Covariance des lois physiques et relativité

André Sanche

1, rue de Toulouse, 30000 Nimes

Je considère comme très probable que les phénomènes optiques ne dépendent que des mouvements relatifs des corps matériels en présence.

H. Poincaré

RESUMÉ. La relativité restreinte telle qu'elle est actuellement interprétée ne respecte pas la covariance des lois physiques. Ceci explique la plupart des paradoxes qui émaillent la théorie.

ABSTRACT. Special relativity, with its usually accepted interpretation, does not comply with the invariance of physical laws. This explains most of the paradoxes which appear in the theory.

Le principe de relativité présente plusieurs aspects. Pour les distinguer nous serons obligés d'associer à chaque grandeur deux indices, le premier pour indiquer la particule matérielle concernée par le phénomène, le second pour indiquer le repère utilisé (par exemple x_{ij} localise la particule P_i sur l'axe des x du repère $R(j)$.

1. Relativité physique (invariance des lois physiques)

Un mouvement relatif d'inertie est comme rien. Les mêmes phénomènes sont décrits de la même façon dans leur repère d'inertie respectif. On a donc pour un phénomène E_{ii} concernant P_i dans $R(i)$ et un même phénomène E_{jj} concernant Q_j dans $R(j)$:

$$E_{ii} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad E_{jj} = 0$$

On peut dès lors postuler des horloges identiques donnant le temps euclidien dans chacun des repères considérés. En relativité restreinte on peut même estimer que ces horloges sont synchronisées puisqu'on admet que l'éclair est émis à l'origine des repères à la date zéro lors de l'établissement des formules de Lorentz. Les particules P_i et Q_j coïncidant lors de la réception éventuelle du spot lumineux (AFLB 1996 p. 194 à 198)

$$x_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii}) \Longrightarrow x' = \gamma_{ij}(x + v_{ij}t) \tag{1}$$

$$t_{jj} = \gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2) \Longrightarrow t' = \gamma_{ij}(t + v_{ij}x/c^2) \tag{2}$$

$$x_{ii} = \gamma_{ij}(x_{jj} - v_{ij}t_{jj}) \Longrightarrow x = \gamma_{ij}(x' - v_{ij}t') \tag{3}$$

$$t_{ii} = \gamma_{ij}(t_{jj} - v_{ij}x_{jj}/c^2) \Longrightarrow t = \gamma_{ij}(t' - v_{ij}x'/c^2) \tag{4}$$

avec $\gamma_{ij} = 1/\sqrt{1-\beta_{ij}^2}$ et $\beta_{ij} = v_{ij}/c$, où v_{ij} est la vitesse selon les x de P_i par rapport à Q_j. A condition d'être répétés, les indices ii, jj, peuvent être remplacés par un accent.

On reconnaît alors les formules de Lorentz qui ne sont pas des formules de changement de base mais des formules de relativité physique.

Par exemple lorsque l'éclair fait un angle $\hat{\alpha}$ avec les x,

$$\text{Pour} \quad P_i \quad \text{dans} \quad R(i): \quad x_{ii}/t_{ii} = c\cos\hat{\alpha}_{ii} \tag{5}$$

$$\text{Pour} \quad Q_j \quad \text{dans} \quad R(j): \quad x_{jj}/t_{jj} = c\cos\hat{\alpha}_{jj} \tag{6}$$

Les formules de relativité physique, dites de Lorentz, (1) et (2) donnent dans ces conditions :

$$x_{jj}/t_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii}/\gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2)$$

$$c\cos\hat{\alpha}_{jj} = (x_{ii} + v_{ij}t_{ii})/t_{ii}(1 + \beta_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii})$$

et enfin

$$\cos\hat{\alpha}_{jj} = (\cos\hat{\alpha}_{ii} - \beta_{ji})/(1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii}) \tag{7}$$

de même

$$\sin\hat{\alpha}_{jj} = (\sin\hat{\alpha}_{ii}\sqrt{1-\beta_{ji}^2})/(1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii}) \tag{8}$$

$\hat{\alpha}_{ii}$ et $\hat{\alpha}_{jj}$ sont les angles de réception de l'éclair selon que celui-ci est perçu par P_i ou par Q_j (effet Bradley). Le même raisonnement étant valable pour les dates, la relativité physique permet d'introduire la théorie ondulatoire de la lumière. Les particules P_i et Q_j qui coïncident lors de la réception éventuelle de l'éclair, le recevraient au même point de $R(i)$ à des dates différentes (for .2). En revanche les particules P_i et P_j situées en $x_{jj} = x_{ii}$ et qui coïncident lors de l'émission de l'éclair à la date zéro, ne coïncident plus lors de sa réception. L'éclair est donc susceptible d'être perçu à la même date, $t_{jj} = x_{jj}/c = x_{ii}/c = t_{ii}$, en des points différents de $R(i)$. Conformément à la théorie ondulatoire, nous sommes obligés d'associer une onde à la réception de l'éclair.

