

Un énoncé de Vaschy et une expérience de Blondel revisités : la tension d'Ampère

O. COSTA DE BEAUREGARD

Annales de la Fondations Louis de Broglie
23, rue Marsoulan, F-75012 Paris, France.
fond.broglie@wanadoo.fr

RESUME. \mathbf{A} notant le potentiel vecteur il y a en magnétostatique des courants équivalence intégrale entre la force de Laplace-Grassmann $d\mathbf{F} = I \mathbf{B} \times d\mathbf{l}$ et la tension $\mathbf{T} = I\mathbf{A}$. Aux diverses expériences ayant mis en évidence des aspects de cette « tension d'Ampère » s'ajoute celle du « fil enroulé » de Blondel convenablement réinterprétée. .

ABSTRACT. . \mathbf{A} denoting the vector potential, there is in the magnetostatics of currents an integral equivalence between the Laplace-Grassmann force $d\mathbf{F} = I \mathbf{B} \times d\mathbf{l}$ and the ten-sion $\mathbf{T}=I\mathbf{A}$. We add here to the various experiments having evidenced aspects of this "Ampère tension" a reinterpretation of Blondel's one using a winding of the conductor.

1 Introduction : un imbroglio séculaire

On sait que la force électromotrice établissant dans un circuit un courant d'intensité I ne dépend pas de la présence éventuelle d'un champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Ceci demande une explication car, Φ notant le flux de \mathbf{B} à travers le circuit, une *énergie potentielle* $I\Phi$ est alors produite; elle s'actualise sous la forme $I d\Phi/dt$ si l'on varie Φ .

Par contre la génération de la mutuelle énergie $W = I\Phi$ est directement évidente si l'on déforme ou déplace le circuit dans un champ $\mathbf{B}(\mathbf{r})$: elle égale alors le travail de la force de Laplace-Grassmann

$$\delta W = I \iint [\mathbf{B} \times d\mathbf{l}] \cdot \delta \mathbf{l} ; ; \quad (1)$$

la fem d'induction $d\Phi/dt$ se lit sur la formule

$$W = I\Phi = I \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = I \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} . \quad (2)$$

Cette énigme est à l'origine d'un paradoxal énoncé de Vaschy¹ selon lequel « Il n'y a pas de mutuelle énergie entre un aimant permanent de moment \mathbf{M} et un circuit d'intensité I ». Pourtant *un aimant agit sur un courant et un courant agit sur un aimant; s'il y a interaction il y a mutuelle énergie*. Sa formule est $W = \mathbf{B} \cdot \mathbf{M}$ dans le cas d'un dipôle de moment \mathbf{M} plongé dans un champ \mathbf{B} , $W = I\Phi$ si elle est pensée comme attribuée au circuit; ces deux expressions sont échangeables via les formules du champ \mathbf{B}_c du circuit et du potentiel vecteur \mathbf{A}_m du dipôle.

En outre l'énoncé de Vaschy contredit le concept du feuillet magnétique d'Ampère, lisible sur la formule (2).

La solution, fort simple, de l'énigme est la suivante. *L'assemblage rigide d'un aimant permanent et d'un circuit alimenté sous un voltage ajustable V interdit aux forces magnétiques de travailler ; donc une mutuelle énergie d'assemblage s'oppose à la mutuelle énergie magnétique. C'est en ce sens que la mutuelle énergie totale est nulle*. Donc la fem produisant un courant I est insensible à la présence d'un champ magnétique $\mathbf{B}(\mathbf{r})$.

2 Discussion d'une expérience de Blondel

Blondel² a réalisé un appareil qui, enroulant ou déroulant en présence d'un aimant permanent un fil parcouru par un courant I , fait varier le flux embrassé Φ ; alors la mutuelle énergie $I\Phi$ *varie sans qu'aucune ligne de champ \mathbf{B} soit coupée*.

