Un lepton magnétique capable d'intervenir dans les interactions faibles

Georges Lochak

Fondation Louis de Broglie, 23, rue Marsoulan, F-75012 Paris

RÉSUMÉ. Ceci est un complément à l'article précédent d'Urutskoiev et al. [1]. On ne donne pas de résultats nouveaux mais un résumé des travaux [2] à [8] de la bibliographie et [22_1] à [22_{13}] de l'appendice bibliographique de l'article [1]. Le but est de montrer que la théorie permet de prévoir l'existence d'un monopôle magnétique léger, un lepton, susceptible d'intervenir dans les interactions faibles et d'expliquer certains phénomènes décrits dans [1] sous le nom de « rayonnement étrange ».

ABSTRACT. This short paper is an additional information to the preceding one by Urutskoiev et al. [1]. There will be here no new results but only a summary of the references [2] to [8] and of the references [22_1] to [22_{13}] added to Urutskoiev's paper. Our aim is to show that theory can predict the existence of a light magnetic monopole, a lepton, which is able to play a role in weak interactions and to explain certain phenomena described in [1] as a « strange radiation ».

La théorie proposée est partie de l'idée de trouver un monopôle qui serait le versant magnétique de l'électron et qui en serait très proche bien qu'obéissant à ses lois de symétrie propres. Or l'équation de Dirac contient un tel monopôle car les matrices de Clifford :

$$\Gamma_N = \left\{ I, \gamma_\mu, i\gamma_\mu\gamma_\nu, i\gamma_\mu\gamma_5, \gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 \right\} \left(N = 1,\dots,16\right)$$

sont liées par les relations suivantes, où les $\gamma_\mu \left(\mu = 1,\dots,4\right)$ sont les matrices de Dirac (le signe ± dépend de μ et N) [10] :

$$\gamma_\mu \Gamma_N \gamma_\mu = \pm \Gamma_N \tag{1}$$

Il s'ensuit que seules deux matrices Γ_N commutent de la même manière avec les quatre matrices γ_μ : $\Gamma_1 = I$ (avec le signe +) et $\Gamma_{16} = \gamma_5$ (avec le signe −). La première définit l'invariance de phase $\psi \to e^{i\vartheta}\psi$ de l'équation de Dirac :

$$\gamma_\mu \partial_\mu \psi + \frac{m_0 c}{\hbar}\psi = 0 \tag{2}$$

La seconde définit une autre invariance,

$$\psi \to e^{i\frac{e}{\hbar c}\gamma_5 \vartheta}\psi \tag{3}$$

seulement pour l'équation de masse nulle :

$$\gamma_\mu \partial_\mu \psi = 0 \tag{4}$$

On sait que l'invariance de phase habituelle permet d'introduire dans (2) une dérivée covariante et une jauge locale :

$$\nabla_\mu = \partial_\mu \pm i\frac{e}{\hbar c}A_\mu \quad ; \quad \psi \to e^{i\frac{e}{\hbar c}\phi}\psi, \quad A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \phi \tag{5}$$

qui définissent l'équation de Dirac pour l'électron:

$$\gamma_\mu \left(\partial_\mu \pm i\frac{e}{\hbar c}A_\mu \right)\psi + \frac{m_0 c}{\hbar}\psi = 0 \tag{6}$$

D'une façon analogue, nous définirons, grâce à la jauge globale (3), une dérivée covariante et une jauge locale :

$$\nabla_\mu = \partial_\mu \pm i\frac{g}{\hbar c}\gamma_5 B_\mu \,;\, \psi \to e^{i\frac{e}{\hbar c}\gamma_5 \phi}\psi \,;\, B_\mu \to B_\mu + \partial_\mu \phi \tag{7}$$

définissant une équation qui sera, nous le verrons, le pendant magnétique de celle de Dirac :

$$\gamma_\mu\left(\partial_\mu \pm i\frac{g}{\hbar c}\gamma_5 B_\mu\right)\psi = 0 \tag{8}$$

En raison de la présence, dans (7) et (8), de la matrice pseudo-scalaire γ_5, B_μ représente ici un *pseudo-potentiel* et ϕ une *pseudo-phase*. Il s'ensuit que g, qui jouera le rôle de *charge magnétique*, sera une quantité *scalaire*, contrairement à ce qui est admis habituellement pour la charge d'un monopôle. La présente théorie est purement quantique et la *chiralité* du magnétisme s'y exprime à travers l'opérateur de charge :

$$G = g\gamma_5 \tag{9}$$

tandis que la charge reste scalaire comme toutes les constantes physiques.

