Morphologie de la physique : les principes d'extremum

V. BOCVARSKI,[a] J. BAUDON[b] ET J. REINHARDT[b]

[a] Institut de Physique de Belgrade, Pregrevica 118, 11080 Belgrade-Zemun, Serbia
[b] Laboratoire de Physique des Lasers (UMR-CNRS 7538),
Université Paris-13, Avenue J.B. Clément, 93430 Villetaneuse, France

ABSTRACT. The aim of this paper is to apply the morphological analysis (analysis of the logical form) to one general law (here the least action principle) representing the basis of the classical mechanics. By observing in parallel the logical basis and the historical development, one can separate the structure of the theoretical model from the phenomena to which it is applied. This gives a direct vision of the link existing between the initial ontological postulate and the structure of the theoretical model. By this way, a minimum number of entities and quantities needed to develop a model till its final formalism has to be recognised.

RESUME. Le but de ce texte est d'appliquer l'analyse morphologique (l'analyse de la forme logique) à une loi générale (ici le principe de moindre action) qui représente la base de la mécanique classique. En observant à la fois la base logique et le développement historique, on peut séparer la structure du modèle théorique des phénomènes auxquels il s'applique. Cela permet de percevoir la liaison directe existant entre le postulat ontologique initial et la structure du modèle théorique. Cette façon de faire donne un moyen simple de n'avoir à reconnaître qu'un nombre minimal d'entités et de grandeurs nécessaires pour développer un modèle jusqu'à son formalisme final.

Prologue

Une fois admis quelques axiomes, toujours liés à la culture de l'époque mais parfois si apparemment naturels qu'il faut une certaine réflexion pour les identifier (par exemple : « le monde existe », ou « le monde est unique », etc…), la recherche scientifique se doit évidemment d'obéir à la logique. Il existe, bien sûr, des génies, qui font preuve d'une imagination et d'une invention exceptionnelles et, surtout, d'une grande force de pensée. Cette force

de pensée est précisément d'approfondir leur modèle en épousant la forme que la logique impose. Comme le dit Kant : « … la science doit chercher (et non imaginer) dans la nature, conformément aux idées que la raison même y transporte… » [1]. C'est en cela que la forme de la pensée joue un rôle capital et permanent dans le développement des sciences. On utilise ici le mot *forme* dans son sens originel : un principe actif qui se réalise sur son propre contenu. C'est l'analyse de ce rôle de la forme que nous définissons ici comme la « morphologie de la physique ». Il ne s'agira donc pas, à proprement parler, d'une histoire de la physique, mais plutôt de l'étude de l'élaboration de la forme et de son développement tel qu'il résulte de la logique de ses propres états. La chronologie ne sera évidemment pas absente de cette morphologie : les auteurs, leurs disciples, leurs concurrents se succèdent et leurs modèles successifs reflètent nécessairement « l'esprit du temps » : « Chaque individu est enfant de son temps, de même que la science est son temps, englobé dans sa pensée » [2]. Il n'en reste pas moins que cette méthodologie est intemporelle car tout modèle physique, qu'il relève de l'ancienne Grèce ou du XXe siècle, va d'un axiome vers un but (comprendre le monde) en se fondant sur un principe de causalité.

Chez les anciens Grecs, on pouvait dire, en parlant de n'importe quel objet, que *son existence est identique à son essence*. En conséquence les qualités sont inhérentes à l'objet. Celui ci ne peut changer : il ne peut qu'éventuellement disparaître et un autre objet apparaître. Ainsi ce que nous nous nommons aujourd'hui « changement », ne pouvait être vu que sous la forme disparition-apparition. Dès le Moyen-Age, cette vision des choses va se trouver complètement bouleversée du fait que désormais *l'existence et l'essence seront séparées*. Déjà au cours du XIVe siècle, la plupart des scolastiques s'accordaient à penser que l'intensité d'une qualité (d'une essence) pouvait être réduite à la catégorie de quantité et donc mesurée en tant que quantité de qualité. Cette conception est demeurée vraie jusqu'à nos jours. Copernic (1473-1543) le premier l'a appliquée à l'observation du système solaire (composition additive des mouvements) et Galilée (1564-1642) le premier l'a expérimentée (composition additive des vitesses linéaires).

La physique de l'époque classique, qui va de la fin de la Renaissance à la fin du XIXe siècle, est sans doute la plus familière à tous. On peut dire de la mécanique classique qu'elle en est le terme source. Elle est particulièrement importante du point de vue de la morphologie. Cette importance tient à deux points. D'abord c'est là qu'apparaissent pour la première fois la causalité au sens de la pensée occidentale, et ensuite le principe universel qui gouverne la réalisation de cette causalité, c'est à dire le principe d'extremum ou principe de moindre action.

C'est à cette causalité et au principe d'extremum qui la gouverne que le présent article va être consacré. Dans une première partie, nous analyserons la contribution fondamentale de Leibniz (1646-1716) qui, sans introduire lui-même de principe d'extremum, a néanmoins établi le langage et défini la grandeur essentielle (l'énergie et sa conservation) qui vont permettre à d'autres d'aboutir à ce principe. Dans une seconde partie nous exposerons chronologiquement d'abord l'œuvre pionnière de Fermat (1601-1665) et son *principe de temps minimal* pour la lumière, puis les développements qui ont suivi, Maupertuis (1698-1759) et son *principe de moindre action* pour la mécanique des corps matériels, puis Euler (1707-1783), Lagrange (1736-1813) et Hamilton (1805-1865), en nous cantonnant aux aspects relatifs à la morphologie. Dans la dernière partie, nous reviendrons sur le principe fondamental de causalité, en particulier sur la rupture définitive par rapport à la conception de la Grèce Ancienne, apportée par ce que nous appellerons « la pensée occidentale ».

Le code de Leibniz

1 Séparation de l'existence et de l'essence dans la pensée occidentale

Par la séparation qu'elle institue entre Existence et Essence, et par l'attribution du changement à l'Essence, la pensée occidentale (PO) a ouvert une nouvelle vision du monde : de l'analyse des attributs, qui est proprement grecque, on passe à celle des prédicats. Désormais les qualités n'étant plus in-hérentes à l'objet (à l'être) mais co-hérentes, on peut les ajouter les unes aux autres. L'objet en soi n'est pas essentiel car rien ne lui appartient en propre sinon la simple existence (sa masse, son inertie corporelle). Pour la PO, ce qui devient – au sens propre – essentiel, c'est le comportement de l'objet, l'évolution de son état, qui se reflète dans le *changement* de l'intensité de certaines de ses qualités.

On peut formuler ce concept de la façon suivante : il existe, dans l'objet, « quelque chose », un substrat, au demeurant invariable, par lequel on peut affirmer qu'il « est ». C'est l'Existence (ε). Mais accepter l'Existence implique qu'il y ait aussi « quelque chose » d'autre, qui n'est pas l'Existence, autrement dit une non-Existence, l'Essence, c'est à dire une (des) qualité(s). Une qualité particulièrement importante, dont n'a cessé de s'occuper la physique classique, est la vitesse. On peut la représenter par un ensemble d'intensités de cette qualité, c'est à dire un ensemble de valeurs de la vitesse, soit $V = \{v_0, v_1, v_2, \ldots\}$. Cette écriture sous-entend que V est un ensemble dénombrable, ce qui, chez Leibniz, est bien le cas, comme on va le voir plus

loin. Cette non-Existence V, associée à l'Existence ε[1], permet à l'objet de changer, i.e. de se mouvoir à telle ou telle vitesse. Notons que le mouvement et ce qui est mis en mouvement sont deux choses différentes.

