

La symétrie du mouvement, la masse et l'état quantique

XAVIER OUDET

Fondation Louis de Broglie, 23 rue Marsoulan, 75012 Paris, France
Laboratoire de Magnétisme et d'Optique de l'Université de Versailles
C.N.R.S., 45 Avenue des Etats-Unis, 78035 Versailles, France.

C'est la dissymétrie, qui crée le phénomène. Pierre Curie [1]

RÉSUMÉ. L'étude de l'état quantique est réexaminée pour montrer la possibilité d'interpréter la fonction d'onde du modèle de Dirac comme l'action mécanique conduisant l'électron le long de sa trajectoire. En effet il reste très surprenant que les modèles de Sommerfeld et Dirac conduisent à la même expression de l'énergie des différents états quantiques, alors que l'interprétation des doublets échappe à l'approche traditionnelle de Sommerfeld. Dans ce but il est d'abord souligné que la symétrie du mouvement de rotation révèle un axe de rotation intrinsèque pour l'électron. Par ailleurs la relativité du mouvement impose que les causes qui l'engendrent soient les mêmes dans l'espace de l'électron et dans celui du proton. Ceci conduit à supposer que les quantités de mouvement sont le résultat d'échanges de matière entre l'électron et le proton. Cette approche implique des échanges en volume et une action mécanique agissant dans trois directions orthogonales. De plus les échanges de matière conduisent à considérer la masse comme variable avec absorption et rejet, donnant la clef pour expliquer les doublets et les nombres quantique demi-entiers du moment angulaire.

ABSTRACT. The study of the quantum state is revisited to emphasize the possibility to interpret the wave function in Dirac's model as the mechanical action leading the electron along its trajectory. Indeed it is still very surprising that Sommerfeld and Dirac models lead to the same expression for the energy of the levels of the various quantum states, whereas the interpretation of the regular doublets escapes to the corpuscular traditional approach of Sommerfeld. In this respect it is first underlined that the symmetry of the motion of rotation reveals a corresponding intrinsic axis on the electron. Furthermore the relativity of motion requires that the same causes must be responsible for it in the space of the electron as well in that of the proton. This

leads to suppose that the moments are due to exchange of matter between the electron and the proton. This approach of the motion implies exchanges of matter in a volume and mechanical action acting into three orthogonal directions. Furthermore the exchanges of matter lead to consider the mass as variable, with absorption and ejection, giving the clue to explain the doublets and the moments with half-integer quantum numbers of the angular momentum.

1 Introduction

L'étude expérimentale des raies spectrales émises par un atome révèle qu'elles se classent en séries. Certaines raies de ces séries sont doubles appelées doublets réguliers. L'exemple classique est celui de la raie D du sodium dont les longueurs d'onde respectives sont $\lambda_1 = 5890\text{\AA}$ et $\lambda_2 = 5896\text{\AA}$. L'ensemble des raies ainsi observées pour différents atomes forme la base expérimentale de l'état quantique. Pour interpréter les raies spectrales Sommerfeld a été amené à quantifier, dans l'étude du mouvement de l'électron autour du proton, l'action angulaire et radiale [2]. Cette manière de faire aboutie à un grand nombre de résultats remarquables mais laisse sans réponse l'origine des doublets réguliers et l'existence des nombres quantiques demi-entiers [3]. Seule jusqu'ici l'introduction des fonctions d'onde et le modèle théorique de Dirac ont permis de retrouver l'ensemble des états quantiques avec leurs nombres demi-entiers et les niveaux d'énergie associés aux doublets réguliers.

Toutefois, l'étude des états quantiques liés aux doublets montre qu'ils correspondent à une faible différence de masse dont le lien avec la rotation intrinsèque de l'électron reste encore à mettre en évidence. Par ailleurs il y a dans l'état actuel des recherches un fait très surprenant : ces deux théories aboutissent à la même expression de l'énergie des niveaux des différents états quantiques alors que l'existence des doublets réguliers échappe à l'approche corpusculaire de Sommerfeld.

A l'avantage du modèle de Sommerfeld il faut souligner qu'avec la notion de trajectoire il possède une force explicative remarquable qui échappe à celui de Dirac. Par exemple il permet de comprendre l'attraction entre atomes dont les électrons les plus externes sont dans un état "s" [4]. La trajectoire donne en effet un caractère dipolaire électrique aux atomes et permet par là de comprendre, par exemple, l'attraction entre atomes alcalins. Rappelons également que la trajectoire de l'électron nous a permis de proposer une interprétation du mécanisme de la conductibilité et de la supraconductivité dans les oxydes supraconducteurs [5]. Par ailleurs l'hypothèse d'une trajectoire est suggérée par les propriétés magnétiques de la matière : en effet le magnétisme est avant tout le reflet du mouvement des charges. Ces différentes re-

marques suggèrent que l'équation de Dirac donne accès à des aspects particuliers de la trajectoire. C'est le but de ce travail de les mettre en évidence. Nous utiliserons pour y arriver les hypothèses émises dans un travail précédent [6] en introduisant la discussion de la symétrie du mouvement abordée par ailleurs [7].

Dans le modèle de Sommerfeld l'électron assimilé à un point ne peut pas manifester de propriété de volume comme un axe de rotation intrinsèque. Toutefois nous savons qu'il gravite au tour du proton dans un mouvement orbital plan et que cette rotation est bien décrite avec un potentiel sphérique. Cependant cette symétrie du potentiel ne correspond pas à celle du mouvement de rotation plan caractéristique d'un axe de symétrie. Reprenons alors l'analyse de Pierre Curie [1] des relations entre les causes et les effets des éléments de symétries d'un phénomène. Il s'exprimait ainsi :

Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétries des causes doivent se retrouver dans les effets produits.

Lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui lui ont données naissance.

Dans cet esprit le mouvement orbital de l'électron est inséparable de son mouvement de rotation sur lui-même. Pour décrire le mouvement de l'électron, nous devons donc en plus du potentiel introduire les propriétés de symétrie du mouvement orbital dans le volume de l'électron. Ainsi nous supposons que la rotation orbitale est le reflet de la rotation intrinsèque¹ à laquelle correspond sur une période, un seul quantum d'action "h". Il est important de remarquer que l'expression rotation intrinsèque reste imparfaite. En effet intrinsèque suggère une propriété qui appartient à l'objet lui-même, mais en fait tout se que nous connaissons se définit par rapport à un autre objet ou une autre propriété. En particulier la rotation intrinsèque doit se définir par rapport à la rotation orbitale.

Par ailleurs dans l'étude des phénomènes les causes des lois physiques doivent être indépendantes du lieu de l'observation. Considérons alors le volume de l'électron supposé très petit, et demandons-nous quelles sont les variables susceptibles de déterminer la quantification du système électron-proton. Lorsque la vitesse radiale de l'électron varie, dans le volume de l'électron, seules des variations de sa masse peuvent lui être associées. Il y a donc lieu de considérer que ce sont les variations de la masse de l'électron qui sont

¹ Nous utiliserons l'expression rotation intrinsèque de préférence à spin ou rotation propre pour éviter toutes confusions éventuelles et nous préciserons le sens de cette expression dans le cours de l'étude.

à l'origine des variations de sa vitesse radiale. Il en résulte que la masse de l'électron est la variable qui engendre les quantités de mouvement.

Cette conception de l'interaction nous conduit à considérer le proton et l'électron comme de la matière fluide. Elle conduit par suite à interpréter la fonction d'onde comme une onde de matière c'est à dire la quantité de matière déterminant l'action mécanique qui guide l'électron le long de sa trajectoire [8,9].

Cette conception du mouvement revient à donner à l'action mécanique un rôle fondamental. Ce rôle est naturel puisque toute quantité de mouvement et toute quantité d'énergie cinétique sont toujours liées à un déplacement spatial et un intervalle de temps. Ce fut en fait l'idée de Sommerfeld [2] pour étendre l'hypothèse de Bohr sur le moment cinétique [10] à des orbites elliptiques. Pour Louis de Broglie l'action joue également un rôle fondamental, c'est « guidé par l'idée d'une identité profonde entre le principe de moindre action et celui de Fermat » qu'il a été conduit à proposer l'hypothèse d'une longueur d'onde associée à la quantité de mouvement de l'électron par le quantum d'action "h" [11]. Ce fut également l'idée de Schrödinger qui construit l'équation différentielle, dont la fonction d'onde est solution, en introduisant une vitesse de propagation des surfaces d'action constante [12]. Ce travail montre comment cette conception de l'action par échange de matière entre le proton et l'électron permet de comprendre l'existence de moments cinétiques demi-entiers et de retrouver l'ensemble des niveaux d'énergie déduits des propriétés spectrales de l'atome

2 L'action et les échanges de matière

En mécanique classique l'action est le produit soit de la quantité de mouvement par l'élément de longueur dl soit de l'énergie par l'élément de temps dt . Dans la théorie de Dirac les opérateurs agissent sur la fonction d'onde par dérivation du premier ordre par rapport aux variables d'espace et de temps. Si ces opérateurs agissent sur une fonction représentative de l'action ils donnent accès aux différentes composantes de la quantité de mouvement et de l'énergie.

Prenons alors une position différente de l'interprétation classique et supposons que la fonction représentative de l'action soit justement la fonction d'onde. Supposons de plus que l'action engendrée par la fonction d'onde prenne place sous forme d'échanges de matière, par absorption ou rejet, entre le proton et l'électron. La quantification de la fonction d'onde est alors celle de l'action associée sur une période aux différents degrés de liberté. Cette hypothèse conduit à supposer que la charge de l'électron et le potentiel sont constitués d'éléments extrêmement petits comparés aux dimensions de l'élec-

tron, ayant une masse et que nous appelons grains. Nous supposons ainsi que les échanges de matières sont dus à des échanges de grains entre l'électron et le proton.

Pour décrire le mouvement de l'électron autour du proton nous considérons un référentiel atomique Ra , formé d'un système d'axes orthogonaux, le centre de gravité P du proton étant à l'origine (figure 1). Ce centre P est également le centre du potentiel qui agit sur l'électron. L'intensité du potentiel en un point A est inversement proportionnelle à la distance PA qui le sépare du centre P . La densité de matière qui permet de décrire le potentiel est par suite elle-même inversement proportionnelle à cette distance. Soit alors γ le centre de gravité de l'électron. Comme pour le potentiel nous supposons que dans le volume de l'électron, la densité de matière qui permet de décrire la charge de l'électron est inversement proportionnelle à la distance au centre γ de gravité de l'électron. La surface qui délimite dans le volume du proton de celui de l'électron est par suite celle qui correspond au minimum de densité. C'est au travers de cette surface que les échanges de matière déterminent l'action et la trajectoire. Lors des échanges, les grains sont supposés se déplacer à la vitesse de la lumière dans le vide.

2.1 *Mouvement plan et échanges en volume*

Dans le modèle de Sommerfeld le mouvement est plan, il y a seulement deux degrés de liberté indépendants. Par contre les échanges de matière, qui déterminent l'action et engendrent les quantités de mouvement de l'électron, ont lieu dans un volume. Par suite l'action associée à la rotation ne peut pas être correctement décrite par le produit de deux vecteurs, la quantité de mouvement et le déplacement dl , tous les deux contenus dans le plan de la trajectoire. Ces deux vecteurs doivent nécessairement posséder trois composantes non co-planaires. Cette conception permet de décrire le mouvement avec une masse dont la répartition suivant les directions de l'espace évolue par échanges de proche en proche.