De même que (6) entraine la conservation du courant électrique $\partial_\mu J_\mu = 0$ $\left(J_\mu = i\overline{\psi}\gamma_\mu\psi\right)$, la nouvelle équation (8) conserve un courant magnétique Σ_μ qui n'est plus vectoriel mais pseudo-vectoriel :

$$\partial_\mu\Sigma_\mu = 0 \quad \left(\Sigma_\mu = i\overline{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi\right) \tag{10}$$

J_μ et Σ_μ sont liés entre eux par les formules algébriques :

$$\begin{gathered} J_\mu\Sigma_\mu = 0;\, -J_\mu J_\mu = \Sigma_\mu\Sigma_\mu = \Omega_1^2 + \Omega_2^2 \\ \left(\Omega_1 = \overline{\psi}\psi;\, \Omega_2 = -i\overline{\psi}\gamma_5\psi\right) \end{gathered} \tag{11}$$

Ω_1 et Ω_2 sont l'invariant et le pseudo invariant de Dirac. Il résulte de (11) que le courant électrique J_μ est du genre temps, comme on pouvait s'y attendre, mais le courant magnétique est du genre espace, ce qui paraît catastrophique. Mais il n'en est rien, comme on le voit sur la représentation de Weyl :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\gamma_4 + \gamma_5\right)\psi = \begin{pmatrix}\xi \\ \eta\end{pmatrix} \tag{12}$$

qui scinde l'équation (8) en deux, l'une gauche, l'autre droite :

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{s}.\nabla - i\frac{g}{\hbar c}\left(W + \mathbf{s}.\mathbf{B}\right)\right)\xi = 0$$
$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{s}.\nabla + i\frac{g}{\hbar c}\left(W - \mathbf{s}.\mathbf{B}\right)\right)\zeta = 0 \qquad (13)$$

s sont les matrices de Pauli, $iB_\mu = \{\mathbf{B}, iW\}$ oùu $\mathbf{B}$ et W sont respectivement un pseudo-vecteur et un pseudo-scalaire dans R^3. La composante $B_4 = W$ est réelle parce que B_μ est axial.

Les courants gauche et droit :

$$X_\mu = \left\{\xi^+\xi, -\xi^+\mathbf{s}\,\xi\right\}; \quad Y_\mu = \left\{\zeta^+\zeta, \zeta^+\mathbf{s}\,\zeta\right\} \qquad (14)$$

sont conservatifs : $\partial_\mu X_\mu = 0; \partial_\mu Y_\mu = 0$ et ils sont *isotropes*, comme il est normal pour une particule sans masse

Quant aux deux courants précédents, ils sont égaux à **:**

$$J_\mu = X_\mu + Y_\mu\,; \quad \Sigma_\mu = X_\mu - Y_\mu \qquad (15)$$

On voit que Σ_μ n'est pas le courant magnétique total mais la *différence* entre les deux courants des monopôles gauche et droit. Son genre n'est donc pas imposé et le fait qu'il est du genre espace provient simplement de ce que $X_\mu Y_\mu = 4\left|\xi^+\zeta\right|^2 \geq 0$, ce qui ne contrevient pas au principe de causalité[1].

Les lois de symétrie : nos équations du monopôle sont CPT invariantes. On le voit encore en représentation de Weyl (13), qui donne les lois de transformation :

---

[1] Si on fait la somme et la différence de deux vecteurs isotropes, l'une est du genre temps et l'autre du genre espace. Chez Dirac, c'est la somme qui est du genre temps. C'est pourquoi on peut interpréter J_μ comme courant électrique et comme courant de probabilité. C'est là que se loge le principe de causalité.

$$\begin{aligned}
P:&\quad g \to g\,,\, x_k \to -\,x_k\,,\, t \to t\,,\\
&\quad B_k \to B_k\,,\, W \to -W\,,\quad \xi \leftrightarrow \zeta\\
T:&\quad g \to g\,,\, x_k \to x_k\,,\, t \to -t\,,\\
&\quad B_k \to -B_k\,,\, W \to W\,,\quad \xi \to s_2\,\xi^*\,,\ \zeta \to s_2\,\zeta^*\\
C:&\quad g \to g\,,\quad \xi \to -\,i s_2\,\zeta^*\,,\ \ \zeta \to i\,s_2\,\xi^*
\end{aligned} \tag{16}$$

On voit que la charge magnétique g est invariante dans les trois transformations, comme toutes les constantes physiques, mais la transformation de parité P échange entre elles les composantes chirales ξ et ζ. Donc **l'antimonopôle est l'image du monopôle dans un miroir**.