2 Analyse de l'ensemble des intensités d'une qualité : l'ensemble V

Dans la mesure où Existence et Essence sont disjointes, rien n'empêche d'analyser l'ensemble V des intensités de la qualité « vitesse » indépendamment de l'Existence. Il ne faut toutefois pas perdre de vue qu'il faudra, après cette analyse, reconstituer l'objet dans un certain état, en précisant la nature de l'association entre Existence et Essence. Ce point sera examiné plus loin. On peut se poser, à propos de l'ensemble V et plus généralement à propos de tout ensemble des intensités d'une qualité, plusieurs questions : Est-il borné, inférieurement et/ou supérieurement ? Est-il discret ou continu ? Laissons Leibniz répondre lui-même à ces questions :

« Quoique j'aie conçu le calcul infinitésimal, je n'admets pas l'existence d'un nombre infini vrai, bien que j'admette qu'à une multitude de choses puisse correspondre un nombre qui dépasse tout nombre donné, si grand soit-il [3]… Il ne peut exister qu'une seule vraie infinité, qui est l'Absolu. Elle précède toute composition et ne saurait résulter d'aucune addition de composantes. Au lieu de dire « nombre infini », il faut dire « plus grand que ce que n'importe quel nombre peut exprimer » [4]. Tirons-en les conséquences pour l'ensemble V :

i. Si l'on disait, malgré Leibniz, que V contenait une infinité d'éléments ne se distinguant que quantitativement les uns des autres, il faudrait faire tendre vers zéro la différence entre deux éléments voisins. Mais une différence strictement nulle signifierait «égalité » et ceci vaudrait pour tous les couples d'éléments voisins. Finalement V deviendrait un continuum absolu ne contenant plus qu'un seul élément. Ainsi, pour garder V en tant qu'ensemble d'éléments distincts les uns des autres, doit-on supposer, entre éléments voisins, une différence finie, aussi petite soit-elle. L'intensité d'une qualité est donc ultimement indivisible puisque l'ensemble des intensités ne saurait constituer un continuum.

---

[1] Du point de vue de la physique occidentale, l'objet (le corps) et l'ensemble V sont donnés.

ii. V est nécessairement borné supérieurement (par une certaine valeur v_c).

iii. Examinons maintenant l'autre borne de l'ensemble V, son élément initial, sans oublier que les différences entre éléments voisins sont de nature purement quantitative et sont finies. Peut-on parvenir, par la réduction d'une intensité de qualité, à une intensité nulle ? Il s'agirait ici d'une vitesse nulle, qui serait donc une « non-vitesse » ? Cette question peut se formuler autrement : sachant que l'ensemble V des vitesses devra être ajouté à l'existence pour constituer l'objet, peut-on lui adjoindre encore cette non-vitesse ? Pour ce faire, il faut introduire une entité supplémentaire qui n'est ni l'existence ni V, ayant le pouvoir de créer une qualité. En effet l'existence seule ne peut produire une vitesse, et la vitesse ne peut pas se produire elle-même. Si l'on juge, comme Descartes, inutile l'ajout d'un tel *Deus ex Machina*, alors on doit conclure que V est borné inférieurement par une certaine vitesse v_1 finie, aussi petite soit-elle[2]. La logique veut alors que tous les objets, toutes les existences, soient en mouvement. Le repos ne peut donc être qu'une illusion mensongère qui s'explique par le mouvement relatif. Notons d'ailleurs que, depuis Galilée et Descartes, on considère l'immobilité de l'existence comme relative.

Résumons. L'ensemble V, comme tout ensemble d'intensités de qualité, est borné inférieurement (par v_1) et supérieurement (par v_C), et il comporte un nombre fini d'éléments. Il est discret et l'intensité d'une qualité contient un plus petit élément d'accroissement indivisible. La variation de l'intensité d'une qualité se fait nécessairement par sauts finis (intensitons, quanta). Ces sauts peuvent être arbitrairement petits et la série des intensités d'une qualité peut devenir arbitrairement resserrée, mais il est impossible d'en faire un vrai continuum.

---

[2] Comme toute adjonction d'un attribut quelconque demande une création, chaque monade (objet) doit posséder tous les prédicats possibles, chacune avec une intensité différente. Chaque monade est un tout en soi et pour soi : elle est le monde entier. « Un grain de sable suffit à la compréhension de l'Univers dans son développement complet, si l'on parvient à connaître ce grain de sable dans sa totalité. » [5]

3 Reconstitution de l'objet comme réunion de l'existence et de l'essence

Bien que, suivant la PO, nous ayions séparé Existence et Essence (ce qui nous a permis de les considérer indépendamment l'une de l'autre), il n'en reste pas moins qu'il s'agit de deux entités qui participent d'un même objet. Il nous faut donc les réunir pour retrouver, reconstituer, cet objet. En fait, cette « réunion » est loin d'être évidente et constitue même le premier problème du modèle occidental. En effet, comment associer « quelque chose » d'immatériel (l'Essence, c'est à dire des qualités, par exemple la vitesse) à « quelque chose » de matériel (l'Existence, c'est à dire l'inertie ou la masse) ? Deux modèles sont possibles :

Dans le premier, celui de Newton, l'Essence est un *attribut* associé à l'Existence, ce qui nécessite une troisième entité, qui n'est ni l'Existence (matérielle) ni l'ensemble V (non matériel) : c'est la *force* (F). Il s'agit là, au sens propre, d'une union forcée car l'existence (ε) est inerte et c'est sous l'effet de la force que l'état de l'objet change. Les entités qui participent à ce modèle laissent apparaître entre elles trois différences ($\varepsilon \neq V$, $\varepsilon \neq F$, $V \neq F$). Il est donc nécessaire de leur adjoindre une entité supplémentaire contenant ces différences, l'ensemble des négations (N), que l'on peut encore appeler *l'espace*.[3]

Dans le second modèle, celui de Descartes et de Leibniz, l'Essence est considérée comme un *prédicat* : c'est l'Existence elle-même qui, par son activité intérieure, acquiert l'intensité de ses propres prédicats. L'Existence ε est donc active. Cela rappelle l'entéléchie d'Aristote[4], mais dans l'entéléchie au sens de Leibniz, les prédicats sont donnés d'avance. Une existence ne peut acquérir une intensité arbitraire de l'un de ses prédicats (par exemple une vitesse arbitraire). Seules les intensités de prédicats prévues dans V pour toutes les existences, lui sont accessibles. Une fois acquise une intensité v_n d'un tel prédicat, l'objet se trouve dans un *état* que Descartes désigne par le

---

[3] Ce modèle correspond à la cosmologie de Newton dans laquelle le principe de moindre action n'est jamais considéré. C'est la raison pour laquelle nous ne le développerons pas davantage ici.