Constatant qu'aucune fem n'apparaît Blondel pense avoir vérifié l'énoncé de Vaschy -ce qui, arguons nous, est inexact.

D'abord *la mutuelle énergie $I\Phi$ existe bel et bien ; si elle n'est pas d'origine électro-magnétique elle est donc d'origine mécanique.* Or, *l'engin de Blondel est un moteur ou générateur* comme la roue de Barlow, l'anneau de Gramme, le rotor unipolaire. S'il avait mesuré le couple de l'enrouleur Blondel aurait trouvé l'énergie manquante: *il aurait trouvé que la tension du fil au point du contact glissant vaut $\mathbf{T} = I\mathbf{A}$* , donc que la puissance échangée vaut $\mathbf{T} \cdot \mathbf{v}$ comme lorsqu'une courroie roule à vitesse \mathbf{v} sur une poulie.

Mettant en vacances la formule d'équivalence (2) l'engin de Blondel désolidarise la force longitudinale $\mathbf{T} = I\mathbf{A}$ de la force transverse $I \mathbf{B} \times d\mathbf{l}$ -et permet de la mesurer.

3 La tension d'Ampère dévoilée par l'effet Meissner

La masse de l'électron, ignorée de l'électromagnétisme classique, est essentielle en supraconductivité.

Refroidi dans le champ $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ d'un aimant permanent et devenu supraconducteur, un circuit acquiert un courant induit d'intensité I sans qu'aucune ligne du champ soit coupée. Le flux total Φ étant expulsé la somme de la self énergie (positive) du circuit et de la mutuelle énergie (négative) est nulle ; la self-énergie de l'aimant est donc nulle, en ce sens que l'énergie magnétique est contrebalancée par une énergie de contrainte structurelle.

Théorème 1 . *La self-énergie du super-courant induit par un champ $\mathbf{B} \equiv \partial \times \mathbf{A}$ égale l'énergie cinétique des électrons de conduction.* Multipliée par l'intensité $I \equiv -e dn/dt$, l'intégrale de contour

$$\int (\mathbf{m}\mathbf{v} - e\mathbf{A}) \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (3)$$

donne en effet

$$W = I\Phi \equiv I \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma \frac{1}{2} m\mathbf{v}^2 \quad (4)$$

Donc l'énergie cinétique des électrons égale moins la mutuelle énergie du système.

Théorème 2. *La tension mécanique créée dans un fil supraconducteur par la force centrifuge des électrons est contrebalancée par une tension attractive qui, \mathbf{A} notant le potentiel vecteur dans la jauge adhérente à la source, vaut*

$$\mathbf{T} = I\mathbf{A} \quad (5)$$

. Soit en effet, mutuellement entrelacés et tous deux filiformes, un circuit c d'intensité I et un aimant fermé m de flux piégé Φ . La mutuelle énergie *topologiquement invariable* a les deux expressions équivalentes

$$W \equiv I\Phi = I \int \mathbf{A}_c \cdot d\mathbf{l}_c = \Phi \int \mathbf{B}_m \cdot d\mathbf{l}_m \quad (6)$$

Si donc un long aimant droit est coaxial avec un cercle supraconducteur, *la force centrifuge des électrons est compensée par une tension attractive de formule (5)*; cela permet à Tonomura³ d'énoncer « en supraconduction la symétrie de jauge est brisée », les électrons obéissant à la relation

$$m\mathbf{v} - e\mathbf{A} = \mathbf{0} . \quad (7)$$

Donc non seulement *l'énergie totale (cinétique plus potentielle)* mais aussi *l'impulsion totale (cinétique plus potentielle)* sont nulles.

La supraconductivité met donc en évidence la physicalité du potentiel vecteur, et en corollaire celle de la *tension d'Ampère* d'expression (5). Attractive dans le cas d'une *mutuelle* énergie celle-ci est répulsive dans le cas d'une *self* énergie. Sous cette forme elle a été mise en évidence dans plusieurs expériences⁴⁻⁸.