2.2 *La masse*

Avec un modèle d'électron fluide il y a lieu de considérer que la masse qui détermine l'action mécanique dépend de l'état quantique occupé. Cette hypothèse est suggérée par l'émission ou l'absorption de photon lors des transitions électroniques. De plus il semble que diverses expériences confirment cette approche [13,14] qui correspond à tout un courant de pensée [15-20].

En s'appuyant sur l'équivalence entre masse et énergie il est possible de décrire cet aspect de la masse en supposant que les grains qui la constituent

sont en perpétuel mouvement et continuellement échangés avec ceux du proton leur vitesse étant celle de la lumière. Le proton étant considéré au repos il y a lieu de distinguer deux parties dans la masse de l'électron: l'une la masse inerte, l'autre la masse active. Cette dernière correspond à l'énergie cinétique de l'état considéré. Les grains de ces deux masses sont échangés tout au long de la trajectoire avec ceux du proton. L'état sera stable si l'échange conduisant à cette énergie a lieu pendant une période du mouvement, d'où l'importance de l'action mécanique. La masse m_0 dite masse au repos représente la masse qu'aurait l'électron s'il n'avait pas perdu, par exemple sous forme de photon, une énergie égale à celle de son état. Elle représente également la fraction de masse inerte du proton, celui-ci étant au repos, dans le volume occupé par l'électron. Il en résulte une relation simple par rapport à la masse au repos, entre la masse inerte m_i et la masse active m_a :

$$m_i + m_a = m_0 \quad (1)$$

Soit W l'énergie du mouvement nous avons :

$$m_i = Wc^{-2} \quad \text{avec} \quad E = W - m_0c^{-2} \quad \text{il vient} \quad m_a = -Ec^{-2} \quad (2)$$

la masse active représente l'énergie cinétique. Dans cette conception la masse est une réserve d'énergie désordonnée, et ne devient énergie que dans la mesure où elle est ordonnée et par suite en mouvement.

2.3 La rotation intrinsèque

Considérons le système de référence P_x, P_y, P_z , où P est le centre du potentiel. Pour introduire la symétrie de la rotation intrinsèque nous supposons l'axe correspondant parallèle à l'axe P_z . Soit G le plan de gravitation de l'électron qui contient l'axe P_x par construction. L'action associée au mouvement a deux de ses composantes P_x et P_y parallèles au le plan équatorial E et la troisième suivant P_z . Le plan de gravitation G coupe le plan équatorial suivant P_x . Le point B est l'un des deux points où la trajectoire perce le plan E (figure 1).

L'espace dont nous étudions les propriétés est défini par celles du proton et de l'électron. Dans la mesure où l'électron est assimilable à un point, l'espace du mouvement est celui du proton. Le proton étant beaucoup plus lourd que l'électron, c'est le mouvement de l'électron par rapport au proton supposé fixe qu'il y a lieu de décrire. Dans l'espace du proton il faut considérer également l'angle entre le plan G de gravitation et le plan équatorial per-

mouvement orbital tout en maintenant dans l'électron l'énergie totale égale à m_0c^2 . En d'autres termes dans le proton mais à l'extérieur de cette surface rien ne permet de soupçonner le mouvement de l'électron.

Pour décrire les deux flux nous supposons que la masse inerte de l'électron absorbe les grains du flux entrant caractéristique de la rotation orbitale dans le proton pendant que d'autres s'en échappent qui forment le flux sortant caractéristique de la rotation intrinsèque de l'électron. Ce mécanisme permet de décomposer le mouvement en deux contributions : l'une pour le flux entrant l'autre pour le flux sortant. Le volume de l'électron étant faible devant celui du proton, s'il y a rotation, en assimilant l'électron à un point, les grains qui déterminent cette rotation peuvent être divisés en deux parties qui définissent les deux flux. De même pour le mouvement parallèle à l'axe de rotation intrinsèque, les deux flux contribuent au mouvement. Pour respecter la symétrie de la rotation intrinsèque nous supposons que sur une période, il y a équipartition de l'énergie et donc de la masse entre les variables qui la caractérisent. *Cela implique, pour la rotation intrinsèque, qu'il y a autant d'échanges qui contribuent au mouvement de rotation et que de ceux qui contribuent à celui de translation.*

Nous savons que l'espace et le temps sont liés l'un à l'autre par la masse et l'énergie. Cela vient de ce qu'à l'échelle différentielle, à tout intervalle de temps est lié un intervalle d'espace. C'est la rotation intrinsèque qui gouverne le rapport entre le temps et l'espace au travers de l'énergie et la quantité de mouvement. De ce fait le quantum correspondant ne peut apparaître que dans une algèbre à quatre dimensions en ayant soins d'introduire les propriétés qui lient l'espace et le temps. C'est ce que fait l'algèbre introduite par Dirac, en particulier en imposant la linéarisation entre les opérateurs différentiels d'espace et de temps.

2.4 Les composantes de la fonction d'onde

La fonction d'onde est supposée être l'action mécanique, sous forme d'échanges de matière par absorption ou rejet sur un court intervalle de temps et d'espace, dont les dérivées donnent les différentes quantités d'énergie associées aux quantités de mouvement. Dans le modèle de Dirac la fonction d'onde possède quatre composantes linéairement indépendantes. L'analyse des propriétés liées aux échanges de matière permet d'éclairer cet aspect de la mécanique quantique.

