

“Photons électriques” et “photons magnétiques” dans la théorie du photon de De Broglie

Un renouvellement possible de la théorie
du champ unitaire d’Einstein

GEORGES LOCHAK

Fondation Louis de Broglie,
23 rue Marsoulan, 75012 Paris, France

RESUME. On rappellera la *méthode de fusion* de de Broglie appliquée à l’équation de de Dirac dans la théorie générale des particules à spin. La méthode sera appliquée au cas du *photon* et du *graviton*. On examinera les *problèmes de symétrie* soulevés récemment par l’auteur de l’exposé. Il s’ensuit que la théorie de de Broglie décrit en réalité *deux photons*, associés aux *charges électriques* et aux *monopôles magnétiques*. Il en résulte deux systèmes différents d’équations de Maxwell.

On montre alors que, dans la théorie du graviton de de Broglie-Tonnellat, qui est une théorie unitaire de la gravitation et de l’électromagnétisme,

Le photon associé au graviton n’est pas électrique mais magnétique.

Ce fait inattendu peut conduire à un renouvellement de la théorie d’Einstein du champ unitaire qui ne serait plus celui que l’on cherchait. Un exposé plus complet est donné dans [34].

1 La méthode de fusion

Soit une paire de particules identiques de masse m , obéissant à l’équation de Schrödinger, avec des coordonnées x_1, y_1, z_1 et x_2, y_2, z_2 . Centre de masse :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; y = \frac{y_1 + y_2}{2}; z = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (1,1)$$

Equation de Schrödinger du centre de masse :

$$-i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{1}{2M} \Delta \Phi \quad (M=2m) \quad (1,2)$$

Inapplicable au neutrino (relativité). De Broglie a suggéré un procédé formel. Il associe aux particules deux ondes ψ et φ , sans distinguer les coordonnées :

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{2m} \Delta \psi; \quad -i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{1}{2m} \Delta \varphi \quad (1,3)$$

Les conditions de *fusion*, dans le cas des ondes planes sont l'égalité de l'impulsion et de l'énergie:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} \varphi = \psi \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\psi \varphi)}{\partial t}; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_k^2} \varphi = \frac{\partial \psi}{\partial x_k} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} = \psi \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_k^2} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2(\psi \varphi)}{\partial x_k^2} \quad (1,4)$$

Si on multiplie les équations (1,3) par φ et par ψ , on retrouve (1,2) et l'on postule que ce sera vrai pour toutes les ondes.

2 Equations de de Broglie du photon.

On applique la même méthode au cas relativiste.

On prend deux particules de Dirac de masse $\frac{\mu_0}{2}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \alpha_k \frac{\partial \psi}{\partial x_k} + i \frac{\mu_0 c}{2\hbar} \alpha_4 \psi \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} &= \alpha_k \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + i \frac{\mu_0 c}{2\hbar} \alpha_4 \varphi \end{aligned} \quad (2,1)$$

$$\alpha_k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix}; \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}; \quad (\sigma_k = \text{Pauli matrices}) \quad (2,2)$$

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial t} \varphi_m = \psi_n \frac{\partial \varphi_m}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\psi_n \varphi_m)}{\partial t}; \quad \frac{\partial \psi_n}{\partial x_k} \varphi_m = \psi_n \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_k} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\psi_n \varphi_m)}{\partial x_k} \quad (2,3)$$

On a ici $\Phi = \{\Phi_{nm} = \psi_n \varphi_m\}$, mais la nouvelle équation sera étendue à toutes les fonctions qu'elles soient ou non de la forme $\Phi_{nm} = \psi_n \varphi_m$. On obtient les équations du photon de de Broglie.

Φ est une matrice colonne à 16 composantes :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= a_k \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + i \frac{\mu_0 c}{h} a_4 \Phi \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= b_k \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + i \frac{\mu_0 c}{h} b_4 \Phi \end{aligned} \quad (2,4)$$

$$\begin{aligned} a_r &= \alpha_r \times I, \quad (a_r)_{ik, lm} = (\alpha_r)_{il} \delta_{km} \quad (r=1, 2, 3, 4) \\ b_r &= I \times \alpha_r, \quad (b_r)_{ik, lm} = (-1)^{r+1} (\alpha_r)_{km} \delta_{il} \quad (r=1, 2, 3, 4) \end{aligned} \quad (2,5)$$

$$a_r a_s + a_s a_r = 2\delta_{rs}; \quad b_r b_s + b_s b_r = 2\delta_{rs}; \quad a_r b_s - b_s a_r = 0 \quad (2,6)$$

3 Fonctions d’ondes en matrices carrées

Soient les coordonnées relativistes $x_k = (x, y, z), \quad x_4 = ict$, avec :

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}; \quad \mu, \nu = 1, \dots, 5; \quad \gamma_k = i\alpha_4 \alpha_k; \quad \gamma_4 = \alpha_4; \quad \gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 \quad (3,1)$$

Les fonctions d’onde seront des matrices carrées 4×4 :

$$\begin{aligned} \partial_\mu \gamma_\mu \Psi - \frac{\mu_0 c}{h} \Psi &= 0 \\ \partial_\mu \Psi \tilde{\gamma}_\mu - \frac{\mu_0 c}{h} \Psi &= 0 \end{aligned} \quad \left(\mu, \nu = 1, \dots, 4; \tilde{\gamma}_\mu = \gamma_\mu^{\text{transp}} \right) \quad (3,2)$$

Il y a deux matrices Λ et Γ qui éliminent les matrices transposées :

$$\tilde{\gamma}_\mu = \Lambda \gamma_\mu \Lambda^{-1}; \quad \tilde{\gamma}_\mu = -\Gamma \gamma_\mu \Gamma^{-1} \quad (\mu=1, 2, 3, 4; \Gamma = \Lambda \gamma_5) \quad (3,3)$$

A une transformation canonique près :

$$\Gamma = -i\gamma_2 \gamma_4; \quad \Lambda = \Gamma \gamma_5 = -i\gamma_3 \gamma_1 \quad (3,4)$$

Seule la matrice Γ a été utilisée par de Broglie.