2. Relativité descriptive active (covariance des lois physiques)

Un phénomène concernant la particule P_i est décrit de la même façon dans des repères différents, soit $R(i)$ et $R(j)$:

$$E_{ii} = 0 \Longleftrightarrow E_{ij} = 0$$

A cet aspect de la relativité correspondent des formules de changement de base, dites descriptives actives (AFLB, 1996 p. 196)

La particule P_i est localisée dans $R(i)$ et $R(j)$ lors de la réception de l'éclair de façon que :

$$x_{ij} = \gamma_{ij}(x_{ii} + v_{ij}t_{ii}) \tag{9}$$

$$t_{ij} = \gamma_{ij}(t_{ii} + v_{ij}x_{ii}/c^2) \tag{10}$$

$$x_{ii} = \gamma_{ij}(x_{ij} - v_{ij}t_{ij}) \tag{11}$$

$$t_{ii} = \gamma_{ij}(t_{ij} - v_{ij}x_{ij}/c^2) \tag{12}$$

et les quatre formules concernant Q_j : $x_{ji} = \gamma_{ji}(x_{jj} - v_{ij}t_{jj}), t_{ji} = \gamma_{ij}(t_{jj} - v_{ij}x_{jj}/c^2), x_{jj} = \gamma_{ij}(x_{ji} + v_{ij}t_{ji}), t_{jj} = \gamma_{ij}(t_{ji} + v_{ij}x_{ji}/c^2)$. Au nombre de huit, les formules descriptives sont trop nombreuses pour que les indices puissent être remplacés par des accents. Ceci dit, par rapport à ces formules existe la forme quadratique invariante suivante, quel que soit $R(j)$ pour un évènement concenant P_i :

$$c^2dt_{ij}^2 - \overrightarrow{dx}_{ij}^2 = c^2dt_{ii}^2 - \overrightarrow{dx}_{ii}^2 = \overline{ds}^2 \tag{13}$$

formule facile à vérifier car il est admis que $dy_{ij} = dy_{ii}$ et que $dz_{ij} = dz_{ii}$. On peut donc considérer :

$$\overline{ds}_{ii} = (cdt_{ii}, \overrightarrow{idx}_{ii}) \quad \text{où} \quad i = \sqrt{-1} \tag{14}$$

comme un quadrivecteur dans un espace dont les repères notés $\overline{R}$, ont un quatrième axe orthogonal aux trois axes usuels. Pour changer de repère, les formules descriptives sont alors remplacées par une matrice de passage complexe :

$$\begin{pmatrix} cdt_{ij} \\ idx_{ij} \end{pmatrix} = A_i^j \begin{pmatrix} cdt_{ii} \\ idx_{ii} \end{pmatrix} \quad \text{où} \quad A_i^j = \begin{pmatrix} \gamma_{ij} & -i\gamma_{ij}\beta_{ij} \\ i\gamma_{ij}\beta_{ij} & \gamma_{ij} \end{pmatrix} \tag{15}$$

qui *donne les mêmes résultats*, notamment (9) et (10).

3. L'espace de Minkowski

Les quadrivecteurs (14) et leurs dérivés constituent l'espace mathématique à quatre dimensions dit de Minkowski. Considérons maintenant l'intervalle concernant la particule P_i liée à $R(i)$. La relation (13) où $\overrightarrow{dx}_{ii} = \vec{0}$ entraîne :

$$ds^2 = c^2 dt_{ii}^2$$

La durée euclidienne $dt_0 = dt_{ii}$ propre à P_i inerte est invariante au même titre que ds^2. On peut dès lors définir la quadrivitesse de P_i dans $\overline{R(i)}$ par :

$$\overline{V}_{ii} = (cdt_{ii}, i\overrightarrow{dx}_{ii})/dt_0 = (c, i\,\overrightarrow{0})$$

car $\overrightarrow{dx}_{ii} = \overrightarrow{0}$. Et dans le repère $\overline{R(j)}$:

$$\overline{V}_{ij} = A_i^j (c, i\,\overrightarrow{0}) = (\gamma_{ij}c, i\overrightarrow{\gamma_{ij}v_{ij}})$$

