédiatement différents comme par exemple des transformations adiabatiques ou isothermiques pour la vitesse de propagation du son dans l’air. Poincaré n’intègre pas dans une perspective thermodynamique son approche relativiste et il faut comprendre sa pression dans un sens mécanique ou hydrodynamique.

à savoir sa mise à feu adiabatique des boosts ou son interprétation de la contraction de Lorentz compte tenu du principe d'identité.

On constate ainsi que les statuts épistémologiques des deux RR sont mis sur un plan d'égalité puisque Poincaré doit faire une hypothèse d'ordre mécanique pour la plasticité de ses tiges (déformation permanente et pression d'éther constante) tandis qu'Einstein et Planck doivent faire une hypothèse d'ordre thermodynamique pour la rigidité (entropie et volume constants).

On pourrait cependant formuler l'objection suivante : le concept de rigidité thermodynamique est vide car aucun corps réel ne correspond au concept de translation rigide. Rien n'est moins sûr car si on examine attentivement le texte de Planck qui est d'une cohérence aussi redoutable que celui d'Einstein et celui de Poincaré, on peut lire à propos du corps noir :

> Une telle cavité de rayonnement (Hohlraumstrahlung) qui est isolée par rapport à l'extérieur au moyen d'une paroi réfléchissante, mince et rigide, libre de se mouvoir, fournit un exemple remarquable de corps rigide dont la loi du mouvement s'écarte totalement des lois habituelles de la mécanique.[10, intro]

Le concept de rigidité qui se situe au sein[39] même de la cinématique nouvelle d'Einstein est directement fourni par le corps noir de Planck puisque l'invariance relativiste de la loi du mouvement (exemplaire pour tout autre mouvement ... (voir 3) du corps noir repose sur le fait que le volume propre du corps noir avant translation est identique au volume propre du corps noir après translation. Le corps noir est donc bien le chaînon manquant entre la thermodynamique en amont et la théorie quantique en aval de la cinématique d'Einstein.[40]

6 Conclusion : la "structure fine" de la RR

Pendant toute la première moitié du XXème siècle la théorie de l'espace-temps d'Einstein (1905) est apparue comme une théorie révolutionnaire au sens où elle rompait radicalement non seulement avec une approche mécanique traditionnelle de l'espace et du temps conçus comme des entités séparées mais

[39]cf. note 34, "cachez ce sein que je ne saurais voir !" . La physique n'a par essence rien à cacher. Ce qui est caché est par essence métaphysique. Nous avons donc repéré l'existence de "deux seins" qui pointent à l'horizon d'une "structure fine" de la RR (voir conclusion).

[40]Etant donné que les systèmes inertiels dans la RR sans éther sont des systèmes stationnaires isolés (contrairement aux systèmes ouverts sur fond d'éther électromagnétique de Poincaré), cette dernière reposerait sur un *fond de rayonnement noir*, lequel serait ainsi *structurellement* lié à l'espace-temps. Nul besoin dès lors d'un quelconque "boum" aussi grand soit-il, pour expliquer une telle présence à l'échelle cosmique (1965).

aussi parce qu'elle éliminait tout aussi radicalement un élément fondamental de la conception électromagnétique du monde à savoir l'éther. La liberté de pensée et la fraîcheur d'esprit avec lesquelles Einstein a abordé toute une série de questions (la représentation de la lumière et de l'électron, la simultanéité des événements, la mise à feu du boost etc ...) constitue certainement un exemple dont il conviendrait de s'inspirer encore aujourd'hui.

Mais aujourd'hui précisément la RR d'Einstein est généralement considérée par les physiciens comme une théorie classique constituant essentiellement une charnière entre deux autres théories classiques, la théorie de Maxwell et la Relativité Générale. L'idée de mettre la cinématique des événements et des corps rigides sous "la pression" systématique de la cinématique relativiste implicite de Poincaré, loin de remettre en question l'originalité de la découverte d'Einstein, restitue en fait cette originalité dans toute sa radicalité.