Au contraire, le retournement du temps T n'agit pas sur la chiralité et n'échange donc pas le monopôle et l'antimonopôle, contrairement à ce qui se passe pour l'électron où l'on sait que **le positron est un électron qui remonte le cours du temps**. Contrairement à T la conjugaison de charge C retourne la chiralité et fait passer du monopôle à l'antimonopôle.

Mais pourquoi peut-on parler d'un monopôle magnétique ?

1) **Il y a d'abord des raisons théoriques :**

a) Les symétries **P, T, C** sont en accord avec les lois de symétrie de Curie pour le monopôle (11). Ces lois sont précisées ici en introduisant les charges, ce que ne faisait pas encore Curie, et elles sont exprimées en langage quantique grâce à l'opérateur de charge $G = g\gamma_5$. Ce n'est pas le signe de la charge g qui change mais celui des *valeurs propres* de G, qui sont égales à $\pm g$ et qui correspondent à des chiralités opposées.

b) Les pseudo-potentiels $iB_\mu = \{\mathbf{B}, iW\}$ qui avaient été auparavant introduits dans [12] découlent automatiquement de la loi de jauge (7). Ils apparaissent de même dans ma théorie du « photon magnétique » qui se déduit de la théorie de la lumière de de Broglie [6].

c) Il s'ensuit que, dans un champ électromagnétique, le comportement de la particule décrite par (13) est celui d'un monopôle.

d) Contrairement aux théories basées sur une charge g pseudo-scalaire, la présente théorie ne se ramène, par aucune transformation formelle, à la théorie de l'électron : ce n'est pas un électron « déguisé » en monopôle, ce dernier est bien une particule indépendante [3].

2) **Il y a ensuite une raison expérimentale : l'effet Birkeland-Poincaré**

Cet effet observé par Birkeland et expliqué par Poincaré [13], décrit le mouvement des rayons cathodiques (donc d'un électron) autour d'un pôle d'aimant (donc autour d'un monopôle fixe). Par raison de symétrie, le mouvement d'un monopôle léger autour d'un centre fixe coulombien doit obéir aux mêmes lois, au moins en mécanique classique. Donc, à l'approximation de l'optique géométrique, nous devons retrouver l'équation de Poincaré. Introduisons dans (13) : $\xi = a e^{iS/\hbar}$. A l'ordre zéro en $\hbar$, on a:

$$\left[\frac{1}{c}\left(\frac{\partial S}{\partial t} - gW\right) - \left(\nabla S + \frac{g}{c}\mathbf{B}\right) .\mathbf{s}\right] a = 0 \tag{17}$$

L'annulation du déterminant (pour que $a \neq 0$) donne l'équation de Hamilton-Jacobi sans masse :

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t} - gW\right)^2 - \left(\nabla S + \frac{g}{c}\mathbf{B}\right)^2 = 0 \tag{18}$$

D'où l'on tire, dans un champ de Coulomb, l'équation de Poincaré :

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\lambda \frac{1}{r^3}\frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{r} \;; \quad \lambda = \frac{egc}{E} \tag{19}$$

Le signe moins provient du choix d'un monopôle gauche. Poincaré avait trouvé $\lambda = \frac{eg}{mc}$ parce que l'impulsion était égale à $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Ici, on a $m = 0$, mais comme l'énergie se conserve, $\mathbf{p} = \frac{E}{c^2}\mathbf{v}$, d'où notre valeur de λ. On montre que l'axe de symétrie $\mathbf{r}$ qui passe par les deux charges (électrique et magnétique) décrit le cône de Poincaré en tournant autour du moment total conservatif de la quantité de mouvement :

$$\Lambda = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \lambda \frac{\mathbf{r}}{r} \tag{20}$$

Le terme $\lambda \frac{\mathbf{r}}{r}$ est le moment du champ électromagnétique, dû à la chiralité du monopôle. **Le cône de Poincaré n'est autre que le cône de Poinsot car le mouvement angulaire du monopôle autour d'une charge électrique est le même que celui d'une toupie symétrique autour d'un centre fixe**. La différence est uniquement dans le mouvement radial.