Multiplions $\overline{V}_{ij}$ par la masse euclidienne de P_i inerte, $m_0 = m_{ii}$, nous obtenons :

$$\overline{P}_{ij} = m_0(\gamma_{ij}c, i\overrightarrow{\gamma_{ij}v_{ij}}) = (E_{ij}/c, i\overrightarrow{P}_{ij}) \tag{16}$$

où $E_{ij} = m_0 c^2/\sqrt{1-\beta_{ij}^2}$ et $P_{ij} = m_0 v_{ij}/\sqrt{1-\beta_{ij}^2}$ sont respectivement l'énergie totale et la quantité de mouvement de P_i.

Nous sommes partis d'un quadrivecteur connu, l'intervalle d'Univers, pour aboutir à un quadrivecteur connu, l'impulsion-énergie de P_i. La loi du quotient du calcul tensoriel nous oblige à considérer les grandeurs euclidiennes dt_0 et m_0 comme des tenseurs d'ordre zéro, c'est-à-dire comme des scalaires invariants. Cette propriété, indispensable pour respecter la covariance des lois physiques, est soigneusement occultée lors de l'enseignement de la relativité restreinte.

Dans ces conditions, on peut d'ores et déjà estimer que la dilatation de la durée et la contraction des longueurs lors de mouvements relatifs d'inertie sont apparentes. On peut facilement démontrer que ces déformations, constatées pour des corps accélérés (accélérateurs de particules), sont dues à l'accélération.

4. Quadrivitesse de la lumière

Le calcul tensoriel considère les vitesses comme des tenseurs d'ordre un. Compte tenu que la vitesse de la lumière se calcule en utilisant la durée du récepteur, durée invariante, nous venons de le vérifier, nous avons pour la quadrivitesse du photon perçu par P_i dans le repère $\overline{R(i)}$:

$$\overline{C}_{ii} = (cdt_{ii}, i\overrightarrow{dx}_{ii})/dt_{ii} = (c, i\overrightarrow{c})$$

car $\overrightarrow{dx}_{ii}/dt_{ii} = \overrightarrow{c}$. Lorsque l'éclair est perçu obliquement par P_i, angle $\hat{\alpha}_{ii}$ avec les x, on a dans $R(i)$:

$$\overline{C}_{ii} = (c, i\overrightarrow{c}) = (c, ic\ \cos\hat{\alpha}_{ii},\ ic\sin\hat{\alpha}_{ii}, i0)$$

et dans $\overline{R(j)}$: $\overline{C}_{ij} = (cdt_{ij},\ i\overrightarrow{dx}_{ij})/dt_{ii}$ [1] ou encore

$$\overline{C}_{ij} = \begin{pmatrix} \gamma_{ij} & -i\gamma_{ij}\beta_{ij} & 0 & 0 \\ i\gamma_{ij}\beta_{ij} & \gamma_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ ic\cos\hat{\alpha}_{ii} \\ ic\sin\hat{\alpha}_{ii} \\ io \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{ij}(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii}) \\ i\gamma_{ij}(v_{ij} + c\cos\hat{\alpha}_{ii}) \\ ic\sin\hat{\alpha}_{ii} \\ io \end{pmatrix}$$

dont le carré scalaire est bien nul :

$$C_{ij}^2 = \gamma_{ij}^2(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii})^2 - \gamma_{ij}^2(v_{ij} + c\cos\hat{\alpha}_{ii})^2 - c^2\sin^2\hat{\alpha}_{ii}$$

[1] au dénominateur $dt_{ii} = dt_0$ est la durée expérimentale invariante, au numérateur cdt_{ij} est une distance évidemment fonction du repère $R(j)$.

$$= \gamma_{ij}^2(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii})^2 - \gamma_{ij}^2(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii})^2$$