Nous avons en effet prouvé, de deux manières tout à fait indépendantes, que l'analogie répétée à maintes reprises par Einstein entre son principe de relativité et le second principe de la thermodynamique possède des racines extrêmement profondes dans le sol de la physique.

On peut le voir en empruntant à Louis de Broglie le concept de thermodynamique cachée de la particule. En effet l'électron dans les théories électromagnétiques classiques (quelles qu'elles soient, Abraham, Lorentz, Langevin, Thomson etc ...) n'est pas un point. Du point de vue de la thermodynamique l'électron est un point et c'est précisément cette représentation strictement ponctuelle qu'Einstein injecte au coeur même de sa RR. La thermodynamique cachée de l'électron ne se manifeste pas seulement dans sa ponctualité mais aussi dans la lenteur de son accélération qui permet à Einstein de le faire changer de vitesse sans qu'il émette de lumière tout en gardant invariantes ses caractéristiques les plus intimes (e et m).

Tout en rendant justice à Poincaré dont la mécanique relativiste basée sur l'invariance de l'action hamiltonienne, loin d'être un état inachevé de celle d'Einstein, est une RR complète et cohérente (avec une dynamique et une cinématique sous-jacente fondée comme chez Einstein sur la compatibilité de deux principes fondamentaux), il apparaît deux spécificités irréductibles de la cinématique einsteinienne:

(1) C'est une cinématique des événements indépendants [24].

(2) C'est une cinématique des tiges rigides identiques

Dans le premier cas nous avons montré [20] que la proclamation einsteinienne de l'indépendance des événements était indissociable de l'inversion du principe de Boltzmann et de l'ensemble de points indépendants caractérisés par les grandeurs S et V. Dans le second cas nous avons montré, en nous appuyant sur les travaux de Planck, que la cinématique des tiges rigides était indissociable de la thermodynamique des corps rigides fondée sur le principe de moindre action de Helmholtz et en particulier sur les transformations réversibles, adiabatiques et isochoriques.

On pourrait nous soupçonner de vouloir affaiblir la RR d'Einstein en établissant un tel lien entre la cinématique des corps rigides (et des événements) et la thermodynamique des corps rigides (et la loi de Boltzmann) étant donné que, s'il faut en croire l'idéologie dominante, la thermodynamique ne serait pas aussi fondamentale que d'autres disciplines de la physique.

Que l'on se rassure cependant car, comme il se doit, en aval de la thermodynamique il y a aussi la théorie quantique.

Dans le premier cas nous avons montré [24] que le concept d'événements indépendants était directement lié au concept d'état indépendant et à la théorie quantique de la lumière d'Einstein. Dans le second cas nous avons montré que le concept d'identité spectrale des horloges-atomes du "jeune physicien démocritéen" Einstein était profondément lié à celui d'état quantique de Bohr. Nous restituons ainsi la dimension révolutionnaire de la cinématique einsteinienne en montrant qu'elle suppose une définition quantique des unités de temps et d'espace.

Il est du reste tout à fait clair que la mise en accélération et la mise en rotation du système de tiges rigides (paradoxe d'Ehrenfest, 1909) dans la RR d' Einstein doivent être liées. En montrant qu'à chaque translation adiabatique d'Einstein correspondait une rotation de Planck-Thomas, nous suggérons une nouvelle piste de recherche pour comprendre la nature profondément relativiste du concept de spin [23]

Nier l'existence d'une "structure fine" de la RR [22], autrement dit l'existence de "deux RR très proches mais non-confondues", revient désormais à admettre a priori les identités suivantes : action=entropie, thermodynamique=mécanique, classique=quantique, etc ...

Ceux qui sont sceptiques par principe, disait Einstein, peuvent encore penser que la "structure fine" de la RR, établie sur une opposition physique entre la RR de Poincaré (1905) et la RR d'Einstein-Planck (1905-1907) ne résiste pas à l'intervention mathématique de Minkowski (1908) qui mettrait ainsi tout le monde d'accord en rendant la RR à son état standard de mélange. La représentation quadrivectorielle hyperbolique de Minkowski subsumerait en quelque sorte les deux approches en réduisant la "structure fine" à l'état de curiosité historique. Il n'en est rien. La "structure fine" se prolonge à un niveau géométrique et acquiert par là-même une dimension nouvelle car elle fait apparaître la compatibilité profonde des principes et du choix des unités spatio-temporelles de la RR d'Einstein avec la représentation *hyperbolique* de Minkowski [21].