[4] Chez Aristote l'action, qui procède grâce a l' « énergie », tend vers une plénitude manquante, une cause finale (le moteur de l'action) que l'on appelle « entéléchie ».

produit εv_n. L'état demeure invariable[5] jusqu'à ce que l'activité intérieure le change en nouvel état εv_m. Dans ce modèle, il est inutile d'introduire une entité supplémentaire telle que la force (F) comme cause du changement, puisque cette cause est contenue dans l'existence elle-même. En l'absence de F, toutes les négations supplémentaires ($\varepsilon \neq F$, $V \neq F$), ainsi que l'entité « espace » disparaissent[6]. L'existence ne pouvant se trouver simultanément dans deux états différents, εv_n, εv_m, elle se « déplace » par rapport à elle-même. Il faut en conclure que tout changement d'état est successif. L'existence peut être ou dans l'état εv_n ou dans l'état εv_m. En effet, alors qu'un corps peut avoir simultanément plusieurs prédicats, il ne peut pas avoir simultanément différentes intensités d'un même prédicat. La structure de ce modèle repose donc sur deux entités : l'existence (ε) et l'ensemble des intensités d'une qualité (V), mais l'existence ε ne reste pas inactive malgré sa simplicité, puisqu'elle a la faculté d'acquérir telle ou telle intensité de ses propres prédicats, ce qui représente l'entéléchie au sens de Leibniz.

Se pose alors la question de savoir comment l'existence, du fait de son activité intérieure, acquiert les prédicats de l'ensemble V donné d'avance. (i) Le fait-elle de façon arbitraire ?, ou (ii) le changement d'état est-il condi-

---

5 Il ne faut pas confondre « inertie d'existence » et « inertie d'état ». La première traduit la permanence de l'existence en soi et pour soi : on peut dire d'une chose ou qu'elle existe ou qu'elle n'existe pas. Dès lors qu'elle existe, elle peut acquérir une essence, ou plusieurs essences différentes, mais l'existence ne change pas (elle est inerte), c'est l'essence qui change d'intensité. La seconde inertie, l'inertie d'état, est différente. Le concept d'état εv_n contient à la fois l'inertie d'existence (ε) et l'invariabilité des éléments v_n de V. A cet égard, l'état est donc doublement inerte. C'est la raison pour laquelle Descartes a formulé la loi d'inertie comme : « Tout corps (première inertie) reste en état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme (seconde inertie) jusqu'à ce que quelque chose d'extérieur à lui ne le force à changer son état. »

6 « L'espace réel et absolu est une idole de quelque Anglais moderne…, car il n'existe aucun espace vide qui soit différent des corps. Donc l'espace est quelque chose de relatif, comme le temps…L'espace est l'ordre des coexistences et le temps est l'ordre des successions…, l'espace indique, au sens des possibilités, l'ordre des choses qui existent simultanément, sans qu'il soit besoin de rechercher la cause de leur existence [6]. La distance absolue entre monades n'existe pas. Dire « les monades sont groupées en un même point » ou « les monades sont distribuées dans l'espace » ne fait que traduire l'usage des fictions de notre âme. » [7].

tionné par le fait que l'ensemble V est ordonné ? Il est clair que répondre par l'affirmative à la question (i) va conduire à déterminer des « probabilités d'états ». Comme on le sait, cette façon de faire sera effectivement utilisée, mais beaucoup plus tard par la mécanique quantique. Tous les chercheurs de l'époque de la physique classique ont tout naturellement suivi la voie (ii) pour découvrir le principe d'extremum (cf. le développement historique), principe qui sera d'ailleurs repris tel quel par la mécanique quantique. Comme on l'a déjà dit, l'ensemble V est l'ensemble discret des intensités d'une qualité où la différence finie entre éléments voisins est purement quantitative. Il est de ce fait ordonnable. Dès lors que V est ordonné, les changements d'états le sont aussi : pour passer de l'état εv_m à l'état εv_n, l'existence doit passer par tous les éléments de V qui se trouvent entre v_m et v_n, si bien que le changement d'états est non seulement successif, mais aussi orienté, dans un sens ou dans l'autre. C'est en ce sens qu'il faut entendre la *loi de continuité* de Leibniz. Pour un objet matériel, pour lequel ε s'identifie à la masse m, le changement successif précédent peut se noter $m\ v\ \tau$, où τ symbolise la succession[7]. Il s'agit ici de la conception cartésienne du mouvement, et l'on reconnaît dans mv la quantité de mouvement.

4 L'exemple géométrique

Les considérations précédentes ne se limitent pas aux objets matériels ou corps dont s'occupe particulièrement la physique. Dans sa conception globale du monde, Leibniz, comme le font d'ailleurs Descartes et quelques autres, inclut, avec le monde matériel, celui des pensées, voire des sentiments, de la morale et de la métaphysique. Il ne faut donc pas s'étonner que l'un des exemples qu'il a choisi pour illustrer cette conception et en tirer plusieurs conséquences, soit de nature mathématique. Il s'agit en l'occurrence de géométrie et plus précisément de coniques : l'objet sera ici une ellipse. On pourrait envisager de considérer d'un coup tout un ensemble d'ellipses, voire toutes les ellipses possibles, différant les unes des autres par la position, la taille, le rapport des axes et la distance entre leurs foyers,

---

[7] τ n'est pas une nouvelle entité (qui serait le temps), ayant sa propre existence. C'est seulement un paramètre qui est la mesure de la succession. On dit aussi par exemple de la masse qu'elle est la mesure de l'inertie, mais la masse n'est pas une entité en soi et pour soi, séparée de l'inertie, elle est simplement un paramètre permettant de comparer des inerties différentes.

mais, ayant en vue d'interpréter le *changement*, nous allons plutôt examiner l'évolution « successive » de l'état d'une ellipse, au sens défini plus haut.

Le premier point est de préciser ce que l'on entend par Existence (ε): l'ellipse existe-t-elle ou n'existe-t-elle pas ? Et si l'ellipse existe, elle doit demeurer ellipse (inertie de ε). L'existence de cette forme géométrique est fonctionnelle : elle résulte de la loi qui la produit. Si l'on désigne par a, b les longueurs des deux demi-axes et c la demi distance entre les foyers, et que l'on considère (en sous-entendant a > b) la fonction $f(a, b, c) = (a^2 - b^2)^{1/2} / c$, alors ε signifie $f \equiv 1$.

L'Essence de l'ellipse se retrouve quant à elle (i) dans sa relation (de position) avec d'autres objets, sans que sa forme change ; c'est le *mouvement externe* auquel correspond une certaine vitesse v_E ; (ii) dans l'explicitation des paramètres a, b, c (respectant la condition d'existence), définissant la forme. Il n'y a ici, en fait, que 2 paramètres indépendants, caractérisant un état de l'ellipse. Il y a plusieurs manières, toutes équivalentes, de choisir ces 2 paramètres. Prenons par exemple $d = b^2/a$ et $e = c/a$ (l'excentricité). Le premier paramètre donne, pour e fixé, la taille de l'ellipse (quand d varie, on obtient des ellipses homothétiques les unes des autres). L'excentricité e donne quant à elle la forme ou structure propre de l'ellipse. Celle-ci tend à devenir un cercle lorsque e s'approche de zéro, alors que quand e s'approche de 1, elle tend vers une parabole. Ce changement de taille et de forme propre, indépendant des autres objets (tout en étant susceptible de changer les relations de l'ellipse avec ceux ci), correspond au *mouvement interne* et on lui associe une vitesse interne v_I.

Les intensités de qualités prennent, par l'effet de l'entéléchie, les valeurs successives, croissantes ou décroissantes, présentes dans un ensemble V semblable à celui défini précédemment, ce qui change ses rapports avec d'autres « objets ». Rappelons qu'un ensemble V ne contient pas d'élément strictement nul. On retrouve ici la nécessité logique de cette propriété : en effet si d = 0 strictement, l'ellipse se réduit à un point et engendrer une ellipse à partir d'un point est impossible. De la même manière, si e = 0 strictement, l'ellipse devient un cercle (les foyers sont confondus) et à partir de ce cercle il est impossible d'engendrer une ellipse dont les foyers sont deux points distincts. L'ellipse peut tendre vers le cercle, sans jamais pouvoir l'atteindre strictement.