Avec Γ dans (3,2), on trouve (de Broglie-Tonnelat-Petiau) :

$$\begin{aligned}\partial_\mu \gamma_\mu (\Psi \Gamma) - \frac{\mu_0 c}{h} (\Psi \Gamma) &= 0 \\ \partial_\mu (\Psi \Gamma) \gamma_\mu + \frac{\mu_0 c}{h} (\Psi \Gamma) &= 0\end{aligned}\quad (3,5)$$

Avec Λ on trouve les *équations duales* dans l'espace-temps (Lochak) :

$$\begin{aligned}\partial_\mu \gamma_\mu (\Psi \Lambda) - \frac{\mu_0 c}{h} (\Psi \Lambda) &= 0 \\ \partial_\mu (\Psi \Lambda) \gamma_\mu - \frac{\mu_0 c}{h} (\Psi \Lambda) &= 0\end{aligned}\quad (3,6)$$

4 Sous forme électromagnétique on a deux photons

On développe chaque matrice 4×4 Θ en algèbre de Clifford:

$$\Theta = I\varphi_0 + \gamma_\mu \varphi_\mu + \gamma_{[\mu\nu]} \varphi_{[\mu\nu]} + \gamma_\mu \gamma_5 \varphi_{\mu 5} + \gamma_5 \varphi_5 \quad (4,1)$$

φ_0 : scalaire, φ_μ : vecteur polaire, $\varphi_{[\mu\nu]}$: tenseur de rang 2,

$\varphi_{\mu 5}$: vecteur axial, φ_5 : pseudo-scalaire.

D'où les grandeurs électromagnétiques dans (3,5) et (3,6). On pose :

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= K k_0 (\varphi_{23}, \varphi_{31}, \varphi_{12}); \mathbf{E} = K k_0 (i\varphi_{14}, i\varphi_{24}, i\varphi_{34}) \\ \mathbf{A} &= K (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3); i\mathbf{V} = K \varphi_4 \\ -i\mathbf{B} &= K (\varphi_{15}, \varphi_{25}, \varphi_{35}); \mathbf{W} = K \varphi_{45} \\ I_1 &= \varphi_0; iI_2 = \varphi_5 \quad \left(k_0 = \frac{\mu_0 c}{h}; K = \frac{h}{2\sqrt{\mu_0}} \right)\end{aligned}\quad (4,2)$$

(**Attention !** \mathbf{B} n'est pas une *induction*, mais un *potentiel axial*).

En développant (3,5) et (3,6) selon (4,1) et (4,2), on trouve 2 systèmes d'équations.

1) Les équations du "photon électrique »

Développons $\Psi\Gamma$ selon (4,1). Alors (3,5) donne un système qui décrit un photon électrique (on verra pourquoi) :

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot} \mathbf{E}; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \text{rot} \mathbf{H} + k_0^2 \mathbf{A} \\
 \text{(M)} \quad &\text{div} \mathbf{H} = 0; \quad \text{div} \mathbf{E} = -k_0^2 V \\
 &\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}; \quad \mathbf{E} = -\text{grad} V - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div} \mathbf{A} = 0
 \end{aligned} \tag{4,3}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{c} \frac{\partial I_1}{\partial t} = 0; \quad \text{grad} I_1 = 0; \quad k_0 I_1 = 0 \quad (k_0 \neq 0 \Rightarrow I_1 = 0) \\
 \text{(NM)} \quad &-\frac{1}{c} \frac{\partial I_2}{\partial t} = k_0 W; \quad \text{grad} I_2 = k_0 \mathbf{B}; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial W}{\partial t} + \text{div} \mathbf{B} = k_0 I_2 \\
 &\text{rot} \mathbf{B} = 0; \quad \text{grad} W + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0
 \end{aligned} \tag{4,4}$$

Ce système d'équations se scinde en 2 groupes (4,3), (4,4) parce que le système initial (2,4) n'était pas l'équation d'une particule de spin 1 mais de spin maximum 1.

Le système (M) ("Maxwellien") correspond au spin 1 et représente les *équations du photon*. Le système (NM) ("Non-Maxwellien") correspond au spin 0.

Les équations (M) diffèrent de celles de Maxwell sur 2 points :

- Les *termes de masse*, qui introduisent un lien entre les champs et les potentiels. Ceux-ci deviennent des grandeurs physiques et ne sont plus invariants de jauge.
- L'expression des champs par les potentiels, et la jauge de Lorentz font partie des équations de champs, elles ne sont plus arbitraires :

$$\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}; \quad \mathbf{E} = -\text{grad} V - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div} \mathbf{A} = 0 \tag{4,5}$$

D'après (4,3), les champs et les potentiels obéissent à l'équation de Klein-Gordon (et non à celle de d'Alembert):

$$\square F + k_0^2 F = 0 \quad (F = \mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{A}, V) \quad (4,6)$$

Le potentiel sphérique n'est plus celui de Coulomb mais de Yukawa : $V = \frac{e^{-r/k_0}}{r}$, mais il reste à longue portée à cause de la petitesse du nombre d'onde de Compton $k_0 = \mu_0 c / \hbar$.

Les équations (NM) représentent une particule de spin 0 ($m_0 =$ masse du photon), qui est chirale car :

Or $I_2 \neq 0$ est un pseudo-invariant et $\{\mathbf{B}, \mathbf{W}\}$ un pseudo-quadrivecteur, dual d'un tenseur de rang 3 (I_1 est un invariant, mais ici : $I_1 = 0$)

De Broglie a remarqué qu'on peut définir un "anti-champ" :

$$\mathbf{H}' = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{grad} W; \quad \mathbf{E}' = \text{rot } \mathbf{B} \quad (4,7)$$

mais ce champ est pour l'instant nul d'après (4,4).

Nous verrons que l'anti-champ est lié au magnétisme. La définition (4,7) de \mathbf{H}' et \mathbf{E}' de de Broglie en termes de *pseudo* quadripotentiels $\{\mathbf{W}, \mathbf{B}\}$ joue un rôle central dans la théorie du monopôle.