L'histoire s'est ici montrée encore plus injuste vis-à-vis de Poincaré, qui était bien seul face à la puissante école allemande, car il avait établi dès 1905 –

et donc trois ans avant Minkowski - toute la géométrie *affine* spatio-temporelle qui s'adaptait harmonieusement avec les principes de la RR avec éther et avec le choix des unités spatio-temporelles qu'il avait conventionnellement effectué [19].

Yves Pierseaux, le 24-01-2001

Remerciements

Je remercie Jean Reignier, Pierre Marage, Georges Lochak, Gilles Cohen-Tannoudji, Thomas Durt, Joseph Kouneiher, Serge Reynaud, Cécile Barbachoux, Marc-Thierry Jaekel, Jacques Robert, Jean-Michel Courty pour leurs encouragements à persévérer dans la recherche d'une structure fine de la RR.

7 Annexe : la manière "ordinaire et extraordinaire" de voir l'électron

Nous reproduisons entièrement "la manière extraordinaire de voir" d'Einstein dans son paragraphe 10 de l'article de 1905 [2] tant il est vrai que l'articulation entre la cinématique des tiges rigides et de l'électron ponctuel est importante à travers le concept d'accélération lente :

> Admettons que dans un champ électromagnétique se déplace une particule ponctuelle de charge e, que nous appelons électron, et sur la loi du mouvement duquel nous supposons ce qui suit: l'électron, étant au repos à un instant donné, son mouvement dans l'intervalle élémentaire de temps ("Zeitteilchen") immédiatement ultérieur aura lieu conformément aux équations:
>
> $$m\frac{d^2x}{dt^2} = eE_x \quad m\frac{d^2y}{dt^2} = eE_y \quad m\frac{d^2z}{dt^2} = eE_z \tag{22}$$
>
> où x, y, z signifient les coordonnées de l'électron et m sa masse (à condition qu'il se meuve lentement, lansgsam bewegt).
>
> Supposons maintenant que l'électron soit animé à un certain moment de la vitesse v. A quelle loi obéira son mouvement après? Nous pouvons, sans porter atteinte à la généralité de notre question, supposer que l'électron se trouve à l'instant où nous l'examinons, à l'origine des coordonnées et qu'il se meut le long de l'axe X du système K avec la vitesse v.
>
> Il est manifeste alors qu'en ce moment (t = 0), l'électron est au repos relativement au système K', qui se meut le long de l'axe X avec une vitesse v. De la supposition faite plus haut et du principe de relativité, il résulte avec évidence que l'électron vu du système K', se meut à l'instant suivant conformément aux équations

$$m\frac{d^2x'}{dt^2} = eE'_x, \quad m\frac{d^2y'}{dt^2} = eE'_y, \quad m\frac{d^2z'}{dt^2} = eE'_z \tag{23}$$

où les signes $x', y'z', t'E'_x, E'_y, E'_z$ se rapportent au système K'.

En admettant encore que, pour $t = x = y = z = 0$, on a alors t$' = x' = y' = z' = 0$, il s'en suit que les équations de transformation du §3 et du §6 restent valables de sorte qu'on a

$$\begin{aligned} t' &= \gamma(t - \tfrac{v}{c^2}x), \quad x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z \\ E'_x &= E_x, \quad E'_y = \gamma(E_y - \tfrac{v}{c}{}_z), \quad E'_y = \gamma(E_z + \tfrac{v}{c}H_y) \end{aligned} \tag{24}$$

A l'aide de ces équations nous pouvons transformer les équations du mouvement figurant plus haut pour passer du système K' au système K. On obtient ainsi