Le fait que tout découle de (13) à l'approximation classique est un argument de poids car l'effet Birkeland est une preuve expérimentale de l'équation de Poincaré, et elle devient, par symétrie, une preuve pour un monopôle en mouvement autour d'une charge électrique. Nous allons maintenant esquisser le problème quantique pour la partie angulaire. Pour plus de précisions et pour la partie radiale on se référera à [3].

Dirac a introduit un potentiel coulombien qui n'est pas P-symétrique :

$$B_x = \frac{e}{r}\frac{-y}{r+z}, \quad B_y = \frac{e}{r}\frac{x}{r+z}, \quad B_z = 0 \tag{21}$$

Nous choisirons une jauge P-symétrique qui simplifie tout :

$$B_x = \frac{e}{r}\frac{yz}{x^2+y^2}, \quad B_y = \frac{e}{r}\frac{-xz}{x^2+y^2}, \quad B_z = 0 \tag{22}$$

On tire d'abord de (13) les moments conservatifs gauche et droit :

$$\begin{gathered} \mathbf{J}_\xi = \hbar\left[\Lambda^+ + \frac{1}{2}\mathbf{s}\right], \quad \mathbf{J}_\zeta = \hbar\left[\Lambda^- + \frac{1}{2}\mathbf{s}\right] \\ \Lambda^\pm = \mathbf{r}\times\left(-i\nabla \pm D\,\mathbf{B}\right) \pm D\frac{\mathbf{r}}{r}, \quad \left(D = \frac{eg}{\hbar c}, \quad \mathbf{B} = e\,B\right) \end{gathered} \tag{23}$$

D est le nombre de Dirac et $\Lambda^\pm$ l'expression quantique du moment de Poincaré (20). On montre que les $\Lambda^\pm$ sont les opérateurs infinitésimaux du groupe des rotations dans R^3 : leurs états propres sont donc les éléments de matrices $D_j^{m',m}(\theta,\varphi,0)$ des représentations de groupe. Et l'on sait que ces fonctions sont les états propres de la toupie quantique symétrique, ce qui est la forme quantique de notre interprétation du cône de Poincaré comme cône de Poinsot.

Faisons maintenant quelques remarques :

1) Le choix du potentiel (22) nous débarrasse du faux problème et de l'interminable calcul des « harmoniques du monopôle » qui, en fait, n'existent pas : ce sont des éléments de représentations de groupe.

2) On a annulé, dans $D_j^{m',m}(\theta,\varphi,0)$, l'angle χ de rotation propre parce que la toupie est infiniment mince (c'est la droite $e-g$).

3) Tout cela n'a de sens que si **les fonctions propres des opérateurs $\Lambda^{\pm}$ sont continues sur le groupe des rotations**. Il faut pour cela :

$$D = \frac{eg}{\hbar c} = m' = -j, -j+1, \ldots, j-1, j$$
$$\text{avec : } j = \frac{2n-1}{2} \ (\text{demi}-\text{entier}), \ \text{ou : } \ j = n \ (\text{entier}) \tag{24}$$

4) On retrouve donc la relation de Dirac entre e et g mais avec une autre signification : la suite des valeurs de D ne provient plus d'un arbitraire sur la phase mais de la continuité du mouvement sur le groupe des rotations et de la quantification qui s'ensuit pour la projection $\hbar m'$ du moment de quantité de mouvement sur l'axe de symétrie.

5) La charge magnétique est définie par la projection du moment cinétique de la toupie-monopôle sur l'axe de symétrie : **elle est définie par l'angle au sommet du cône de Poincaré**. D'après (24) la charge magnétique s'écrit :

$$g = e\,\frac{m'}{\alpha} \quad \left(\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}\,;\ m' = -j, -j+1, \ldots, j-1, j\right) \tag{25}$$

6) Pour une charge électrique e donnée, les valeurs de g se décomposent en familles de $2j+1$ éléments associées aux valeurs j du moment cinétique. Ces familles se divisent par paires de signes contraires de m', correspondant à des charges magnétiques opposées. Mais **ces valeurs opposées ne correspondent pas à une conjugaison de charge** (elles ne s'échangent dans aucune transformation unitaire). Si on oriente l'axe de symétrie et le moment total, ces charges opposées correspondront à des demi angles au sommet $> \pi/2$ ou $< \pi/2$. Donc deux monopôles peuvent être de charges opposées, soit en étant de chiralités opposées et conjugués de

charge, soit en étant de même chiralité avec des cônes de Poincaré de demi angles au sommet supplémentaires.