La nécessité de composantes indépendantes pour décrire le mouvement vient de ce que dans chacun des flux les grains n'agissent pas tous de la même manière. Ils peuvent produire une rotation dans un sens et une autre dans le sens opposé et de même pour le mouvement parallèle à l'axe de rota-

tion. Il y a donc lieu pour chacun des flux, pour un court intervalle de temps et d'espace, de séparer dans des composantes distinctes les quantités de matière donnant des rotations et des translations de sens opposés. Ceci pour que les contributions de sens opposés ne se neutralisent pas. Il y a donc de ce fait, pour chaque flux, pour la masse inerte et la masse active, deux composantes du mouvement de sens opposés soient quatre relations. Cette analyse implique pour chaque relation une quantité de matière c'est à dire une énergie qui équilibre les trois composantes de la quantité de mouvement.

Le problème est donc de trouver, pour chacun des flux, un système de quatre équations différentielles simultanées où les quatre inconnues sont les quatre composantes de la fonction d'onde qui jouent le rôle de fonction génératrice des quantités de mouvement et d'énergie. Ces équations ne sont autres que celles qui découlent de l'équation de Dirac. Pour trouver cette équation la méthode consiste à partir d'une relation de la relativité restreinte et de rechercher les opérateurs différentiels qui agissent sur la fonction d'onde c'est à dire la fonction génératrice des différentes composantes du mouvement.

3 L'équation de Dirac

Pour déterminer l'équation de la mécanique quantique en relativité l'on part des expressions de l'énergie et de la quantité de mouvement. La masse au repos de l'électron étant m_0 , v étant sa vitesse et c celle de la lumière, posons $\beta = v/c$. Considérons l'électron de charge e dans le potentiel scalaire V et le potentiel vecteur \vec{A} . En mécanique relativiste l'énergie W de l'électron et le potentiel V sont liés par la relation :

$$\frac{1}{c}W = \frac{m_0c}{\sqrt{1-\beta^2}} + eV \quad (3)$$

sa quantité de mouvement \vec{p} et le potentiel vecteur \vec{A} par la relation :

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{e\vec{A}}{c} \quad (4)$$

Les composantes de la quantité de mouvement \vec{p} et la quantité $\frac{1}{c}W$ forment les composantes d'un vecteur de l'espace-temps. Considérons maintenant la quantité :

$$\frac{1}{c}(W - eV) = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \beta^2}} = M \quad (5)$$

et le vecteur du genre espace :

$$\vec{p} - \frac{e\vec{A}}{c} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \vec{V} \quad (6)$$

Le calcul de $M^2 - \vec{V}^2$ conduit à l'expression [3] :

$$\frac{1}{c^2}(W - eV)^2 - \left(\vec{p} - \frac{e\vec{A}}{c}\right)^2 - m_0^2 c^2 = 0 \quad (7)$$

Pour l'atome d'hydrogène l'expression (7), en l'absence de potentiel vecteur, devient :

$$\frac{1}{c^2}(W - eV)^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 + m_0^2 c^2) = 0 \quad (8)$$

La théorie de Dirac utilise les relations (7) et (8) pour déterminer les opérateurs qui conduisent à la fonction d'onde donnant les bons niveaux d'énergie [21]. Soit alors h la constante de Planck, la recherche de la fonction d'onde conduit à introduire les opérateurs suivants:

$$W = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} ; \quad \mathbf{P}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} ; \quad \mathbf{P}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y} ; \quad \mathbf{P}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (9)$$

En introduisant ces opérateurs dans l'équation (8) l'on obtient l'opérateur :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{c^2}(W - eV)^2 - (\mathbf{P}_x^2 + \mathbf{P}_y^2 + \mathbf{P}_z^2 + m_0^2 c^2) \quad (10)$$

Pour déterminer l'équation à laquelle la fonction d'onde doit satisfaire on suppose avec Dirac que celle-ci doit être linéaire en W ce qui conduit à supposer la linéarité en \mathbf{P}_x , \mathbf{P}_y et \mathbf{P}_z d'après la forme de l'opérateur (10). Cela suppose qu'il peut s'écrire :

$$\mathbf{F} = \mathbf{P} \times \mathbf{Q} \quad (11)$$

avec
$$\mathbf{P} = \left[-\frac{1}{c}(\mathcal{W} - eV) + \alpha_1 \mathbf{P}_x + \alpha_2 \mathbf{P}_y + \alpha_3 \mathbf{P}_z + \alpha_4 m_0 c \right] \quad (12)$$

et
$$\mathbf{Q} = \left[\frac{1}{c}(\mathcal{W} - eV) + \alpha_1 \mathbf{P}_x + \alpha_2 \mathbf{P}_y + \alpha_3 \mathbf{P}_z + \alpha_4 m_0 c \right] \quad (13)$$

Dans ces expressions les opérateurs α_k , avec $k = 1, 2, 3$ ou 4 , sont des matrices qui pour retrouver la forme (8) obéissent aux relations suivantes:

$$\alpha_\mu^2 = 1 \text{ et } \alpha_\mu \alpha_\nu + \alpha_\nu \alpha_\mu = 0 \text{ avec } \mu \neq \nu \text{ et } \mu, \nu = 1, 2, 3, 4 \quad (14)$$

L'équation :

$$\mathbf{Q}\Psi = 0 \quad (15)$$

est l'équation de Dirac, elle correspond à des énergies positives.

L'équation :

$$\mathbf{P}\Psi = 0 \quad (16)$$

correspond à des énergies négatives. De ce fait elle semble ne pas avoir de sens physique. L'hypothèse des échanges de matières partagés en deux flux inverses apporte une réponse simple. En effet chacun des flux est caractérisé par un sens de la vitesse de propagation des grains, ils déterminent les masses active et inerte, par suite l'énergie doit être considérée comme positive ou négative suivant le flux. L'équation classique (15) correspond au flux positif elle est nécessairement couplée à l'équation (16) qui correspond au flux négatif. Dans ces deux équations le sens de la vitesse de la lumière c étant inverse l'un de l'autre, il y a lieu de considérer que c est positif pour l'équation (15) et négatif pour l'équation (16).