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= \frac{e}{m}\frac{1}{\gamma^3}E_x \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{e}{m}\frac{1}{\gamma}(E_y - \frac{v}{c}H_z) \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{e}{m}\frac{1}{\gamma}(E_z + \frac{v}{c}H_y) \end{aligned} \tag{25}$$

Cherchons maintenant en nous appuyant sur **la manière ordinaire** de voir, quelle est la masse "longitudinale et transversale" de l'électron en mouvement. Ecrivons les équations (25) sous la forme

$$\begin{aligned} m\gamma^3\frac{d^2x}{dt^2} &= eE_x = eE'_x \\ m\gamma^2\frac{d^2y}{dt^2} &= e\gamma(E_y - \tfrac{v}{c}{}_z) = eE'_y \\ m\gamma^2\frac{d^2z}{dt^2} &= e\gamma(E_z + \tfrac{v}{c}{}_y) = eE'_z \end{aligned} \tag{26}$$

Nous notons tout d'abord que e E'$_x$, e E'$_y$ e E'$_z$ sont les composantes de la force pondéromotrice qui agit sur l'électron, vu d'un système auquel ce dernier est lié et qui se déplace à cet instant avec la même vitesse que lui. Cette force pourrait, par exemple être mesurée avec une balance à ressort au repos dans ce système. En l'appelant tout simplement "force agissant sur l'électron", en maintenant l'équation force = masse x accélération et en stipulant que les accélérations doivent être mesurées dans le système au repos K, nous obtenons des équations figurant plus haut":

$$masse\ long. = \frac{m}{(\sqrt{1-\beta^2})^3}, masse\ trans. = \frac{m}{1-\beta^2}$$

A première vue, "la manière extraordinaire de voir" s'accorde mal avec "la manière ordinaire" de voir (l'électromagnétisme classique)" vu que la masse transversale n'est pas celle de l'électromagnétisme classique de Lorentz : il manque une racine au dénominateur. Il ne s'agit pas d'une faute de frappe car on voit très bien qu' Einstein compare les équations (22) et (26). On obtient cependant la correspondance avec les formules électromagnétiques correctes à condition de tenir compte de ce que, dans le cas considéré par Einstein, les formules de transformations de la force sont les suivantes:

$$\begin{aligned} F'_x &= eE'_x = F_x \\ F'_y &= eE'_y = \gamma F_y \\ F'_z &= eE'_z = \gamma F_z \end{aligned}$$

En remplaçant dans les équations (26), on a:

$$\begin{aligned} m\gamma^3 \frac{d^2x}{dt^2} &= F_x = F'_x \\ m\gamma^2 \frac{d^2y}{dt^2} &= \gamma F_y = F'_y \\ m\gamma^2 \frac{d^2z}{dt^2} &= \gamma F_z = F'_z \end{aligned}$$

On retrouve bien la masse transversale classique. La "manière extraordinaire de voir" s'accorde donc avec "la manière ordinaire":

$$\begin{aligned} m\gamma^3 \frac{d^2x}{dt^2} &= F_x \\ m\gamma \frac{d^2y}{dt^2} &= F_y \\ m\gamma \frac{d^2z}{dt^2} &= F_z \end{aligned}$$

Nous voudrions cependant montrer que la "manière extraordinaire de voir" l'électrodynamique d'Einstein demeure “extraordinairement peu classique”.

Ce qui est peu classique c'est tout d'abord que l'électron est déterminé dans chaque état par deux paramètres invariants qui, pour reprendre les formulations d'Einstein, correspondent à un quantum de charge e et un quantum de matière m.

Ensuite c'est le concept einsteinien de “Zeitteilchen”, pour lequel nous avons modifié (voir traduction C.N.R.S.) la traduction de Solovine “aux instants suivants”. Einstein écrit en effet fort logiquement non pas un pluriel mais un singulier “Ruht das Elektron in einer bestimmten Epoche, so erfolgt in dem nächsten Zeitteilchen . . . " Il s'agit bien sûr du concept de “Zeitelement” oder “Eigenzeit” qui se subsitue chez Minkowski, encore plus nettement que chez Einstein, au concept de temps paramétrique encore en vigueur dans la RR classique de Poincaré.