La 4-vitesse du photon perçu par P_i s'écrit donc dans $\overline{R(j)}$:

$$\overline{C}_{ij} = (C_{ij},\ i\overrightarrow{C}_{ij}) = [\gamma_{ij}(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii}),\ i\overrightarrow{\gamma_{ij}(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii})}]$$

avec $|\overrightarrow{C}_{ij}|\cos\hat{\alpha}_{ij} = C_{ijx} = \gamma_{ij}(v_{ij} + c\cos\hat{\alpha}_{ii})$ et $|\overrightarrow{C}_{ij}|\sin\hat{\alpha}_{ij} = C_{ijy} = c\sin\hat{\alpha}_{ii}$ d'où pour l'effet Bradley puisque $|\overrightarrow{C}_{ij}| = C_{ij} = \gamma_{ij}(c + v_{ij}\cos\alpha_{ii})$:

$$\cos\hat{\alpha}_{ij} = \frac{\cos\hat{\alpha}_{ii} - \beta_{ji}}{1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii}} \quad \text{ainsi que} \quad \sin\hat{\alpha}_{ij} = \frac{\sin\hat{\alpha}_{ii}\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}}{1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii}} \tag{17}$$

et pour l'effet Doppler (en utilisant la formule élémentaire, voir la dernière page de l'article) :

$$\nu_{ii} = \nu_{jj}(C_{ii}/C_{ij}) = \nu_{jj}\sqrt{1 - \beta_{ij}^2}/(1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii}) \tag{18}$$

avec $C_{ii} = \gamma_{ii}(c + v_{ii}\cos\hat{\alpha}_{ii}) = c$ car $v_{ii} = 0$ et $\gamma_{ii} = 1$.

Nous avons utilisé la durée du récepteur de l'éclair pour calculer la vitesse du photon. De même utilisons la fréquence effectivement perçue pour lui attribuer une masse. D'après les formules d'Einstein et de Planck, la masse expérimentale du photon perçu par P_i est $h\nu_{ii}/c^2$. D'où pour son impulsion dans $\overline{R(j)}$:

$$\begin{aligned}
\overline{P}_{ij} &= (P_{ij}, i\overrightarrow{P}_{ij}) = (h\nu_{ii}/c^2)(C_{ij},\ i\overrightarrow{C}_{ij}) \\
&= (h\nu_{ii}/c^2)[\gamma_{ij}(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii}),\ i\overrightarrow{\gamma_{ij}(c + v_{ij}\cos\hat{\alpha}_{ii})}] \\
&= (h\nu_{ii}/c)[\gamma_{ij}(1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii}),\ i\overrightarrow{\gamma_{ij}(1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii})}]
\end{aligned}$$

Compte tenu de l'effet Doppler (18) et de l'effet Bradley (7), (8), (17), le photon $h\nu_{ii}$ a dans $\overline{R(j)}$ la même énergie et la même impulsion que le photon $h\nu_{jj}$ perçu par Q_j :

$$\overline{P}_{ij} = (h\nu_{ij}/c,\ ih\overrightarrow{u}_{ij}/\lambda_{ij}) \tag{19}$$

en posant $h\nu_{ij} = h\nu_{jj}$ et $\overrightarrow{u}_{ij} = \overrightarrow{u}_{jj}$ pour mettre en évidence qu'il s'agit bien d'un photon perçu par P_i.

Il suffit alors de multiplier (16) et (19) par le scalaire $2\pi/h$ pour retrouver respectivement les quadrivecteurs d'onde dans $\overline{R(j)}$:

$$\text{du récepteur} \quad P_i : \quad 2\pi(E_{ij}/hc,\ i\overrightarrow{P}_{ij}/h) \tag{20}$$

$$\text{du photon} \quad h\nu_{ii} : \quad 2\pi(\nu_{ij}/c,\ i\overrightarrow{u}_{ij}/\lambda_{ij}) \tag{21}$$

Ces quadrivecteurs bien connus permettent d'introduire la mécanique ondulatoire. Pour les phases,

$$2\pi(\nu/c,\ iu_x/\lambda).(ct, ix) = 2\pi(\nu t - x/\lambda) \tag{22}$$

$$2\pi(E/hc, ipu_x/h).(ct, ix) = 2\pi(Et/h - px/h) \tag{23}$$

D'où les exponentielles :

$$\varphi = \exp i\ 2\pi(\nu t - x/\lambda) \tag{24}$$

$$\psi = \exp i\ 2\pi(Et/h - px/h) \tag{25}$$

(25) représente la présence éventuelle de la particule matérielle et (24) l'interaction éventuelle du photon, en estimant exactement connues l'énergie et la fréquence.