Le système (4,3)-(4,4) décrit un « *photon électrique* » :

- Le champ $\{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}$ et le 4-potentiel *polaire* $\{V, \mathbf{A}\}$ relié à $\{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}$ par les formules de Lorentz (4,3) entrent dans la dynamique d'une charge *électrique*. Comme $k_0 \neq 0$, on a $\text{div } \mathbf{E} \neq 0$: le champ *électrique* \mathbf{E} n'est pas transversal (contrairement au champ magnétique \mathbf{H}) : \mathbf{E} a une composante longitudinale de l'ordre de k_0 .
- Dans les équations (NM) on a un *pseudo invariant* I_2 et un 4-potentiel *axial* $\{\mathbf{W}, \mathbf{B}\}$; il s'y ajoute un invariant I_1 et un "anti-champ" $\{\mathbf{E}', \mathbf{H}'\}$, lié au magnétisme. Mais ici : $I_1 = \mathbf{E}' = \mathbf{H}' = 0$.

2) Les équations du photon magnétique.

Ce second photon correspond à (3,6), avec $\Lambda = \Gamma\gamma_s$, au lieu de Γ . Les nouveaux champs (primés) sont *duaux* des précédents : les anti-champs échangent l'électricité et le magnétisme.

On trouve un nouveau système d'équations qui n'avait pas été donné par de Broglie et qui décrit un autre photon :

$$(M) \quad \begin{aligned} -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} &= \text{rot} \mathbf{E}' + k_0^2 \mathbf{B}'; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} = \text{rot} \mathbf{H}' \\ \text{div} \mathbf{H}' &= k_0^2 W'; \quad \text{div} \mathbf{E}' = 0 \end{aligned} \quad (4,8)$$

$$\mathbf{H}' = \mathbf{grad} W' + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t}; \quad \mathbf{E}' = \text{rot} \mathbf{B}'; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial W'}{\partial t} + \text{div} \mathbf{B}' = 0$$

$$(NM) \quad \begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial I_2}{\partial t} &= 0; \quad \mathbf{grad} I_2 = 0; \quad k_0 I_2 = 0 \quad (k_0 \neq 0 \Rightarrow I_2 = 0) \\ -\frac{1}{c} \frac{\partial I_1}{\partial t} &= k_0 V'; \quad \mathbf{grad} I_1 = k_0 \mathbf{A}'; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial V'}{\partial t} + \text{div} \mathbf{A}' = k_0 I_1 \\ \text{rot} \mathbf{A}' &= 0; \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}'}{\partial t} + \mathbf{grad} V' = 0 \end{aligned} \quad (4,9)$$

Le nouveau photon est associé, comme le précédent, à un couple de champs. Mais la situation s'est inversée :

- Les "anti-champs" $\{\mathbf{E}', \mathbf{H}'\}$ et le 4-potential *axial* $\{W', \mathbf{B}'\}$ obéissent maintenant au système maxwellien (M) (4,8).

La définition a priori (4,7) des "anti-champs" devient automatique : c'est l'une des équations de champ. Et bien sûr, les champs $\{\mathbf{E}', \mathbf{H}'\}$ ne sont plus nuls.

Les champs $\{\mathbf{E}', \mathbf{H}'\}$, définis par $\{W', \mathbf{B}'\}$, sont exactement ceux qui entrent dans la dynamique d'un monopôle magnétique.

A l'inverse du cas électrique, on a ici $\text{div} \mathbf{H}' \neq 0$. Dans une onde plane, le champ *magnétique* \mathbf{H}' (et non plus électrique) a une petite composante longitudinale de l'ordre de k_0 , tandis que \mathbf{E}' est transversal. Nous avons un *photon magnétique*.

- Le potentiel **polaire** $\{V', \mathbf{A}'\}$ remplace $\{W', \mathbf{B}'\}$, dans le système non maxwellien (NM) : l'état de *spin 0*.

L'invariant I_1 et le pseudo-invariant I_2 inversent leurs rôles : on a ici $I_2=0$ et $I_1 \neq 0$. Et le champ électromagnétique $\{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}$ défini par les formules classiques de Lorentz (4,5) donne : $\mathbf{E}=\mathbf{H}=0$, de même qu'on avait $\mathbf{E}'=\mathbf{H}'=0$ dans le cas électrique. Les "anti-champs" $\{\mathbf{E}', \mathbf{H}'\}$ et le 4-potential *axial* $\{\mathbf{W}', \mathbf{B}'\}$ obéissent maintenant au système maxwellien (M) (4,8).

Donc la *fusion* de de Broglie de deux équations de Dirac donne donc les *équations de Maxwell* avec deux classes de photons, *électriques et magnétiques*. Et il n'y a pas d'autre possibilité.

Symétrie remarquable, déjà présente dans l'équation de Dirac qui possède deux interactions minimales associées aux charges électriques et magnétiques (électrons et monopôles) [14], [15], [16].

5 Le spin du photon (Court résumé).

Il s'introduit un tenseur d'énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ *non symétrique*.

Le moment angulaire :

$$m_{ik} = -\frac{i}{c} \int [x_i T_{4k} - x_k T_{4i}] d\tau \quad (i, k, = 1, 2, 3) \quad (5,1)$$

ne se conserve pas (comme chez Dirac).

La grandeur qui se conserve est :

$$m'_{ik} = m_{ik} + S_{ik} \quad (5,2)$$

$$S_{ik} = i\hbar \int \Phi^+ \frac{b_4 a_i a_k + a_4 a_i b_k}{2} \Phi \quad (i, k=1, 2, 3) \quad (5,3)$$

$s_j = \varepsilon_{jik} S_{ik}$: pseudo-vecteur dans \mathfrak{R}^3 , plus une composante de temps :

$$s_4 = c\hbar \int \Phi^+ \frac{b_4 a_1 a_2 a_3 + a_4 b_1 b_2 b_3}{2} \Phi \quad (5,4)$$

Les lois de commutation sont celles de Pauli-Dirac avec les valeurs propres sont $-1,0,+1$. On a une particule de spin maximum 1.