Aux composantes de \vec{V} associons la quantité M , soit $G = (\vec{V}, M)$. Les quatre composantes de G forment un vecteur de l'espace-temps. La discussion sur la fonction d'onde nous a conduit à distinguer pour chaque flux, quatre composantes de l'énergie chacune associée à une quantité de mouvement qui se décompose elle-même en trois composantes. Soit alors :

$$M_i^e; P_{xi}^e; P_{yi}^e; P_{zi}^e \quad \text{et} \quad M_i^s; P_{xi}^s; P_{yi}^s; P_{zi}^s$$

avec $i = 1, 2, 3, \text{ ou } 4$ (17)

les différentes composantes pour chaque flux.

Nous pouvons considérer l'algèbre de Dirac pour l'équation (15) comme la recherche de la fonction génératrice des différentes composantes de G pour le flux entrant. Aux composantes de \vec{V} associons cette fois la quantité $-M$, soit $H = (\vec{V}, -M)$. Les quatre composantes de H forment un vecteur de l'espace temps et le produit scalaire $H.G$, conduit également à l'expression (7). Nous pouvons interpréter l'équation (16) comme celle du flux sortant homologue de l'équation (15) pour le flux entrant. Les deux vecteurs G et H sont donc des correspondants particuliers l'un de l'autre en ce sens qu'ils permettent de considérer l'équation (7) comme leur produit scalaire. Par suite l'algèbre de Dirac joue pour l'équation (16) le même rôle que pour l'équation (15) à savoir la recherche des différentes composantes de H . Ainsi l'équation de Dirac apparaît comme la décomposition du vecteur quantité de mouvement et de l'énergie caractéristique du mouvement plan en plusieurs composantes de manière à respecter la symétrie du mouvement orbital.

Soient Ψ_e et Ψ_s les fonctions d'onde respectives de (15) et (16) pour les flux entrant et sortant. L'équation de Dirac (15) est un groupe de quatre équations simultanées. Il en est de même pour l'équation (16). Identifions dans chaque équation (15) et (16), les différentes composantes temporelles et spatiales aux différents résultats de l'application des opérateurs (9) sur les composantes Ψ_i de la fonction d'onde pour les flux entrant et sortant. On peut décomposer les vecteurs G et H chacun en seize composantes. Cette décomposition obéit à l'algèbre de Dirac. Soit alors \mathbf{G} et \mathbf{H} les matrices représentative de G et H , le produit scalaire $H.G$ est égal au produit matriciel $\mathbf{H}.\mathbf{G}$ soit :

$$H.G = \mathbf{H}.\mathbf{G} \quad (18)$$

en s'assurant que $\Psi_e\Psi_s = 1$, ce qui impose que la fonction d'onde soit normalisée avec $\Psi_s = \Psi_e^*$. En prenant pour Ψ_s la complexe conjuguée de Ψ_e il importe de remarquer que l'on préserve le même sens de rotation puisque les flux sont inverse l'un de l'autre. Dans cette algèbre les expressions $(\mathbf{Q}\Psi_e)$ et $(\mathbf{P}\Psi_s)$ conduisent simplement aux composantes des vecteurs H et G . Il suffit de déterminer la fonction d'onde pour l'équation (13) pour que celle de l'équation (12) se trouve déterminée du même coup.

3.1 Les solutions de l'équation de Dirac.

Compte tenu de (13) l'équation de Dirac qui concerne le flux positif s'écrit :

$$\mathbf{Q}\Psi = \left[\frac{1}{c}(\mathbf{W} - eV) + \alpha_1 \mathbf{P}_X + \alpha_2 \mathbf{P}_Y + \alpha_3 \mathbf{P}_Z + \alpha_4 m_0 c \right] \Psi \quad (19)$$

Chacune des quatre composantes de la fonction Ψ est le produit d'une même fonction du temps Ψ_t par une fonction de l'espace différente pour chaque composante. Prenons pour la fonction temporelle $\Psi_t = \exp(i\hbar W)$. Explicitons les quatre composantes $\Psi_t \Psi_i$ de Ψ avec i variant de 1 à 4, en s'inspirant de Darwin [22] et de Broglie [3], l'équation de la fonction d'onde peut alors s'écrire :

$$i\hbar^{-1}[(W + eV)/c + m_0 c] \Psi_1 = (P_X + iP_Y)\Psi_4 + P_Z\Psi_3 \quad (D_1)$$

$$i\hbar^{-1}[(W + eV)/c + m_0 c] \Psi_2 = (P_X - iP_Y)\Psi_3 - P_Z\Psi_4 \quad (D_2)$$

$$i\hbar^{-1}[(W + eV)/c - m_0 c] \Psi_3 = (P_X + iP_Y)\Psi_2 + P_Z\Psi_1 \quad (D_3)$$

$$i\hbar^{-1}[(W + eV)/c - m_0 c] \Psi_4 = (P_X - iP_Y)\Psi_1 - P_Z\Psi_2 \quad (D_4)$$

Ces quatre équations ont la dissymétrie de la rotation intrinsèque soulignée avec la discussion sur les composantes de la fonction d'onde. Les solutions de ces équations sont le produit d'une fonction radiale par une harmonique sphérique. En effet dans la mesure où l'électron peut être assimilé à un point, la proportion entre les masses inerte et active est déterminée par la valeur du potentiel au point considéré. Cette proportion détermine l'intensité de la quantité de mouvement. Le partage de la quantité de mouvement entre ses différentes composantes est obtenu par les harmoniques sphériques et les fonctions radiales. Ces fonctions pour l'état quantique considéré sont rappelées dans l'annexe.