Ainsi introduites, les intégrales de Fourier utilisées par Schrödinger représentent les *localisations ponctuelles probables* de la particule matérielle, localisations se dispersant avec le temps, ce qui est tout à fait logique. On a alors :

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(E)dE\ e^{i2\pi(Et/h - px/h)} \tag{26}$$

où $A(E)dE$ est un coefficient de probabilité. L'étude des intégrales de Fourier fournit le principe d'incertitude :

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad \text{et} \quad \Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar \tag{27}$$

5. Formule élémentaire de l'effet Doppler : $\nu_{ii} = \nu_{jj}(C_{ii}/C_{ij})$

Sa démonstration figure dans la plupart des manuels de physique.

Pourquoi utiliser cette formule? Elle permet de comprendre ce qui se passe. La première onde est émise par S_j à la date zéro. Elle est perçue à la date x/c où x est la distance séparant l'émetteur du récepteur P_i à la date d'émission. La deuxième onde est émise à la date dt_{jj} et perçue à la date $dt_{jj} + (x - v_{ji}dt_{jj})/c$ puisque la source S_j s'est déplacée de la distance $v_{ji}dt_{jj}$ par rapport au récepteur P_i lorsqu'elle émet la deuxième onde. Entre les perceptions de ces deux ondes existe la durée :

$$dt_{ii} = dt_{jj} + (x - v_{ji}dt_{jj})/c - x/c = dt_{jj}(c - v_{ji})/c$$

d'où pour les fréquences

$$\nu_{ii} = \nu_{jj}[c/(c - v_{ji})]$$

où c est la vitesse de l'onde par rapport au récepteur (expériences de Michelson) et $(c - v_{ji})$, sa vitesse par rapport à l'émetteur. Si l'éclair fait un angle $\hat{\alpha}$ avev $\overrightarrow{v}_{ji}$:

$$\nu_{ii} = \nu_{jj}[c/(c - v_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii})]$$

et finalement compte tenu du facteur relativiste $1/\sqrt{1-\beta_{ji}^2}$

$$\nu_{ii} = \nu_{jj}(C_{ii}/C_{ij}) = \nu_{jj}\sqrt{1-\beta_{ij}^2}/(1 - \beta_{ji}\cos\hat{\alpha}_{ii}) \qquad (18)$$

L. de Broglie écrivit : “Il faut que l'état final du photon soit déterminé par son état initial”.

Pourquoi refuser d'utiliser cette formule? Pour ne pas reconnaître qu'un éclair donné n'a pas la vitesse c dans tous les repères, mais uniquement dans le repère du récepteur effectif (expériences de Michelson). On raisonne donc dans un espace abstrait (qui n'existe pas, Einstein) en utilisant la géométrie analytique qui n'explique nullement le phénomène. Henri Poincaré écrivit dans son cours d'optique : “Je considère comme très probable que les phénomènes optiques ne dépendent que des mouvements relatifs des corps matériels en présence”.

6. Conclusion

Il est difficile de croire que des coïncidences aussi poussées soient totalement fortuites.

Les horloges au repos de chaque repère étant facilement synchronisables (Einstein), il est certain qu'une durée invariante, fonction des corps matériels concernés par les phénomènes est absolue (c'est en définitive la durée de tous les jours, ce qui abolit tout paradoxe). Tous les quadrivecteurs de la relativité restreinte utilisent une durée euclidienne invariante. Ceci est facilement vérifiable. La durée n'est fonction des repères qu'en relativité physique, tout simplement parce qu'en changeant de repère, on change en réalité de récepteur effectif de l'éclair (formules de Lorentz).

D'après la méthode expérimentale, les axiomes d'une théorie doivent être peu nombreux, si possible simples et sans qu'il soit nécessaire d'introduire en cours de théorie de nouveaux postulats. Ces axiomes sont jugés pour leurs conséquences mathématiquement déduites, en conformité avec les faits expérimentaux. Utiliser une durée universelle et mettre en harmonie les axiomatiques des différentes théories physiques est donc une façon de voir les choses qui semble suceptible d'intéresser des personnes sans préjugés.

On m'a reproché de retrouver les formules déjà admises en relativité. C'est bien le moins puisqu'elles ont fait leurs preuves. Pour des scientifiques, chercher à comprendre reste une bonne méthode, même si dans l'immédiat elle ne procure aucun profit.

(Manuscrit reçu le 15 mai 2002)