POINT IMPORTANT: la décomposition spin 1/spin 0 *n'est pas invariante relativiste*.

Le spin total s^2 a les valeurs propres $l(l+1)=2, 0$, pour $l=1,0$.

Dans les deux cas, *électrique et magnétique*, on trouve que :

Les équations (M) sont associées au spin total $l=1$
(projections $s=-1, 0, +1$ sur la direction de propagation).

$s=-1$: onde circulaire droite, $s=+1$: onde circulaire gauche,

$s=0$: onde longitudinale *électrique* (resp. *magnétique*).

Les équations (NM) sont associées à $l=0$.

Mais, de Broglie remarque que : Malgré la covariance de (M) et (NM), la séparation spin 1 - spin 0 n'est pas covariante car elle est basée sur un opérateur non invariant : $s^2=s_1^2+s_2^2+s_3^2$.

Correspondance entre les grandeurs de champ et les valeurs de s^2 :

- photon électrique : 1er tableau : (M) ; - 2nd tableau : (NM)

$$\begin{array}{cccc|cccc} A & V & E & H & I_1 & B & W & I_2 & E' & H' \\ 2 & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{array} \quad (5,5)$$

- photon magnétique : 1er tableau : (M) ; - 2nd tableau : (NM)

$$\begin{array}{cccc|cccc} B' & W' & H' & E' & I_2 & A' & V' & I_1 & H & E \\ 2 & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{array} \quad (5,6)$$

Entre (5,5) et (5,6), on note les échanges :

- Entre potentiels A, V et pseudopotentiels B', W'
- Entre champs E, H et anti-champs E', H' (E', H'=0 dans (5,5) et E, H=0 dans (5,6)).

- Entre l'invariant I_1 et le pseudo-invariant I_2 , dans le groupe (NM) ($I_1=0$ dans (5,5) et $I_2=0$ dans (5,6)).

Point essentiel : dans chacun des 2 groupes (M) et (NM), on a des champs $s^2=2$ et $s^2=0$, donc pas de séparation *spin 1 – spin 0*.

Pour les deux photons, la séparation ne se fait que dans le repère propre car l'un des potentiels est du genre espace, et l'autre du genre temps : elle ne se fait pas dans les autres repères.

- 1) La non séparation *spin 1 – spin 0* signifie que le photon composite n'est pas de *spin 1*, mais de *spin maximum 1* (cf : l'atome à deux électrons ou la molécule diatomique).
- 2) La séparation des photons électrique et magnétique est covariante, mais la présence des potentiels et pseudopotentiels, champs et anti-champs, dans (M) et (NM), et leur migration entre (M) et (NM) selon le photon, constitue un autre lien.

6 Les particules de spin maximum n (sommaire).

La fusion de n particules de Dirac donne :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi_{ikl\dots}}{\partial t} = a_k^{(p)} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} + i \frac{\mu_0 c}{h} a_4^{(p)} \Phi_{ikl\dots} \quad (6,1)$$

où $p=1, 2, \dots, n$: on a n équations agissant sur un spineur à 4^n composantes (16 pour le photon), $4n$ matrices ($a_r^{(p)}$), à 4^{2n} éléments:

$$(a_r^{(p)})_{ik\dots opq\dots i'k'\dots o'p'q'\dots} = \delta_{ii'} \delta_{kk'} \dots \delta_{oo'} (\alpha_r)_{pp'} \delta_{qq'} \dots \quad (6,2)$$

$$a_r^{(p)} a_s^{(p)} + a_s^{(p)} a_r^{(p)} = 2\delta_{rs}; \quad a_r^{(p)} a_s^{(q)} - a_s^{(q)} a_r^{(p)} = 0 \quad (\text{if } p \neq q) \quad (6,3)$$

Les équations sont en surnombre. C'était déjà le cas pour le photon, mais on montre que tout s'arrange, comme pour le photon.

7 La particule de spin maximum 2 : le graviton.

Comme le photon, le graviton de de Broglie–Tonnelat n’est pas une particule de spin 2 mais une particule de *spin maximum 2* :

Le graviton est une particule *composite*, lié au photon. On a une *théorie unitaire de la gravitation et de l’électromagnétisme*.

Les champs sont liés non par la géométrie mais par la fusion des spins. C’est une liaison « à la Clebsch-Gordan » :

$$D_{\frac{1}{2}} \times D_{\frac{1}{2}} \times D_{\frac{1}{2}} \times D_{\frac{1}{2}} = D_2 + 3D_1 + 2D_0 \quad (7,1)$$

Dans la fusion de 4 particules de spin 1/2 particules, on trouve :

1 particule de spin 2 ; 3 particules de spin 1 ; 2 particules de spin 0 :
En particulier, on trouve des gravitons et des photons.

Raisonnement intuitif de de Broglie : il définit une particule de spin maximum 2 par la fusion de deux particules de spin 1, décrites par des quadripotentiels $A_{\mu}^{(1)} = \{A^{(1)}, V\}$, $A_{\mu}^{(2)} = \{A^{(2)}, V\}$ et des invariants $I_2^{(1)}, I_2^{(2)}$. D’où les tenseurs, par fusion :

$$A_{\mu}^{(1)} \times A_{\mu}^{(2)}, A_{\mu}^{(1)} \times I_2^{(2)}, I_2^{(1)} \times A_{\mu}^{(2)}, I_2^{(1)} \times I_2^{(2)} \quad (7,2)$$

Le premier tenseur est de rang 2 et peut se décomposer :

$$A_{(\mu\nu)} = \frac{A_{\mu\nu} + A_{\nu\mu}}{2}; A_{[\mu\nu]} = \frac{A_{\mu\nu} - A_{\nu\mu}}{2} \quad (7,3)$$

$A_{(\mu\nu)}$ symétrique suggère la gravitation.