Les nombres quantiques n , ℓ et r ont leur signification habituelle : principal, orbital et radial des modèles de Sommerfeld et Schrödinger. Il y a deux types de solutions qui se définissent plus clairement à l'aide des nombres quantiques k et p . L'on a : pour les solutions du type I : $k = -\ell - 1$ et $p = r$; pour celles du type II : $k = \ell$ et $p = r + 1$. Par suite entre les nombres quantiques il vient :

$$n = |k| + p = \ell + r + 1 \quad (20)$$

Il y a ainsi une unité flottante qui vient de la rotation intrinsèque. Elle y est attachée soit par les caractéristiques angulaires des harmoniques sphériques, soit par la masse définie avec les fonctions radiales par le degré des polynômes qui composent les fonctions F et G (voir annexe).

3.2 Les doublets et les moments cinétiques demi-entiers

Les doublets sont le reflet de deux niveaux d'énergie distincts qui se manifestent en dehors d'un champ magnétique. C'est donc l'origine de ces deux niveaux qu'il faut comprendre. Cette propriété a conduit Uhlenbeck et Goudsmit à supposer l'existence de la rotation intrinsèque [23,24] ayant un moment cinétique supposé s'additionner ou se soustraire au moment cinétique orbital. En l'absence de l'hypothèse de la variation de la masse il restait difficile de comprendre la formation des doublets.

L'existence des doublets vient effectivement des deux sens possibles de la rotation orbitale par rapport à la rotation intrinsèque pris comme sens positif, ce qui est proche de l'hypothèse de Uhlenbeck et Goudsmit. De plus pour chaque état quantique et donc chaque sens de rotation orbital, l'orientation de la rotation intrinsèque peut être la direction positive ou négative de l'axe des z. De ce fait quelque soit le type de solutions, les états quantiques sont en nombre pair. Mais le point le plus intéressant vient de ce que le sens de rotation correspond à un des deux types de solutions. En effet nous avons vu qu'il y a deux flux de grains qui pilotent l'électron le long de son orbite. Le flux sortant est caractéristique de l'électron et donc la contribution de la rotation intrinsèque au mouvement orbital ; le flux entrant quant à lui est caractéristique de la contribution du proton. Ces deux contributions s'additionnent ou se retranche suivant qu'elles sont de même sens ou de sens opposé. En choisissant le sens positif pour le sens de la rotation intrinsèque, le moment cinétique orbital a par suite un signe algébrique. Il en résulte que pour le moment cinétique à la contribution orbital classique vient se retrancher ou s'ajouter celle de la rotation intrinsèque.

Considérons alors la succession des états quantiques.

1°) Lorsque le mouvement est engendré par un seul quantum d'action, la rotation intrinsèque détermine d'une manière unique le rapport entre le temps et l'espace au travers de l'énergie et de la quantité de mouvement. Le moment total ne peut pas être supérieur au nombre de quanta. Les deux flux qui

déterminent la rotation sont donc inverses l'un de l'autre, le moment cinétique orbital est négatif. Nous avons les deux états « 1s » qui sont du type I.

2°) Lorsqu'il y a un deuxième quantum d'action, celui-ci peut donner une quantité de mouvement radiale à l'électron, nous avons les états « 2s ».

3°) Le deuxième quantum d'action peut être obtenu par augmentation de la masse inerte, la seule énergie cinétique de rotation étant elle de la rotation intrinsèque. De cette manière le moment cinétique augmente d'une unité sans modifier le nombre des états quantiques. Le moment cinétique total croît d'une unité, par suite les rotations orbitale et intrinsèque sont de même sens. Nous avons les deux états $2p_{1/2}$, ils correspondent au type II. Le deuxième quantum d'action modifie les propriétés radiales de la fonction d'onde. L'augmentation de l'action vient de celle de la période associée à une diminution de l'énergie cinétique donc de la vitesse.

4°) Les rotations orbitale et intrinsèque étant de sens opposé, le deuxième quantum d'action peut être obtenu par augmentation en valeur absolue du moment orbital qui est de signe moins, nous avons les quatre états quantiques $2p_{3/2}$, ils correspondent au type I. Pour ces états les variations de la masse inerte et de l'énergie cinétique sont analogues à celles des états $2p_{1/2}$, mais dans ce cas il y a augmentation du maximum de la composante équatoriale du moment angulaire.

5°) Les autres augmentations de l'action conduisent aux mêmes conséquences et expliquent la succession des différents états quantiques.

4 Les états magnétiques et le facteur de Landé

Considérons un champ magnétique H généré par un solénoïde. Les modifications de densité de grains qu'il entraîne sont décrites avec une seule variable angulaire, celle des plans orthogonaux au champ H . Les mesures de moments magnétiques consistent à déterminer la valeur asymptotique de ces moments lorsque l'on peut considérer qu'ils sont alignés avec le champ magnétique. Dans ces conditions le champ modifie l'action équatoriale de rotation qui agit sur l'électron. Considérons le cas où le champ est faible, nous pouvons supposer que le moment cinétique de l'état quantique n'est pas modifié par le champ.

La période du mouvement de l'électron détermine l'intensité du courant électrique qui génère le moment magnétique orbital. En mécanique classique la période du mouvement dans un champ central est donnée par la relation :

$$2mS = T_M M \quad (22)$$

où m est la masse du mobile, M son moment cinétique orbital, S la surface de la trajectoire et T_M la période du mouvement. Pour utiliser cette relation dans le calcul du moment magnétique il faut prendre pour M la valeur absolue du moment cinétique total M_{T_o} .