Une conclusion importante que l'on peut tirer de cet exemple géométrique tient à l'existence de *deux* mouvements, l'un externe, l'autre interne. On voit sur cet exemple que le modèle adopté par Descartes, celui de la quantité de mouvement (εv ou mv), ne suffit plus : il doit être remplacé par $\varepsilon\, v_E\, v_I$, ce que l'on peut appeler « l'état total », qui est triplement inerte. C'est ce

même concept d'état total, englobant existence, mouvement externe et mouvement interne, qui conduit Leibniz à introduire, pour un simple corps matériel, ce qu'il appelle la *force vive*, $m\,v^2$, et ce que nous appelons aujourd'hui, à un facteur ½ près, l'énergie cinétique[8] : « Il y a longtemps déjà que j'ai corrigé la doctrine de la conservation de la quantité de mouvement, et que j'ai posé à sa place quelque chose d'absolu, justement la chose qu'il faut, la force [vive] absolue… On peut prouver, par raison et par expérience, que c'est la force vive qui se conserve… » [8]. Ainsi l'état total prendra-t-il la forme : $\psi = m\,v^2\,\tau$.

5 Interaction entre objets et dynamique

Les caractéristiques de l'état total d'un objet (ε, v_E, v_I) demeurent invariables (triple inertie) tant que « quelque chose » d'extérieur à lui ne le force à se modifier. Dès lors qu'une interaction se manifeste entre un objet A et un objet B, les vitesses externes (v_{EA}, v_{EB}) et internes (v_{IA}, v_{IB}) de ces 2 objets sont *a priori* modifiées, mais la force vive totale demeure conservée. Lors de ces modifications, les différentes intensités de qualités passent *successivement* d'une valeur à une autre. C'est précisément ce que l'on appelle le *changement*. C'est ainsi que le passage (successif) de v_{EA} à v_{EA}' représente une accélération classique, alors que celui de v_{IA} à v_{IA}' est une accélération interne qui manifeste une certaine résistance au changement de structure interne. Ces changements intéressent directement deux objets (ou, indirectement, plusieurs objets constituant un système) et ils sont une mesure de l'interaction. Ils s'accompagnent d'une modification de la relation entre ces objets, appelée *perturbation*. En fait, ces changements ne sont pas totalement arbitraires. Considérons par exemple deux objets matériels A, B, de même masse m (ce sont en fait 2 existences distinctes pour lesquelles il se trouve que le paramètre m a la même valeur). L'état total de A est $\psi_A = m\,v_A^2\,\tau$, celui de B est $\psi_B = m\,v_B^2\,\tau$. Du fait que $v_A \geq v_1$, où v_1 est le plus petit élément de l'ensemble V, l'objet A ne peut communiquer à B qu'une force vive au plus égale à $m(v_A^2 - v_1^2)$. D'une manière analogue, l'existence d'un élément maximal v_c fait que, si l'état de A est $\psi_A = m\,v_A^2\,\tau$ avec v_A très proche de v_c, alors l'objet B ne peut lui communiquer en général toute sa force vive, mais faire tout au plus que v_A' s'approche (de plus en plus difficilement) de

---

8 On remarquera que la dérivée par rapport à v de l'énergie cinétique n'est autre que mv

v_c. Dès lors que $\psi_A = m\ v_c^2\ \tau$, l'objet A peut encore agir mais ne peut subir lui-même aucun effet supplémentaire.

Le fait que le paramètre de succession τ figure dans l'état total d'un corps matériel est important car cet état s'identifie à ce que Leibniz appelle l'*action dynamique*. Il écrit en effet celle-ci sous la forme m v s, où s = v τ est la distance parcourue à la vitesse v. Citons à nouveau Leibniz : « Il est facile de comprendre ce qu'est l'action dynamique : il faut l'évaluer non seulement par l'effet formel qu'elle produit mais aussi par la vigueur ou la vitesse avec laquelle elle agit. Il faut transporter cent livres à l'endroit A : c'est l'effet formel. Mais l'un peut le faire en une heure, l'autre en deux heures. Je dis que le premier effet est deux fois plus grand que le second » [9]. On n'en est pas encore au principe de moindre action, mais, dans un éclair prémonitoire, Leibnitz déclare : « Les causes appropriées ne servent pas qu'à la morale, à l'éthique et à la théologie naturelle, elles servent aussi à la philosophie naturelle, pour y découvrir des vérités cachées. Parmi les innombrables combinaisons et séries possibles d'événements, il en existe une qui est non seulement possible mais essentielle. Cela veut dire qu'il y a nécessairement dans les choses un principe de détermination. Ce principe, il faut le tirer de considérations d'extremums, en cherchant l'effet maximal produit avec une consommation minimale » [10].

Mais avant de passer au développement historique qui va justement porter sur ce principe d'extremum, résumons les postulats posés par la PO et les conclusions logiques – particulièrement celles développées par Leibniz – qui en découlent.

1. Le postulat de base est la séparation de l'existence et de l'essence.
2. L'existence est définie par sa propre structure – e.g. pour l'ellipse, par la fonction de création conique f (a, b, c) –.
3. Une fois produite, elle reste invariable ($f \equiv 1$).
4. La fonction de création peut produire plusieurs objets individualisés.
5. L'essence est l' (les) ensemble(s) discret(s) des intensités de qualités. Un tel ensemble possède un élément maximal ($\mathbf{v_C}$), ainsi qu'un élément minimal ($\mathbf{v_1}$) non nul.
6. L'existence ne peut apparaître (sous forme d'objet) qu'une fois l'essence incorporée.
7. L'existence à laquelle est incorporée une essence contenant une seule intensité de qualité est l'objet cartésien (e $\mathbf{v_E}$)
8. Chez Leibniz, deux intensités de qualités sont associées à l'existence, l'une ($\mathbf{v_E}$) correspondant au mouvement externe sans changement de

forme, l'autre ($\mathbf{v_I}$) correspondant au mouvement interne qui traduit un changement de structure.

9. L'état total d'un objet matériel est alors, $y = m\ v^2\ t$, où m exprime l'existencela massett le paramètre de succession ; mv^2 est la force vive (conservative pour un ensemble d'objets) et y est l'action dynamique.

Développement historique

Pour aborder correctement le développement historique, qui va nous conduire aux principes d'extremum, citons d'abord Nicolas de Cues (1401-1464) : « La quantité maximale est maximalement grande, la minimale est maximalement petite. Quand tu épures par la pensée le maximum et le minimum, ignore le grand et le petit, mais reste certain que maximum et minimum sont préservés. ». Le principe universel du mouvement qui recouvre toute la physique – et l'essence même de la physique est le mouvement – est le principe de moindre action. Dès la fin du Moyen-âge, sans être encore explicitée, l'idée d'un tel principe, et notamment la notion de passage à la limite, ont commencé à éclore. Pour la PO de cette époque, il ne suffisait pas en effet que le monde soit arrangé de telle ou telle manière et éventuellement exploitable, mais surtout qu'il soit unique et relève donc d'un principe unique. Le monde est intelligible : il a nécessairement une structure logique qu'il faut comprendre. « Qu'il y a-t-il de plus contraire à la droite qu'une courbe ? Pourtant, en principe, au minimum elles se confondent. Comme l'a justement remarqué, à sa divine façon, Nicolas de Cues, découvreur des plus beaux secrets de la géométrie, quelle différence peux-tu trouver entre minimum d'arc et minimum de corde ? et de même, du point de vue du maximum, quelle différence feras-tu entre un cercle infini et une ligne droite ? » [11].