$A_{[\mu\nu]}$ antisymétrique suggère l’électromagnétisme, confirmé par les potentiels $P_{\mu}^{(1)} = A_{\mu}^{(1)} \times I_2^{(2)}$ et $P_{\mu}^{(2)} = I_2^{(1)} \times A_{\mu}^{(2)}$ qui sont de type vectoriel.

$A_{(\mu\nu)}$ peut se relier au spin 2, si la trace est nulle (ce sera à revoir !) car une trace est un invariant, relié au spin 0, comme l’invariant $I_2^{(1)} \times I_2^{(2)}$.

$P_{\mu}^{(1)}, P_{\mu}^{(2)}$ et $A_{[\mu\nu]}$ sont reliés spin 1.

Comme la séparation entre les spins n'est pas covariante, on prévoit une théorie unitaire de la gravitation et de l'électromagnétisme.

8 Les équations tensorielles.

Sautons le stade ondulatoire en ne donnant que la forme tensorielle. On trouve trois systèmes relativement simples (A), (B), (C) :

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu \Phi_{(\nu\rho)} - \partial_\nu \Phi_{(\mu\rho)} &= k_0 \Phi_{[\mu\nu]\rho} \\
 \partial_\rho \Phi_{[\rho\mu]\nu} &= k_0 \Phi_{(\mu\nu)} \\
 \partial_\mu \Phi_{[\rho\sigma]\nu} - \partial_\nu \Phi_{[\rho\sigma]\mu} &= k_0 \Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])} \\
 \partial_\varepsilon \Phi_{([\varepsilon\rho][\mu\nu])} &= k_0 \Phi_{[\mu\nu]\rho}
 \end{aligned} \tag{8,1} \text{ (A)}$$

$\Phi_{(\mu\nu)}$: tenseur symétrique de rang 2 ; $\Phi_{[\mu\nu]\rho}$: tenseur de rang 3 avec deux indices antisymétriques ; $\Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])}$: tenseur de rang 4 antisymétrique en $\mu\nu$ et $\rho\sigma$, symétrique par rapport aux deux paires. (8,1) entraîne :

$$\begin{aligned}
 \partial_\nu \Phi_{(\mu\nu)} &= \partial_\rho \partial_\nu \Phi_{[\rho\mu]\nu} = 0 \\
 \Phi_{(\rho\rho)} &= \frac{1}{2} \Phi_{([\mu\rho][\mu\rho])}; \quad \partial_\nu \Phi_{(\rho\rho)} = k_0 \Phi_{[\nu\rho]\rho}
 \end{aligned} \tag{8,2}$$

Le groupe (B) se subdivise en 3, avec de nouveaux tenseurs :

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu \Phi_{[\nu\rho]}^{(1)} - \partial_\nu \Phi_{[\mu\rho]}^{(1)} &= k_0 \Phi_{[\mu\nu]\rho}^{(1)} \\
 \partial_\rho \Phi_{[\rho\mu]\nu}^{(1)} &= k_0 \Phi_{[\mu\nu]}^{(1)} \left(= \frac{1}{2} \left(\partial_\rho \Phi_{[\rho\mu]\nu}^{(1)} - \partial_\rho \Phi_{[\rho\nu]\mu}^{(1)} \right) \right) \\
 \partial_\mu \Phi_{[\rho\sigma]\nu}^{(1)} - \partial_\nu \Phi_{[\rho\sigma]\mu}^{(1)} &= k_0 \Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])}^{(1)} \\
 \partial_\varepsilon \Phi_{([\mu\nu][\rho\sigma])}^{(1)} &= k_0 \Phi_{[\mu\nu]\rho}^{(1)}
 \end{aligned} \tag{8,3} \text{ (B1)}$$

Les antisymétries entraînent les identités

$$\Phi_{[\nu\mu]\nu}^{(1)} = \Phi_{[[\mu\nu][\rho\nu]]}^{(1)} = 0 \quad (8,4)$$

Les équations (B2) et (B3) sont identiques :

$$\begin{aligned} \partial_\mu \chi_\nu^{(1)} - \partial_\nu \chi_\mu^{(1)} &= k_0 \chi_{[\mu\nu]}^{(1)} \\ \partial_\rho \chi_{[\rho\nu]}^{(1)} &= k_0 \chi_\nu^{(1)} \\ \partial_\mu \chi_\nu^{(1)} &= k_0 \chi_{\rho\nu}^{(1)} \\ \partial_\rho \chi_{[\mu\nu]}^{(1)} &= k_0 \chi_{[\mu\nu]\rho}^{(1)} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} (8,5) \\ (B2, B3) \end{array}$$

$\chi_{\rho\nu}^{(1)}$ n'est ni symétrique ni antisymétrique. (8,5) entraîne :

$$\begin{aligned} \chi_{\rho\rho}^{(1)} &= 0; \chi_{\mu\nu}^{(1)} - \chi_{\nu\mu}^{(1)} = \chi_{[\mu\nu]}^{(1)} \\ \chi_{[\mu\nu]\rho}^{(1)} &= -\chi_\nu^{(1)}; \chi_{[\mu\nu]\rho}^{(1)} + \chi_{[\nu\rho]\mu}^{(1)} + \chi_{[\rho\mu]\nu}^{(1)} = 0 \end{aligned} \quad (8,6)$$

Enfin, dernier groupe d'équations:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \varphi_\nu^{(0)} &= \partial_\nu \varphi_\mu^{(0)} = k_0 \varphi_{(\mu\nu)}^{(0)} \\ \partial_\mu \varphi_\mu^{(0)} &= k_0 \partial_\mu \varphi^{(0)} \\ \partial_\mu \varphi^{(0)} &= k_0 \varphi_\mu^{(0)} \end{aligned} \quad (8,7)(C)$$

(B1), (B2), (B3) sont trois réalisations du spin 1. C'est évident pour (B2), (B3) car on peut définir les potentiels et les champs en posant :

$$F_\mu = K \chi_\mu^{(1)}; F_{[\mu\nu]} = k_0 K \chi_{[\mu\nu]}^{(1)} \quad (8,8)$$

C'est moins évident (B1). On part de:

$$F_\mu = \frac{K}{6} \varepsilon_{\mu\lambda\nu\rho} \Phi_{[\lambda\nu]\rho}^{(1)}; F_{[\mu\nu]} = k_0 K \Phi_{[\mu\nu]}^{(1)} \quad (8,9)$$

($\varepsilon_{\mu\lambda\nu\rho}$: symbole de Levi-Civita) et l'on retrouve Maxwell (avec masse).