Enfin l'électron dans un champ électromagnétique d'Einstein se déplace en ligne droite. En effet Einstein effectue pour trouver son équation du mouvement une suite de v_1- TL, v_2- TL , v_n- TL etc .. .dans la même direction; pour reprendre une expression cruciale d'Einstein, l'électron se déplace “d'intervalle élémentaire de temps (quantum de temps) en intervalle élémentaire de temps”. L'électron lentement accéléré d'Einstein passe de “vitesse 1” en “vitesse 2”, sans émettre de lumière et toujours dans un état de repos, de la même manière qu'un électron tournant autour d'un noyau et toujours dans un état stationnaire n'émet pas de lumière (Bohr, 1913).

Et pourtant Planck trouve sur cette base la bonne équation en effectuant une suite de v-TL en associant à chaque translation stationnaire une rotation spatiale du système de coordonnées. A la suite de Planck, Einstein persiste et signe (en 1907) avec ses équations de 1905 :

> Ces equations (22) sont les equations du mouvement de l'électron dans le cas où pour l'instant considéré $v_x = v, v_y = 0, v_z = 0$. On peut donc remplacer v dans le membre de gauche par:
>
> $$\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$
>
> et, dans le membre de droite, v par la composante de la vitesse selon x. Si de plus nous ajoutons, aux endroits correspondants, les termes qui se déduisent de
>
> $$\frac{\dot{x}_0}{c} H_y \ \& \ -\frac{\dot{x}_0}{c} H_z$$

par permutation circulaire, lesquels sont nuls dans le cas particulier considéré, nous obtenons les équations:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\frac{m\dot{x}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}) &= F_x \\ \frac{d}{dt}(\frac{m\dot{y}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} &= F_y \\ \frac{d}{dt}(\frac{m\dot{z}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}) &= F_z \end{aligned}$$

où l'on a posé

$$\begin{aligned} F_x &= e(E_x + \tfrac{\dot{y}}{c}H_z - \tfrac{\dot{z}}{c}H_y) \\ F_y &= e(E_y + \tfrac{\dot{z}}{c}H_x - \tfrac{\dot{x}}{c}H_z) \end{aligned}$$

$$F_z = e(E_z + \frac{\dot{x}}{c}H_y - \frac{\dot{y}}{c}H_x)$$

Ces équations gardent la même forme lorsqu'on introduit un nouveau système de coordonnées en repos relatif dont les axes ont des orientations différentes. Leur validité est donc générale et pas seulement limitée au cas où les composantes des vitesses selon y et z sont nulles. [3, §8]

Les composantes de la vitesse de l'électron selon Oy et Oz ne sont pas nulles et les composantes du champ magnétique doivent être prises en compte. On a bien une composition de **v**-TL et donc une rotation spatiale que Thomas a redécouvert en 1927 non pas bien entendu pour déduire l'équation de la dynamique relativiste mais en rapport avec le spin de l'électron dans un champ électrique. Le raisonnement extraordinaire d'Einstein est donc cohérent et conduit à la loi de la dynamique relativiste à condition de le coupler pour chaque “Zeitteilchen” avec une rotation de Planck-Thomas [23].

Références

Sources primaires

[1] Einstein A. (1905), “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”, Ann. d.Ph.,18, p 132-148. (traduction “C.N.R.S.”, Oeuvres Choisies, vol. 1, “Quanta”, Seuil 1989, p39)