Les premières formulations mathématiques de ce principe sont venues plus tard, à l'époque dite classique, où l'analyse, d'abord conceptuelle, est devenue phénoménologique. C'est à l'optique, et plus précisément au phénomène de la réfraction, qu'elle s'est d'abord appliquée puis, grâce à l'initiative de Jean Bernoulli, elle s'est étendue à la mécanique et ultérieurement à bien d'autres domaines. Que l'optique soit à l'origine de ce développement n'est pas le fruit du hasard. Déjà en effet se fait jour le dilemme : « corpuscule » (objet matériel) ? ou « onde » (perturbation qui se propage) ? Bien qu'il ait permis d'aboutir à des lois vraies mais de nature empirique, le choix des corpuscules (Descartes, Newton,…) n'a pas réussi à expliquer le *pourquoi* des choses. Au contraire, le choix d'analyser le phénomène en considérant des perturbations, c'est à dire les changements de rapport entre objets plutôt que les objets eux mêmes, permet d'éliminer d'emblée certai-

nes questions auxquelles se heurtait le premier choix (inertie matérielle, collisions corpusculaires, accélération infinie, etc.) et d'aboutir directement au pourquoi des choses. Bien qu'il ait été observé depuis fort longtemps (le bâton brisé dans l'eau), le phénomène de réfraction de la lumière n'a été ni réellement noté, ni analysé, par les anciens Grecs, au contraire du phénomène de réflexion qui a fait de leur part l'objet de nombreuses recherches (Héron, Archimède,…). Cela peut se comprendre : la réflexion peut s'expliquer sans jamais invoquer la succession et la loi de la réflexion se démontre de manière purement géométrique et simultanée, ce qui entre parfaitement dans le cadre de la pensée grecque. Au contraire, dès le début de PO, le phénomène de réfraction a suscité de nombreux efforts. En effet ce phénomène se réfère directement à la structure même de la PO en ce qu'il implique la séparation de l'existence et de l'essence, ainsi que le changement en soi et pour soi de la seule essence (c'est à dire la vitesse). C'est Descartes qui, le premier, a abordé cette question d'un point de vue fondamental. Rappelons que l'objet cartésien est défini comme le produit d'une existence par une vitesse externe : εv. Lors de la réfraction, l'état de l'objet passe de εv à $\varepsilon v'$, où v et v' sont rectilignes et constantes. La vitesse de la lumière ne peut pas être infinie puisque alors elle ne pourrait subir aucun changement. D'autre part, comme cette vitesse doit passer de v à v' à la traversée de la surface, l'accélération devrait être infinie, ce qui n'est pas non plus possible.

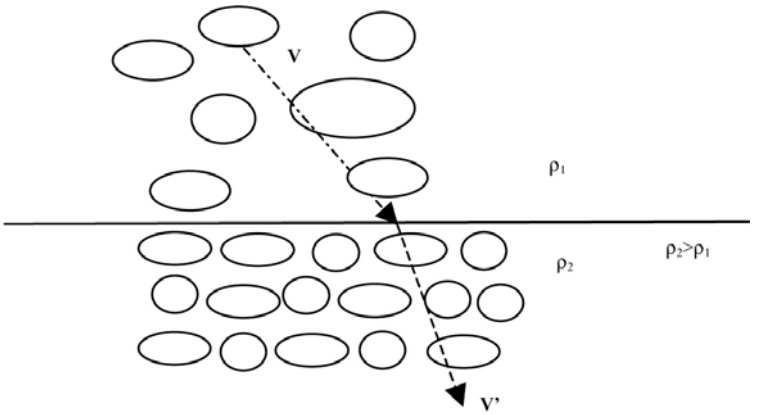

Fig. 1. Le modèle de Descartes

Pour lever cette contradiction, Descartes suppose qu'il est légitime de séparer la vitesse (qui pourtant est un élément de l'ensemble V) en une vitesse horizontale et une vitesse verticale, et que seule cette dernière va changer.

En faisant cette hypothèse, il tente de relier la loi empirique du rapport des sinus à son modèle mécanique. L'interaction n'est possible que par contact direct entre objets (collisions classiques). C'est pourquoi, chez Descartes, la lumière va d'autant plus vite dans un milieu que celui-ci est dense. Faisant l'hypothèse que la vitesse est proportionnelle à la densité ρ du milieu, on parvient à la fameuse « loi des sinus » :

$$\sin\alpha_1 / \sin\alpha_2 = \rho_2 / \rho_1$$

On peut évidemment dire de cette loi qu'elle « marche ». Mais elle demeure empirique, en ce qu'elle ne va pas jusqu'au *pourquoi* des choses. Cela n'ira pas sans quelques sérieux obstacles futurs, par exemple, qu'en est-il du vide (auquel d'ailleurs logiquement Descartes ne croit pas) ? Comment les phénomènes de réfraction et de réflexion pourraient-ils coexister ?

1 Pierre de Fermat (1601 - 1665)

Le premier principe extrémal a été établi pour l'optique par Fermat. Il s'agit du principe du temps minimal mis par la lumière pour joindre un point à un autre. Dès lors ce n'est plus une simple règle ou une simple loi, c'est *le* principe. Notons qu'il a fallu attendre ensuite presque un siècle pour que Maupertuis lui reconnaisse une valeur universelle.

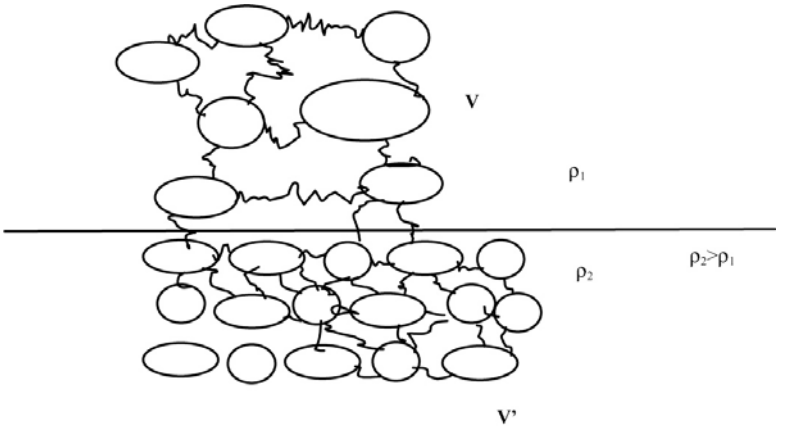

Fig. 2. Le modèle de Fermat

A première vue, le principe de Fermat peut rappeler, par son aspect géométrique, les travaux de Héron et, par ses applications phénoménologiques,

ceux de Descartes. Mais, dans sa substance, il s'en distingue radicalement. Fermat a été en effet le premier à postuler – en considérant les phénomènes optiques comme des perturbations – que le *temps* (la succession) est la grandeur autour de laquelle s'articule toute la PO et qui représente la base de sa causalité. Dès la parution de la *Dioptrique* (1637), Fermat prend ses distances à l'égard de Descartes :

« M. Descartes n'a jamais prouvé sa loi, car il ne l'a appuyée sur aucune comparaison précise…Le mouvement d'une balle et la réfraction ne se ressemblent que dans l'imagination de M. Descartes…L'ordonnancement de gauche à droite (entendre : le mouvement parallèle à la surface de réfraction) est supposé rester invariable, bien que cet argument, valable pour la réflexion, n'existe plus… Il suppose enfin que le mouvement de la lumière est d'autant plus facile que le milieu est dense, ce qui paraît impossible…Il reste à trouver des raisons autres que les composantes du mouvement, qui ne produisent rien d'autre qu'un certain « cercle dialectique » (expression empruntée à Descartes)…Il faut rechercher les principes secrets que suit la nature quand elle produit la réfraction.»[12].