(C) apparaît comme une réalisation du spin 0, en comparant (8,7) avec (4,4) ou (4,9). Mais il y a une difficulté qui a échappé à de Broglie : à cette époque, on était moins attentif à la parité, et il ne connaissait pas le photon magnétique.

Il identifie (8,7) aux équations (NM) (4,4), en posant $\varphi^{(0)}=I_2$, mais $\varphi^{(0)}$ est scalaire et I_2 pseudoscalaire. De Broglie disait que (8,7) et (4,4) « *sont entièrement équivalentes (tout au moins si l'on assimile vecteurs et pseudo-vecteurs)* ». Aujourd'hui l'égalité $\varphi^{(0)}=I_2$ est inacceptable.

On peut suggérer deux solutions :

- 1) On peut admettre que $\varphi^{(0)}=I_2$, si $\varphi^{(0)}=I_2=0$. La composante (C) de spin 0 disparaît. Mais il y a une autre composante de spin 0 cachée dans les équations (A), avec un invariant $\Phi^{(0)}$, un vecteur $\Phi_{\mu}^{(0)}$ et un tenseur $\Phi_{(\mu\nu)}^{(0)}$, définis par des traces :

$$\Phi^{(0)}=\Phi_{(\rho\rho)}^{(0)}; \Phi_{\mu}^{(0)}=\Phi_{[\mu\rho]}^{(0)}; \Phi_{(\mu\nu)}^{(0)}=\Phi_{([\mu\nu][\nu\rho])}-\Phi_{(\mu\nu)}^{(0)} \quad (8,10)$$

Ces tenseurs obéissent au groupe (C) mais, à nouveau, il faut que $\Phi^{(0)}=I_2$. Or $\Phi^{(0)}$ est scalaire et I_2 pseudoscalaire. Il faut : $\Phi^{(0)}=I_2=0$.

Alors $\text{sp}\Phi_{(\rho\rho)}^{(0)}=0$ ce qui donne un graviton de spin exactement 2. La relation de trace est covariante, mais $\varphi^{(0)}=I_2=0$ ne l'est pas.

- 2) Nous proposons une autre solution .

L'égalité $\varphi^{(0)}=I_2$ est-elle la bonne ? Eh bien non !

En effet : on peut poser $\varphi^{(0)}=I_1$, qui est covariante parce que I_1 est un invariant vrai. Alors (8,7) n'est plus identifiable au groupe (NM) électrique (4,4), mais au groupe (NM) magnétique (4,9). Est-ce possible ? On verra que oui.

Revenons à (7,2) fusion de deux particules de spin maximum 1. On avait : $A_{\mu}^{(1)} \times A_{\mu}^{(2)}; A_{\mu}^{(1)} \times I_2^{(2)}; I_2^{(1)} \times A_{\mu}^{(2)}; I_2^{(1)} \times I_2^{(2)}$

De Broglie dit prudemment que les potentiels $P_{\mu}^{(1)}=A_{\mu}^{(1)}\times I_2^{(2)}$ et $P_{\mu}^{(2)}=I_2^{(1)}\times A_{\mu}^{(2)}$ sont de type vectoriel. En fait ils sont *pseudo-vectoriels* (produits d’un vecteur polaire par un pseudoscalaire).

$P_{\mu}^{(1)}$, $P_{\mu}^{(2)}$ sont de type magnétique. Mais le produit $I_2^{(1)}\times I_2^{(2)}$ de deux pseudo-scalaires est un scalaire de type I_1 , et on peut les identifier.

La réponse à la difficulté est donc que le photon associé au graviton n’est pas électrique mais magnétique.

Supposons qu’on ait réuni dans (7,2) deux photons magnétiques au lieu de photons électriques donc des pseudo-potentiels $B_{\mu}^{(1)}$, $B_{\mu}^{(2)}$ et des scalaires $I_1^{(1)}$, $I_1^{(2)}$. La fusion donnera les produits :

$$B_{\mu}^{(1)}\times B_{\mu}^{(2)}; B_{\mu}^{(1)}\times I_1^{(2)}; I_1^{(1)}\times B_{\mu}^{(2)}; I_1^{(1)}\times I_1^{(2)} \quad (8,11)$$

le produit de spin 2 : $B_{\mu}^{(1)}\times B_{\mu}^{(2)}$ a la même symétrie que $A_{\mu}^{(1)}\times A_{\mu}^{(2)}$ (le produit annihile le caractère axial de $B_{\mu}^{(1)}$, $B_{\mu}^{(2)}$);

le produit de spin 0 : $I_1^{(1)}\times I_1^{(2)}$ est scalaire comme $I_2^{(1)}\times I_2^{(2)}$;

les produits de spin 1 : $B_{\mu}^{(1)}\times I_1^{(2)}$; $I_1^{(1)}\times B_{\mu}^{(2)}$ sont des pseudo-vecteurs, comme $A_{\mu}^{(1)}\times I_2^{(2)}$; $I_2^{(1)}\times A_{\mu}^{(2)}$.

On retrouve toujours le photon magnétique, qu’on fusionne des photons électriques ou magnétiques, ce qui confirme que le photon associé au graviton est bien magnétique.

Est-ce encore le champ unitaire d’Einstein ? En fait, c’est peut-être une nouvelle voie, celle d’un *éther magnétique*.