[2] Einstein A. (1905), "Zur Elektrodynamik bewegter Körper", Ann. d.Ph., 17, p892-921. (traduction par Solovine, Gauthier-Villars 1955, p5). Les références renvoient aux textes français. English translation in "The principle of relativity" edited in German by Sommerfeld), Dover, New York, 1952, p37-65.
[3] Einstein A. (1907), "Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen". Folgerungen Jahrbuch der Radioaktivität, 4, p 411-462 & 5, p 98-99. (trad. part., C.N.R.S., vol. 2, Seuil 1989, p85)
[4] Einstein A. (1918), "Einstein's letter to Hermann Weyl", Doc 512, The collected papers of Albert Einstein, vol 8, Princeton University Press.
[5] Häsenhörl F. "Zür (1905), Theorie der Strahlung in bewegten Körpen", Ann. d.Ph., 16, p589, 592.
[6] Laue M. (1911), "Das Relativitätsprinzip", Braunschweig, traduction, "La théorie de la relativité", Gauthier-Villars, Paris, 1924.
[7] Minkowski H. (1909), "Raum und Zeit". Phys. Z., 20, 104-111. In Teubner, Leipzig - Berlin, 5ème édition, 1923, 54 - 71.
[8] Mosengeil K. (1906), "Theorie der stationnären Strahlung in einem gleichformigbewegten Hohlraum" , Ann. d.Ph., 22, p867-904.
[9] Planck M. (1906), "Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik"; Verh. D. Ph. Ges., 4, 136-141.
[10] Planck M. (1907), "Zur Dynamik bewegter Systeme". Berliner Bericht, 13, 542-570 & Ann.d. Physik, 26, 1-34.
[11] Poincaré H. (1900), "La théorie de Lorentz et le principe de réaction". Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, 2ème série, 5.
[12] Poincaré H. (1904), "Les principes de la physique mathématique". Congrès international d'Arts et de Sciences, exposition universelle à Saint Louis.
[13] Poincaré H. (1905), "La dynamique de l'électron". Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris, 5 juin, 140, 1504-1508.
[14] Poincaré H. (1905), "Sur la dynamique de l'électron". Comptes rendus de l'Académie des sciences de Palerme; dans Rendiconti d. Circ. mat. de Palermo, 21, 1906.
[15] Poincaré H. (1907), "La relativité de l'espace". Science et Méthode, Gauthier-Villars, Paris.
[16] Poincaré H. (1908), "La dynamique de l'électron". Revue Générale des Sciences Pures et Appl., 19, 386-402.

Sources secondaires

[17] de Broglie L. "La thermodynamique de la particule isolée", Gauthier-Villars, Paris, 1964.
[18] de Broglie L. "Diverses questions de mécanique et de thermodynamique classiques et relativistes", Springer-Verlag, Berlin, 1995.
[19] Lochak G. In "Louis de Broglie, sa conception du monde physique", Gauthier-Villars, Paris, 1973.

[20] Miller A., "Albert Einstein's special theory of relativity. Emergence, early interpretation", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts.
[21] Pauli W. "Theory of relativity", Leipzig, 1921, Oxford 1958 (Pergamon); Dover Publications, Inc, New York, 1981.
[22] Pierseaux Y. "La structure fine" de la Relativité Restreinte", L'Harmattan, 426p, Paris, 1999.
[23] Pierseaux Y. "Euclidean Poincaré's SR and Non Euclidean Einstein-Minkowski's SR", Proceedings of "Physical interpretation of the theory of relativity (PIRT)", London, 2000.
[24] Pierseaux Y. "Le concept d'événement, le concept d'état et la loi de Boltzmann dans la relativité restreinte d'Einstein", Annales de la fondation de Broglie, janvier, 2001.
[25] Pierseaux Y. "Einstein's quantum clocks and Poincaré's classical clocks", submitted to "Formulation of Physics".
[26] Pierseaux Y. "The principle of identity of units of measure in Einstein's special relativity", must be published in "Common sense science, Foundations of science, New-York, USA.
[27] Thomas L. "The nature of the spinning electron", Nature, 117, 1926.
[28] Van der Waerden B. " Sources of quantum mechanics", Dover Publications, New York, 1967.
[29] Weisskopf V. "La révolution des quanta", Hachette, Evreux, 1989.
[30] Weisskopf V. "Frontiers and limit of science", J. Wunsh Lectures, Technion Israel Institut of Tech., Haifa.
[31] Dutheil R. et Lochak G. "Sur le rôle de la relativité en mécanique ondulatoire", Annales de la Fondation Louis de Broglie, n^{0}1, 1990.

(Manuscrit reçu le 24 janvier 2001)