7) Les familles de valeurs de g se séparent en deux catégories correspondant aux représentations D_j d’ordre demi entier ou entier, pour lesquelles m' sont eux aussi demi entiers ou entiers. Pour m' entier, la charge du monopôle est $g = 137\, m'\, e \ \left(m' \ entier, 137 = 1/\alpha\right)$: c’est un multiple d’une charge élémentaire égale à 137 charges électroniques.

8) **Point fondamental** : les m' entiers comportent la valeur $m' = 0$, donc $g = 0$: le cône de Poincaré se réduit à un plan orthogonal à l’axe de symétrie et les équations (13) se ramènent à l’équation du neutrino. **Le neutrino est un monopôle de charge nulle.** On peut alors émettre l’hypothèse que **le monopôle est un état magnétiquement excité du neutrino, capable d’intervenir dans les interactions faibles, d’apparaître au lieu du neutrino dans des désintégrations β ou inversement de les engendrer.**

C’est cette hypothèse, émise depuis longtemps [1], [2],[3], [7], que nous espérons voir vérifier par les travaux d’Urutskoev et son groupe à l’Institut Kurchatov, confirmés par le groupe de Kuznetsov à Dubna. Un ensemble d’indices permet cet espoir, à la fois par la présence de magnétisme dans le rayonnement émis lors d’explosion électrique de feuilles métalliques minces et par le fait que les transmutations nucléaires observées s’expliquent toutes par des interactions faibles.

On ne saurait encore prétendre que cette hypothèse est avérée mais pour le cas où elle se confirme, on peut en avancer une autre : il doit exister d’autres classes de monopôles. Nous n’avons parlé jusqu’ici que de e-monopôles mais s’ils existent, il doit exister également des μ-monopôles et des τ-monopôles.

Bibliographie

[1]L.I. Urutskoiev, V.I. Liksonov, V.G. Tsinoev, Expérimental observation of a « Strange Radiation » and of the transmutation of chemical elements, Journal de radioélectronique, N°3, 2000 (en russe), traduit en français dans ce même numéro.

[2] G. Lochak, Sur un monopôle de masse nulle décrit par l'équation de Dirac, et sur une équation générale non linéaire qui contient des monopôles de spin 1/2 Annales de la Fondation Louis de Broglie, **8**, 1983, p. 345 (I). **9**, 1984, p. 5 (II).
[3] G. Lochak, Wave equation for a magnetic monopole, IJTP, **24**, 1985, p. 1019.
[4]. G. Lochak, The symmetry between electricity and magnetism and the wave equation of a spin 1/2 magnetic monopole, in : Information, complexity and control in quantum physics Springer, Wien, 1987.
[5] G. Lochak, Etats électriques dans le champ de Majorana, Annales de la Fondation Louis de Broglie, **12**, 1987, p. 135.
[6] G. Lochak, Un monopoôle magnétique dans le champ de Dirac (états magnétiques dans le champ de Majorana), Annales de la Fondation Louis de Broglie, **17**, 1992, p. 203.
[7]. G. Lochak, Sur la présence d'un second photon dans la théorie de la lumière de Louis de Broglie, Annales de la Fondation Louis de Broglie, **20**, 1995, p. 111.
[8]. G. Lochak, The Symmetry between Electricity and Magnetism and the Problem of the Existence of a Magnetic Monopole, contribution au recueil : Advanced Electromagnetism, Ed. T.W. Barrett, D.M. Grimes, World Scientific, Singapore, 1995, p. 105-148.
[9] G. Lochak, Les symétries P,T,C, les solutions à énergie négatives et la représentation des antiparticules dans les équations spinorielles, partie I, Annales de la Fondation Louis de Broglie, **22**, 1997, p.1 ; partie II, id. **22**, 1997, p. 187.
[10] W. Pauli, Annales de l'Institut Henri Poincaré, **6**, 1936, p. 109.
[11] P. Curie, Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, Journal de Physique, 3^{e} série, t.III, 1894, p. 393 ; Sur la possibilité d'existence de la conductibilité magnétique et du magnétisme libre, id. p.415. (Articles reproduits dans : Annales de la Fondation Louis de Broglie, **19**, 1994, p.159).
[12] N. Cabibbo & G. Ferrari, Nuovo Cimento, **23**, 1962, p. 1147.
[13] H. Poincaré, Comptes rendus, **123**, 1896, p. 530.

(Manuscrit reçu le 27 janvier 2003)