Soit alors ℓ le nombre des quanta du moment orbital qui s'additionnent à la rotation intrinsèque. Pour le type II, au moment orbital $M_{Or} = k = \ell$ engendré par le nombre $k = \ell$ de quanta additionnels il faut ajouter la contribution de la rotation intrinsèque, il vient :

$$M_{T_o} = (k + 1/2) \hbar = (\ell + 1/2) \hbar \quad (23)$$

Pour le type I avec $k = -\ell - 1$, on a $M_{Or} = -k = -(-\ell - 1) = \ell + 1$. Au moment M_{Or} il faut ajouter la contribution de la rotation intrinsèque, il vient :

$$M_{T_o} = -(k + 1/2) \hbar = (\ell + 1/2) \hbar \quad (24)$$

La période T_M du mouvement est différente de celle T_F qui correspondrait à l'action orbitale kh en remplaçant M par M_{Or} dans la relation (22). Ainsi le facteur g de Landé qui s'introduit dans le calcul du moment magnétique μ_e d'un état quantique est une conséquence de la différence entre T_M et T_F . En effet considérons un électron sur une orbite classique. Pour une action kh son moment cinétique est $M_{Or} = k \hbar$. Soit u la projection de M_{T_o} dans la direction du champ magnétique H .

Le moment magnétique μ_e est donné par la relation :

$$\mu_e = u \mu_B \quad \text{avec} \quad \mu_B = \hbar \frac{e}{2mc} \quad (25)$$

Pour établir cette relation on utilise l'expression du moment d'un anneau de courant :

$$\mu_e = IS/c \quad (26)$$

où I est l'intensité circulant dans l'anneau, S la surface de l'anneau et c la vitesse de la lumière. Pour un électron sur son orbite avec une période de révolution T_F on a $I = e/T_F$. Par ailleurs la loi des aires (22) exprimée sur une période avec une masse variable conduit à remplacer M par M_{T_o} soit à la

relation $2mS = T_M M_{T_0}$. Pour $M_{T_0} =$ nous retrouvons la relation (25) à condition que : $T_F = T_M$. Mais nous venons de voir qu'il n'en est pas ainsi. La période T_F est en fait fictive et compte tenu du signe de k , on a la relation :

$$\pm 2mS = T_F k = T_M M_{T_0} = (k + \frac{1}{2}) \tag{27}$$

Soit : $T_M = gT_F$ avec $g = \frac{k}{k + \frac{1}{2}}$ (28)

Il en résulte que le moment magnétique correspondant à u est :

$$\mu_e = gu\mu_B \tag{29}$$

On trouve la relation (28) dans la deuxième partie du mémoire original de Dirac « *The quantum Theory of the Electron* » [25], que nous avons déjà retrouvée [6,9] dans un contexte un peu différent.

Toutes les propriétés magnétiques : le facteur g et le nombre des états magnétiques, se retrouvent par le calcul [3] et sont vérifiées expérimentalement par l'interprétations des mesures des moments magnétiques [26] et des constantes de Curie [27].

Toutes les tentatives antérieures d'explications des doublets ignorant le rôle de la masse et ses répercussions sur les états magnétiques ne pouvaient qu'être partielles et donc que partiellement juste. C'est le cas de celle de Uhlenbeck et Goudsmit qui a eu le mérite de considérer la rotation intrinsèque avant même l'hypothèse de la fonction d'onde [23,24]. C'est également le cas de nos tentatives antérieures déjà basées sur les échanges de matières avec variation de la masse [6,7] ; elles furent des étapes utiles pour aboutir à cette explication introduisant la symétrie du problème. Pour l'étude du magnétisme il était important de comprendre cette origine des doublets car la différences des niveaux qui leurs sont liés préexiste à l'application d'un champ magnétique [26].

5 Conclusion

Dans cette étude de la quantification, le mouvement orbital est supposé le résultat de la rotation intrinsèque de l'électron et d'échanges de matière entre l'électron et le proton. Ces échanges prennent place dans toutes les directions de l'espace. De ce fait la rotation orbitale doit être considérée comme le résultat d'une action mécanique qui agit dans trois directions orthogonales : l'une

est l'axe de rotation de l'électron sur lui-même, les deux autres sont perpendiculaires à celle-ci. L'électron étant supposé petit devant le proton, pour respecter la symétrie de la rotation intrinsèque les valeurs demi-entières observées dans les mesures de moments magnétiques sont attribuées à l'équipartition de l'énergie.

Dans cette approche l'équation de Dirac correspond aux échanges de matière donnant le flux entrant dans le volume de l'électron, l'autre volet des échanges le flux sortant permet d'interpréter l'équation dite aux énergies négatives. Les composantes de la fonction d'onde déterminent les proportions de la masse qui engendrent les différentes composantes de la quantité de mouvement. Avec cette conception deux masses très voisines peuvent engendrer des états quantiques distincts. C'est cette possibilité associée aux deux sens de la rotation orbitale par rapport à la rotation intrinsèque qui est à l'origine des doublets. Avec cette conception de la masse le modèle de Sommerfeld garde sa valeur. Par contre la compréhension de l'ensemble des états observés s'appuie sur celle de l'approche de Dirac.

Cette conception des interactions répond pour l'électromagnétisme à une difficulté importante de la physique où la notion de force permet de rendre compte d'un grand nombre des phénomènes observés mais laisse un vide manifeste sur le moyen par lequel les forces prennent place. Il est permis d'espérer que des essais similaires feront progresser la compréhension de la gravitation.