4 Sur la densité d'impulsion énergie électromagnétique

Vaschy¹ a fait un pas de trop en voulant absolutiser son énoncé: Il a postulé pour la densité d'énergie magnétique l'expression \mathbf{H}^2 , alors que dans le

cas d'un dipole de moment \mathbf{M} plongé dans un champ \mathbf{B} elle vaut $W = \mathbf{H} \cdot \mathbf{M}$, d'où suivent les expressions $\mathbf{H} \times \mathbf{M}$ du couple et $\partial(\mathbf{M} \cdot \mathbf{H})$ de la force de Curie appliquées au dipôle.

En termes des champs la densité d'énergie magnétique se formule donc $w = \mathbf{H} \cdot \mathbf{B}$. Une autre expression utile est $w = \mathbf{A} \cdot \mathbf{j}$ lisible sur la formule (2). Contrairement à ce que postule Vaschy, l'énergie magnétique d'un système réside donc en partie dans les sources du champ.

Les formules de deux tenseurs densités d'impulsion-énergie électromagnétique suivent de là : celle du tenseur de Maxwell-Minkowski ($i, j, k, l = 1, 2, 3, 4$; $x^4 = ict$)

$$M^{ij} = \frac{1}{2} (D^{ik} E_k^j - B^{ik} H_k^j) \quad (8)$$

et celle du tenseur⁹

$$N^{kl} = A^k j^l ; \quad (9)$$

$B^{ij} \equiv H^{ij} + P^{ij}$ note le tenseur induction magnéto-électrique et $D^{ij} \equiv E^{ij} + Q^{ij}$ son dual, le tenseur induction électro-magnétique ; j^l note la 4-densité de courant charge.

5 Conclusion

Justifiée par l'argumentation précédente, l'existence le long d'un circuit de la tension d'Ampère $\mathbf{T} = \mathbf{I} \mathbf{A}$ a été validée par plusieurs expériences⁴⁻⁸ auxquelles on peut, selon nous, ajouter celle du fil enroulé de Blondel¹ convenablement réinterprétée. Cela confère un sens physique au potentiel vecteur exprimé dans la jauge adhérente aux sources. Autrement dit, la jauge de \mathbf{A} est fixée en tant que constante d'intégration

-en accord avec un énoncé beaucoup plus général¹⁰.

Donnons pour finir la parole à Tonomura³: « Parlons du potentiel vecteur dans un supraconducteur. Si un champ magnétique est appliqué à un supraconducteur un supercourant - c/m \mathbf{A} est induit... Donc le potentiel vecteur est observable! L'arbitraire de la jauge disparaît, la symétrie de jauge est brisée ».

Références

- [1] A. Vaschy, Traité d'Electricité et de Magnétisme (Baudry, Paris 1890).
- [2] A. Blondel, C. R. Ac. Sci. 59, 674 et 728 (1914).
- [3] 3. A. Tonomura, The quantum world unveiled by electron waves (World Scientific, Singapore 1998) 133.
- [4] 4. C. Hering, IEEE Trans. 42, 312 (1923).
- [5] 5. J. Nasilowski, Exploding Wires, (W.C. Case et H.K. More eds, Plenum, New York t.3 (1954).
- [6] 6. P.T. Pappas, Nuovo Cim. B 78, 189 (1983).
- [7] 7. P. Graneau, IEEE Trans. Mag. 20, 444 (1984).
- [8] 8. R. Saumont, Ampère force, in Advanced Electrodynamics (T.W. Barrett et D.M. Grimes eds, World Scientific Singapore 1998) 620.
- [9] 9. O. Costa de Beauregard, La Théorie de la Relativité Restreinte (Masson, Paris 1949) 82-84.
- [10] 10. O. Costa de Beauregard, Electromagnetic gauge as an integration condition in référence 8, 77.

Manuscrit reçu le 17 janvier 2002.