Fermat pose au départ deux postulats :

1. Le postulat du temps minimal : quand la lumière passe d'un point A situé dans un milieu, à un point B situé dans un autre, elle suit le chemin pour lequel elle joint A à B dans le temps le plus court.
2. Le postulat sur le rapport vitesse-densité : un milieu plus dense offre une résistance plus grande et réduit la vitesse de la lumière.

Avant de donner la démonstration géométrique de Fermat, il convient de remarquer que le premier postulat implique que l'on suive le phénomène dans sa succession, tout en s'assurant de la régularité de celle-ci. C'est ainsi que la contradiction entre les termes « géométrie » et « succession » sera levée. Le raisonnement qui vient suit celui de Fermat dans sa problématique et sa méthodologie. Seules quelques notations et la méthode variationnelle utilisée sont légèrement modifiées pour rendre la lecture plus aisée.

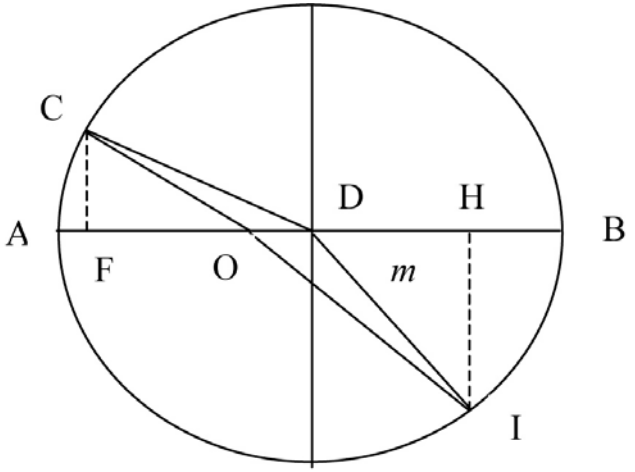

Fig.3. Le cercle de Fermat

Considérons un cercle (centre D, rayon R) dont le centre est placé sur la séparation entre deux milieux (1) et (2). La lumière part d'un point C sur ce cercle, dans le milieu (1), se dirige vers le point D et là se réfracte pour aboutir en I sur le cercle dans le milieu (2). La figure correspondante (fig.3) et les notations sont exactement celles utilisées par Fermat. Les vitesses de la lumière dans les deux milieux sont respectivement v_1, v_2. Elles sont inversement proportionnelles à ce que Fermat appelle les « résistances » des milieux, r_1, r_2. Dans le cas présent, le milieu (2) est supposé plus dense et donc plus résistant que le milieu (1) : on a donc $r_1/r_2 = v_2/v_1 < 1$. Pour exprimer que le temps de parcours de la lumière est minimal, Fermat utilise une nouvelle méthode qu'il a découverte et dont il dit qu'elle a été « déjà distribuée aux mathématiciens ». Sans suivre précisément cette méthode, nous allons considérer néanmoins le problème tel qu'il est posé par Fermat. On compare le temps mis pour parcourir le chemin CDI à celui mis pour parcourir le chemin très proche, COI, où OD est une longueur très petite. Le temps correspondant au chemin CDI est extrémal si la différence entre les temps correspondants aux chemins CDI et COI est du second ordre par rapport au petit déplacement OD. Pour clarifier le raisonnement, introduisons les coordonnées cartésiennes (x_C, y_C) du point C, (0, 0) du point D, (x_I, y_I) du point I et (x, 0) du point O. Posons : ρ_1 = CO et ρ_2 = OI. On a :

$$\rho_1 = ((x-x_C)^2 + y_C^2)^{1/2} = (R^2 + x^2 - 2x_C\, x)^{1/2}$$

$$\rho_2 = ((x-x_I)^2 + y_I^2)^{1/2} = (R^2 + x^2 - 2x_I\, x)^{1/2}$$

Le temps associé au chemin COI est $T(x) = (\rho_1/v_1 + \rho_2/v_2)$. Il est extremum si :

$$\partial_x T(x) = \frac{1}{v_1}\frac{x_C - x}{\rho_1} + \frac{1}{v_2}\frac{x - x_I}{\rho_2} = 0$$

En multipliant les deux membres par $\rho_1\rho_2$, il vient :

$$\frac{\rho_2}{v_1}(x_C - x) + \frac{\rho_1}{v_2}(x - x_I) = 0$$

ou encore :

$$\frac{1}{v_1} DI.DF = \frac{1}{v_2} CD.DH$$

Comme DI = CD = R, on en tire immédiatement, en appelant α_1 et α_2 les angles que font CD et DI avec la verticale, la « loi des sinus » :

$$\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = v_1/v_2$$

L'apparente similitude de cette loi des sinus avec celle de Descartes ne doit pas masquer la différence fondamentale qui existe entre les deux approches, mécanique d'une particule matérielle chez Descartes, dynamique d'une « perturbation » chez Fermat. Comme l'on sait, c'est Fermat qui aura finalement raison. Pour Descartes, la vitesse dans un milieu (v ou v' sur la figure 1) est celle d'une particule matérielle, alors que chez Fermat la vitesse (v_1 ou v_2) est celle à laquelle se propage la perturbation. La figure 4 donne schématiquement la situation du point de vue des vitesses, en montrant, du côté de Fermat, deux ondes planes (que Fermat n'a évidemment pas considérées) dont les directions de propagation (les normales) coïncident avec celles des

rayons incident et réfractés et qui ont en commun un point P d'égale phase situé sur l'interface. Une seconde plus tard ces deux ondes ont avancé de v_1 et v_2 et ont maintenant un point commun P'. Les plans d'onde étant, par définition, des surfaces d'égale phase, les vitesses en question sont les *vitesses de phase*. Dans le cas d'une réfraction vers un milieu plus dense, on voit que Descartes doit faire l'hypothèse v' > v, ce qui paraît déraisonnable, alors, du côté de Fermat il faut supposer que $v_2 < v_1$, ce qui est la raison même. Il est remarquable que cette controverse Descartes – Fermat soit annonciatrice de difficultés rencontrées bien plus tard à propos de la dualité onde-corpuscule, les vitesses de Descartes s'apparentant alors à des *vitesses de groupe*.

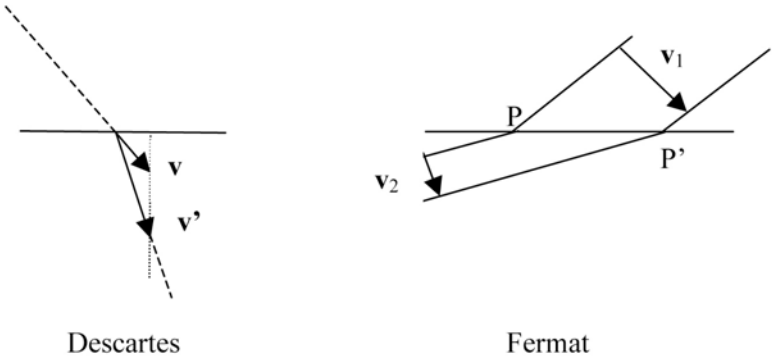

Fig.4. Diagramme des vitesses dans la réfraction vers un milieu plus dense : à gauche, modèle de Descartes, avec v' > v ; à droite, modèle de Fermat utilisant les vitesses de phase v_1, v_2, avec $v_2 < v_1$.