9 La gravitation.

On prend les équations générales (A) de de Broglie et Tonnelat, avec $sp\Phi_{(\rho\rho)}^{(0)}\neq 0$. Les spins 2 et 0 restent liés. On part de (8,1), (8,2) et de :

$$\square\Phi = -k_0\Phi \quad (\square = -\partial_\rho\partial_\rho) \quad (\text{éq. de Klein-Gordon, toujours vérifiée}) \quad (9,1)$$

Le tenseur métrique $g_{(\mu\nu)}$ sera pris à l'approximation linéaire :

$$g_{(\mu\nu)} = \delta_{\mu\nu} + h_{(\mu\nu)} \quad (|h_{(\mu\nu)}| \ll 1) \quad (9,2)$$

La propagation des ondes de gravitation est donnée par :

$$\square g_{(\mu\nu)} = -2R_{(\mu\nu)} \quad (R_{(\mu\nu)} = g^{\rho\sigma}R_{([\mu\rho][\nu\sigma])}) \quad (9,3)$$

$R_{([\mu\rho][\nu\sigma])}$ est le tenseur de Riemann-Christoffel ; dans l'espace-temps euclidien, on a $\square g_{(\mu\nu)} = 0$ (en coordonnées « isothermes » $D_2x_\mu = 0$: D_2 est le paramètre différentiel du second ordre de Beltrami).

Il semblerait que la métrique puisse se définir par :

$$g_{(\mu\nu)} = \Phi_{(\mu\nu)} \quad (9,4)$$

mais M.A. Tonnelat remarque que, d'après (8,2), on aurait $\partial_\mu g_{(\mu\nu)} = 0$, ce qui est contraire aux coordonnées "isothermes" car :

$$\partial_\mu g_{(\mu\nu)} = \frac{1}{2}\partial_\nu g_{(\rho\rho)} \quad (g_{(\rho\rho)} = g_{(\mu\nu)}\gamma^{(\mu\nu)}) \quad (2^{\text{ème}} \text{ membre} \neq 0) \quad (9,5)$$

Elle propose alors (ce qui est possible parce que $k_0 \neq 0$) :

$$g_{(\mu\nu)} = \Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])} = \Phi_{(\mu\nu)} + \frac{1}{k_0^2}\partial_\mu\partial_\nu\Phi_{(\rho\rho)} \quad (9,6)$$

d'où :

$$\partial_\mu g_{(\mu\nu)} = \partial_\mu\Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])} = \partial_\nu\Phi_{(\rho\rho)} \quad (9,7)$$

On tire de (8,2), (9,6) et (9,7):

$$g_{(\rho\rho)} = 2\Phi_{(\rho\rho)} \rightarrow \partial_\mu g_{(\mu\nu)} = \frac{1}{2}\partial_\nu g_{(\rho\rho)} \quad \text{en accord avec (9,5).} \quad (9,8)$$

$$\square g_{(\mu\nu)} = -k_0^2 g_{(\mu\nu)} \quad (9,9)$$

En identifiant (9,9) et (9,3), on trouve :

$$R_{(\mu\nu)} = \frac{k_0^2}{2} g_{(\mu\nu)} \quad (9,10)$$

On tire le tenseur de Riemann-Christoffel de (9,6), (8,1) (8,2) :

$$\Phi_{([\mu\rho][\nu\rho])} \cong \frac{2}{k_0^2} R_{([\mu\rho][\nu\rho])} \quad (9,11)$$

Formule possible ssi $\mu_0 \neq 0$, et elle impose une courbure de l'univers.

$\frac{k_0^2}{2}$ n'est rien d'autre que la constante cosmologique, définie par :

$$R_{(\mu\nu)} = \lambda g_{(\mu\nu)} \quad (9,12)$$

λ est relié à la "courbure naturelle" de l'espace-temps. S'il est euclidien, $\lambda=0$; mais dans un espace de de Sitter de rayon R , $\lambda = \frac{3}{R^2}$. D'où

$$\lambda = \frac{k_0^2}{2} = \frac{\mu_0^2 c^2}{2h^2} \quad (9,13)$$

La masse du graviton est donc reliée à la courbure de l'univers :

$$\mu_0 = \frac{h\sqrt{6}}{Rc} ; \text{ si } R \cong 10^{26} \text{cm, masse du graviton : } \mu_0 = 10^{-66} \text{g} \quad (9,14)$$

C'est la masse du photon prévue par d'autres considérations.

Enfin le spin 0 : il ne peut être éliminé que dans 2 cas : $\Phi^{(0)} = 0$ **ou** $\mu_0 = 0$.

Dans les deux cas, on perd le caractère unitaire de la théorie.

Question souvent posée : « A quoi bon le champ unitaire d'Einstein, quand on connaît des centaines d'autres particules ? »

Réponse de de Broglie-Tonnellat : le graviton et le photon sont les deux particules liées par des propriétés de spin qui apparaissent dans la méthode de fusion. Elles se distinguent donc de toutes les autres.

10 Le problème de la masse du photon

La cohérence interne et différents aspects de la théorie de de Broglie imposent la masse du photon.

Même si μ_0 est petit, on a des différences avec l'électromagnétisme.

- 1) L'invariance de jauge disparaît car la jauge de Lorentz est la seule relation différentielle linéaire du premier ordre invariante relativiste. Mais, comme μ_0 est petit, la symétrie de jauge demeure, dans la pratique, avec une erreur négligeable.
- 2) Les potentiels peuvent se déduire des champs ($k_0 \neq 0$), dont ils se déduisent de phénomènes observables. Ce sont des champs physiques comme les autres (d'où la perte de l'invariance de jauge).
- 3) La masse du neutrino. Dès 1934, de Broglie admettait que les particules qui participent à la fusion sont des neutrinos. Donc le neutrino doit avoir une masse, comme le photon et le graviton.
- 4) La dispersion du vide. Comme $\mu_0 \neq 0$, le vide est dispersif. Mais, cette dispersion est en dehors des techniques actuelles, si $m_0 < 10^{-49}$ g, ainsi que toutes les autres différences non encore observées avec l'électromagnétisme classique. La loi de Coulomb en $1/r$ doit être remplacée par un potentiel de Yukawa $\frac{e^{-k_0 r}}{r}$. Mais avec cette limite de masse, on a une longueur d'onde de Compton $l > 10^{12}$ cm = 10^7 km.
- 5) La relativité. La lumière ne va plus à la vitesse de la lumière ! Mais avec la limite de la masse, la différence n'est pas actuellement perceptible.