Annexe

Les deux types de solutions d'après [3], n , ℓ et r étant les nombres quantiques : principal, orbital et radial.

$$\text{Type I} \quad k = -\ell - 1; \quad p = r; \quad n = \ell + r + 1; \quad -\ell \leq m \leq \ell + 1$$

$$\begin{aligned} \psi_1 &= i F_+ Y_{\ell+1}^m; & \psi_2 &= -i F_+ Y_{\ell+1}^{m-1} \\ \psi_3 &= (\ell - m + 1) G_+ Y_{\ell}^m; & \psi_4 &= (\ell + m) G_+ Y_{\ell}^{m-1} \end{aligned}$$

$$\text{Type II} \quad k = \ell; \quad p = r + 1; \quad n = \ell + r + 1; \quad -(\ell - 1) \leq m \leq \ell$$

$$\begin{aligned} \psi_1 &= -i(\ell - m) F_- Y_{\ell-1}^m; & \psi_2 &= i(\ell + m - 1) F_- Y_{\ell-1}^{m-1} \\ \psi_3 &= G_- Y_{\ell}^m; & \psi_4 &= -G_- Y_{\ell}^{m-1} \end{aligned}$$

Avec $k = -\ell - 1$, $F = F_+$ et $G = G_+$ pour le type I, $k = \ell$, $F = F_-$ et $G = G_-$ pour le type II, les fonctions radiales sont solutions des équations :

$$\begin{aligned} \hbar^{-1}[(W + eV)/c + m_0c]F + \frac{dG}{dr} + \frac{k+1}{r}G &= 0 \\ -\hbar^{-1}[(W + eV)/c - m_0c]G + \frac{dF}{dr} - \frac{k-1}{r}F &= 0 \end{aligned}$$

$$F = \exp-ABr[a_0r^\gamma + a_1r^{\gamma+1} \dots a_p r^{\gamma+p}]$$

$$G = \exp-ABr[b_0r^\gamma + b_1r^{\gamma+1} \dots b_p r^{\gamma+p}]$$

avec $A^2 = \hbar^{-1}(m_0c + Wc^{-1})$ et $B^2 = \hbar^{-1}(m_0c - Wc^{-1})$

et $\gamma = -1 + \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ où α est la constante de structure fine : $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$

L'énergie des niveaux est donnée par la relation:

$$E_{n,k} = \left[1 + \frac{\alpha^2}{\left[p + \sqrt{k^2 - \alpha^2} \right]^2} \right]^{-1/2} \tag{21}$$

Rappelons que les fonctions ψ_1 et ψ_2 sont les petites composantes et les fonctions ψ_3 ψ_4 les grandes composantes.

Remerciements: Durant la préparation de ce travail dans la mouvance de la Fondation Louis de Broglie, j'ai discuté avec les Professeurs Claude Daviau, Daniel Fargue, Yves Pierseaux et Georges Lochak différents points importants. Ils m'ont donné des conseils qui se révélèrent très précieux, je suis heureux à cette occasion de les en remercier.

Références

- [1] Curie P., J. de Phys., 3-ième série, 3, 393-415, 1894.
- [2] Sommerfeld A., Ann. Phys. 51, 1, (1916).
- [3] de Broglie L., L'électron Magnétique (théorie de Dirac) Hermann, Paris (1934). See in particular the discussion page 36.
- [4] Oudet X., Ann. Fondation Louis de Broglie, 17, 315-345, 1992; English version available from the author on request.
- [5] Oudet X., Ann. Fondation Louis de Broglie, 22, 409-421, (1997).
- [6] Oudet X., Ann. Fondation Louis de Broglie, 25, 1-25, (2000).

- [7] Oudet X., in "What is the electron?" Apeiron books, Montréal Canada, Editor V. Simulik, on press (2003).
- [8] Oudet X., Ann. Fond. Louis Broglie, 20, 473 (1995).
- [9] Oudet X., J. Appl. Phys, 79, 5416 (1996).
- [10] Bohr N., Phil. Mag., 26, 1-25, (1913).
- [11] de Broglie L., Thèse, 1924, chapitre II.
- [12] Schrödinger E., Phys. Rev., 28, 1049-70, (1926).
- [13] Mikhailov V.F., Ann. Fond. Louis Broglie, 24, 161-169, (1999).
- [14] Mikhailov V.F., Ann. Fond. Louis Broglie, 28, 231-236, (2003).
- [15] Costa de Beauregard O. and Lochak G., Ann. Fond. Louis Broglie, 24, 159-160, (1999).
- [16] de Broglie L., Comp. Rend. Acad. Sci. 275B, 899, (1972).
- [17] Lucas R., Comp. Rend. Acad. Sci. 282B, 43, (1975).
- [18] Assis A.K.T., J. Phys. Soc. Jpn, 62, 1418-1422, (1993).
- [19] Costa de Beauregard O., in Advanced Electromagnetism, (eds. T.W. Barrett, D.M. Grimes), Word Scientific, Singapore, pages 77-104, (1995).
- [20] Galeriu C., Ann. Fondation Louis de Broglie, 28, 49-54, (2003).
- [21] Dirac P.A.M., Proc. Roy. Soc. A117, 610-624, (1928).
- [22] Darwin C.G., Proc. Roy. Soc. A117, 654-680, (1928).
- [23] Uhlenbeck G.E. and Goudsmit S., Naturwissenschaften 13, 953, (1925).
- [24] Uhlenbeck G.E. and Goudsmit S., Nature 117, 264, (1926).
- [25] Dirac P.A.M., Proc. Roy. Soc. A117, 351-361, (1928).
- [26] Oudet X. et G. Lochak, J. Magn. Magn Mater. 65, 99-122 (1987).
- [27] Oudet X., J. Magn. Magn Mater. 98, 298-331(1991).

Reçu le 15 février 2003, modifié le 12 mai 2004.