Il importe de remarquer que Fermat a établi son principe de causalité en considérant la lumière comme une perturbation. Par sa structure interne, une perturbation n'est pas un objet, c'est un événement entre objets (une interaction) qui peut être décrite par les relations qu'elle induit entre objets. Si tous les objets ont un même état εv à la façon de Descartes (Fermat ne considère jamais la force vive mv^2), alors il n'existe aucune perturbation. Mais si la vitesse d'un objet change de v_A à v_A' (accélération), alors la vitesse d'un objet voisin doit aussi changer, de v_B à v_B', puis de même la vitesse d'un troisième, de v_C à v_C', etc… En conséquence, les rapports entre objets changent, et le déséquilibre se propage. Ainsi, chez Fermat, le temps (la succession) n'est pas le produit d'une quelconque démonstration. Au contraire,

c'est la consommation minimale de temps posée comme postulat *a priori* qui permet la démonstration. Malgré une apparence géométrique, la formulation finale de Fermat réintroduit les vitesses (de phase), ou plutôt le changement de vitesse (de l'essence). Ici l'idée centrale n'est pas d'introduire une nouvelle « cause finale » : on ne doit pas dire en effet – bien qu'on l'ait dit souvent – que la lumière « sait » au départ en quel point elle doit aller, et comment. Il s'agit de séparer clairement et strictement la cause et la conséquence *dans le domaine temporel* (la succession). Cela sous-entend que cause et conséquence ne sauraient être simultanées, idée reprise beaucoup plus tard par Einstein dans sa théorie de la relativité restreinte. Rappelons que, dans la pensée grecque, la cause finale précède seulement *logiquement* (et non temporellement) sa conséquence, c'est à dire sa propre réalisation (entéléchie). La base de la dynamique Grecque est l'apparition et la disparition. Les choses sont apparues et peuvent durer, mais elles ne peuvent pas se changer. On ne peut pas séparer temporellement la « cause finale » de l' « objet ». Chez Fermat, la séparation de la cause et de la conséquence dans le domaine temporel représente donc une rupture totale et définitive avec la causalité grecque. Un changement ne sera plus désormais qualifié de petit ou de grand, mais plutôt de lent ou de rapide. Cette révolution fait du principe de Fermat la clé du développement de la physique occidentale.

Le principe de Fermat a provoqué des réactions très fortes chez les Cartésiens. Sans entrer ici dans tous ces débats, il est intéressant de citer la réponse de Fermat à l'un d'entre eux, M. Clerselier :

« La nature a des chemins obscurs et cachés que je n'ai jamais tenté de pénétrer. Je n'ai fait que lui proposer, si tant est qu'elle en ait besoin, une petite aide géométrique au sujet de la réfraction. Mais vous me démontrez, Monsieur, qu'elle peut faire ses affaires sans mon aide et qu'elle se contente du poteau indicateur que M. Descartes lui a attribué. J'abandonne donc ma prétendue conquête dans la physique et il me suffira que vous laissiez en ma possession la solution géométrique de ce problème. » [13]

2 Pierre-Louis de Maupertuis (1698 – 1759)

Bien que la fin du 17e siècle et le début du 18e aient été marqués par un intense développement du calcul différentiel, l'importance du principe de Fermat a tardé à être reconnue, sans doute à cause de son originalité et de sa spécificité pour l'optique. Le grand sujet en physique, hérité de Galilée, Descartes, Newton,…, demeurait en effet la mécanique des corps matériels. Assez paradoxalement, c'est un *faux* problème de mécanique, connu depuis Galilée, mis au concours par Jean Bernouilli en 1696 – et auquel Leibnitz apportera la réponse – qui va permettre un rapprochement (qui n'est encore

qu'apparent comme on va le voir) entre la mécanique et les méthodes variationnelles. Il s'agit du problème de la *brachistochrone*, ou courbe du moindre temps. Un objet matériel tombe dans le champ de pesanteur (g) en étant contraint de suivre, en l'absence de tout frottement, une courbe C, allant d'un point A où sa vitesse est supposée nulle, à un point B. La question est : trouver C telle que le temps mis pour aller de A à B le long de C soit minimum. La réponse est un arc de cycloïde[9], autrement dit une courbe fort éloignée de la trajectoire (une parabole) suivie par l'objet dans le champ de pesanteur en l'absence de tout autre contrainte. En fait, comme l'a justement remarqué Jean Bernouilli et conformément au principe de Fermat, cette réponse correspond à un problème d'optique : il s'agit du rayon lumineux qui joint (sans contrainte) le point A au point B, dont les altitudes sont z_A, z_B, dans un milieu inhomogène où la vitesse de propagation varie en fonction de l'altitude z selon $v(z) = \sqrt{2g(z_A - z)}$.

Le vrai principe d'extremum de la mécanique restait donc à trouver. D'autres questions fondamentales se posaient en cette période très riche où naissait la dynamique, en particulier la question du lien, encore inconnu mais nécessaire, entre équilibre (statique) et mouvement (dynamique). C'est ainsi que d'innombrables controverses sont apparues sur le problème du levier droit et du plan incliné et celui de la composition des mouvements. Dans la Grèce ancienne le traitement de la statique est clair : il s'agit de décrire, dans la simultanéité, des rapport géométriques, simples et directs entre objets. Les objets sont présents, avec tous leurs attributs, dont les intensités invariables sont données en même temps que les objets eux-mêmes. Dès lors le traitement de l'équilibre est simple : il faut comparer (plus grand, plus petit, proportionnel…) les intensités d'un ou plusieurs attributs de deux objets et insérer entre elles le signe égal. Mais que faire si les attributs n'en sont plus et si la nature est successive ? C'est d'Alembert avec son « principe des travaux virtuels » (1743) qui apporte un début de réponse à cette question fondamentale, en montrant *qu'à l'échelle différentielle* les relations existant dans un système matériel ont toujours la même *forme* compensatrice, que ce système soit au repos ou en mouvement et que, de ce fait, dynamique et statique doivent relever d'un même formalisme [14].