- 6) Le rayonnement du $dn_\nu = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} d\nu$ corps noir. Le nombre d’ondes stationnaires par unité de volume est : . On doit multiplier ce nombre par 2 à cause de la polarisation de la lumière, ce qui donne le facteur 8 de la loi de Planck. La masse du photon entraîne une composante longitudinale. D’où, en principe, une multiplication par 3, d’où un facteur 12. Mais la petitesse de la composante longitudinale rend sa contribution négligeable parce que infiniment lente(argument développé séparément par de Broglie et par Schrödinger).
- 7) La stabilité de structure : L’expérience ne peut pas prouver une propriété algébrique exacte ou une loi de symétrie. Elle ne les vérifie qu’approximativement. La masse nulle du photon et l’invariance de jauge ne peuvent pas être des faits d’expérience.

La stabilité de structure, c’est le fait que la théorie reste expérimentalement valable quand un paramètre varie peu et qu’on s’écarte légèrement d’une certaine propriété algébrique exacte ou une loi de symétrie.

Ce qu’on a esquissé ici est la stabilité structurelle de l’électromagnétisme. Ce qui reste à faire, c’est de trouver des conséquences positives de la masse non nulle du photon.

Références :

- [1] L. de Broglie, *Rayonnement noir et quanta de lumière*, J. de Physique, Série VI, T. III, p. 422-428, 1922
- [2] L. de Broglie, (Thesis) *Recherches sur la theorie des quanta*, Paris, 1924; Ann. de Physique, 10-série, III, p.22-128, 1925;
- [3] M. Planck, *The theory of heat radiation*, Dover, N.Y.
- [4] L. de Broglie, *L’électron magnétique*, Hermann, Paris, 1934.
- [5] L. de Broglie, C. R. Acad. Sci., **195**, p. 536-537, 862-864, 1932; **197**, p. 1377-1380, 1933.
- [6] L. de Broglie, *Une nouvelle conception de la lumière*, Hermann (Exposés de physique théorique), Paris, 1934.
- [7] L. de Broglie, C. R. Acad. Sci., **198**, p. 135-138, 1934.
- [8] L. de Broglie, *L’équation d’onde du photon*, C. R. Acad. Sci., **199**, p. 445-448, 1934.
- [9] L. de Broglie, *Nouvelles recherches sur la lumière*, Hermann (Exposés de physique théorique), Paris, 1936.

- [10] L. de Broglie, *Une nouvelle théorie de la lumière, la mécanique ondulatoire du photon (Tome I: La lumière dans le vide)*, Hermann, Paris, 1940; (Tome II: *L'interaction entre les photrons et la matière*), Hermann, Paris, 1942.
- [11] L. de Broglie, *Théorie générale des particules à spin*, Gauthier-Villars, Paris, 1943.
- [12] L. de Broglie, *Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs*, Gauthier-Villars, Paris, 1949; 2ème édition 1957.
- [13] W. Pauli, *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, **16**, p. 109-136, 1936.
- [14] G. Lochak, *Ann. Fond. L. de Broglie*, **20**, p. 111-114, 1995.
- [15] G. Lochak, *Int. J. of Th. phys.*, **24**, 1019, 1985.
- [16] G. Lochak, in: *Advanced Electromagnetism*, Ed. T.W. Barrett and D.M. Grimes, World Scientific, Singapore, p. 105-147, 1995.
- [17] N. Cabibbo and G. Ferrari, *Nuovo Cimento*, **23**, 1147, 1962.
- [18] O. Costa de Beauregard, *Thesis*, Paris, 1943.
- [19] M.A. Tonnelat, C. R. Acad. Sci., **206**, p. 1180, 1938.
- [20] L. de Broglie, *Optique ondulatoire et corpusculaire*, Hermann, 1950.
- [21] O. Costa de Beauregard, in: *Adv. Electromagnetism*, Ed. T.W. Barrett and D.M. Grimes, World Scientific, Singapore, p. 105-147, 1995.
- [22] O. Costa de Beauregard, *Phys. Essays*, **10**, N°3, 492, N°4, 646, 1997.
- [23] Bass, E. Schrödinger, *Proc. Ray. Soc. , A*, **232**, N 1182, 1, 1955.
- [24] M. Fierz, *Helvetica Acta*, **12**, p. 3, 1939.
- [25] M. Fierz and W. Pauli, *Helvetica Acta*, **12**, p. 297, 1939.
- [26] M. Fierz and W. Pauli, *Proc. Roy. Soc.*, **A 173**, p. 211, 1939.
- [27] P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, **A 155**, p. 447, 1936.
- [28] A. Einstein, *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss.*, **1**, p. 688-696, 1916.
- [29] A. Einstein, *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss.*, **1**, p. 154-167, 1918.
- [30] M. von Laue, *Die Relativitätstheorie*, Vieweg, **I, II**, Braunschweig, 2. Auflage 1922. French transl.: *La théorie de la relativité*, Gauthier-Villars, Paris, **I**, 1922; **II**, 1924.
- [31] C. Møller, *The theory of relativity*, 2nd ed., Clarendon Press, 1972.
- [32] M.-A. Tonnelat, *Une nouvelle forme de théorie unitaire: étude de la particule de spin 2*, Masson Paris, 1942 (*Annales de Physique*, **17**, p.158-208, 1942).
- [33] G. Lochak, *Sur la présence d'un second photon dans la théorie de la lumière de Louis de Broglie*, *Ann. Fond. L. de Broglie*, **20** (1995) 111-114.
- [34] Th. Borne, G. Lochak, H. Stumpf, *Non perturbative Field Theory and The structure of Matter* Kluwer, Dordrecht, 2001.

(Exposé présenté le 5 septembre 2002)