Mais c'est à Maupertuis que l'on doit, à la même époque (1740-1745), le premier principe d'extremum de la dynamique. Pressentant, sans excès de

---

9 Huygens (1629-1695) utilisa ce résultat dans sa conception de pendules synchrones

modestie, l'universalité de sa découverte, il déclare : « Tant de gens ont travaillé sur ce problème que l'audace me manque de proclamer avoir découvert le principe universel sur lequel sont fondées toutes les lois, valables aussi bien pour les corps durs que pour les corps élastiques, dont dépendent le mouvement et le repos de toute substance. C'est *le principe de moindre mouvement cinétique* (appelé aujourd'hui principe de moindre action)**,** principe avisé, digne de Dieu lui-même »[15]. Un peu à la façon de Fermat, Maupertuis considère le mouvement d'un corps matériel, subissant, à une interface, des interactions avec les objets environnants, interactions qu'il est inutile de préciser. Partant d'un point A donné, le corps parcourt un chemin AM de longueur s_1 à la vitesse constante v_1, puis il parcourt le chemin MB (B étant donné) de longueur s_2 à la vitesse v_2 elle aussi constante. Le principe de Maupertuis postule que, dans le vrai mouvement, le point M est tel que la quantité :

$$v_1 s_1 + v_2 s_2 \quad \text{est minimale}$$

Au facteur constant m (la masse) près, il s'agit bien là du principe de moindre action. Bien que l' «objet » considéré par Maupertuis soit encore celui de Descartes (mv ou εv) et en dépit du caractère encore limité de la formulation, ce principe représente une conception entièrement nouvelle de la mécanique : alors que la loi de Newton détermine (avec la force) le mouvement localement et de proche en proche, on est conduit maintenant à considérer le mouvement *globalement* et à le comparer à une infinité de mouvements virtuels voisins parmi lesquels il est privilégié. Ainsi Maupertuis confère-t-il aux *objets* matériels en mouvement et dont l'intensité de qualité v varie, un principe d'extremum, comme Fermat l'avait fait quatre-vingt ans plus tôt pour les perturbations (la lumière). L'importance de cette découverte a été vite reconnue, d'abord par Euler, puis Lagrange et Hamilton (cf. les paragraphes suivants), Kant[10] et bien d'autres.

3 Leonhard Euler (1707 – 1783)

Euler généralise d'abord l'expression du principe de moindre action, en lui donnant la forme – encore utilisée de nos jours – d'une intégrale curviligne :

---

[10] «C'est ainsi que [la mécanique] est entrée sur chemin de la science après n'avoir fait pendant tant de siècles que tâtonner» [16]

$$\int_{S_A}^{S_B} m\ v\ ds \quad \text{est minimale}$$

où s est l'abscisse curviligne, s_A, s_B étant celles des points donnés de départ et d'arrivée. Sous cette forme, il est possible de relier le principe de Maupertuis aux équations différentielles du mouvement d'un objet matériel. Euler démontre ainsi l'équivalence complète du principe d'extremum et de l'équation locale de la dynamique à la Newton. Rappelons que, du point de vue de la morphologie et de l'économie des moyens, le principe de moindre action présente sur l'équation de Newton l'avantage fondamental de ne nécessiter l'introduction d'aucune entité nouvelle telle que la force.

Euler examine ensuite le cas de la statique. Cela va le conduire, en revenant au cas général du mouvement, au principe de « conservation de la force vive ». En effet, il s'écarte d'abord quelque peu de la notion de force, en remarquant qu'en statique la condition d'équilibre est qu'une certaine fonction U qu'il dénomme l'effort (c'est, à un facteur 2 près, l'énergie potentielle) est extrémale. Revenant alors à l'équation du mouvement, il obtient, en l'absence de frottement, une importante relation entre effort et force vive ($E = mv^2$), qui traduit en fait la conservation de l'énergie mécanique :

$$E = K - U$$

où, pour un mouvement donné, K est une constante. On en tire facilement que si U a un minimum en un point P, alors P est un point d'équilibre stable. En effet si, par hypothèse, la force vive en P est nulle (repos), alors K = U(P). Dès lors l'objet ne peut que demeurer en P puisque s'il s'en écartait pour aller en P', on aurait E(P') = U(P) – U(P') < 0, ce qui est impossible.

L'intégrale de l'action peut encore s'écrire en utilisant la force vive et, comme variable, le temps :

$$\int_{s_A}^{s_B} m v\, ds = \int_{t_A}^{t_A} mv^2\ dt = \int_{t_A}^{t_A} E\ dt$$

Désormais le modèle du monde selon la PO est en place. En particulier, l'équilibre ne résulte plus d'une égalité entre des forces émanant des objets, mais d'une égalité entre les *états* de ces objets. Grâce à Euler, *le principe de moindre action* possède sa structure propre. C'est la force vive $E = mv^2$ qui y figure, c'est-à-dire la grandeur qui, seule, peut représenter le changement et

englober statique et dynamique. La loi de causalité du changement s'exerce décidément dans la succession (dt), comme elle le faisait chez Fermat. Il reste maintenant à étendre ce même principe à des systèmes de plusieurs objets, voire à l'univers entier. C'est à cette tâche – de nature essentiellement mathématique – que vont se consacrer Lagrange et Hamilton.

4 Joseph-Louis Lagrange (1736 – 1813)

Avec Lagrange, la Physique Générale (la Cosmologie) entre dans sa période de maturité. Les phénomènes cessent d'être la source de la recherche pour ne devenir que des exemples pédagogiques de démonstration. A l'inverse, la connaissance, c'est-à-dire la quête des liens causaux, n'est plus seulement le but mais devient la substance même de la recherche. Peut importe ce que l'on regarde ou analyse, qu'il s'agisse de systèmes d'objets ou de perturbations, de statique ou de dynamique. Tout cela ressort désormais d'un formalisme de « causalité entre notions », capable de produire s'il en est besoin n'importe quel phénomène. *Les corps ne tombent plus, ils obéissent à l'équation différentielle (ou intégrale) du mouvement.* Le monde réel et ses « effets » ne sont rien d'autre que tout ce qui respecte, sans exception, ce formalisme utilisant des moyens minimaux. On peut dire d'une telle façon de voir qu'elle est aussi la base de toute éducation. Mais laissons l'auteur s'exprimer lui-même :

« Les applications du principe de moindre action qu'a faites Maupertuis sont trop particulières pour permettre de démontrer la vérité d'un principe général ; il demeure dans ces application quelque chose d'indéterminé et d'arbitraire et cela produit les conséquences incertaines…Mais il est une autre approche, plus générale et plus rigoureuse, qui mérite toute l'attention des mathématiciens. Euler a exposé ses premières idées sur ce sujet à la fin de son ouvrage Débats sur l'isopérimétrie *publié a Lausanne en 1744. Il y montre que l'intégrale le long de chemins suivis sous l'influence de forces centrales, du produit de la vitesse par l'élément de courbe, doit être ou maximum ou minimum. Cette propriété qu'Euler a trouvée pour les corps isolé, je l'ai étendue, en utilisant la loi de* conservation de la force vive, *aux mouvements de tout système de corps interagissant entre eux de n'importe quelle façon. De cette façon, on peut définir un nouveau principe plus général selon lequel la somme des produits les masses par l'intégrale des vitesses multipliées par un élément d'espace, est toujours maximum ou minimum, …à condition de considérer comme donnés le premier et le dernier point de la courbe…J'appelle ce principe* « principe de moindre action » *et je considère qu'il n'est pas un principe métaphysique, mais plutôt qu'il représente un résultat simple et général des*

lois de la mécanique. Cette somme devant être maximale ou minimale, il reste à chercher, par la méthode des variations, les conditions conduisant à un tel résultat. Dès lors, en utilisant l'équation générale de conservation de la force vive, *on pourra trouver les équations du mouvement de chaque corps. Pour chaque maximum ou minimum, il faut que la variation soit nulle, c'est-à-dire que :* $\delta \sum m \int v ds = 0$. *Mais parce que* ds = v dt, *l'équation précédente devient :* $\delta \int \sum m v^2 dv = 0$ *ou encore :* $\delta \int \sum 2T\, dt = 0$ *et le principe se réduit à la conclusion que l'intégrale, du point de départ au point d'arrivée, de la somme instantanée des forces vives est toujours maximale ou minimale…* »[17]. C'est en changeant, dans l'intégrale, la quantité de mouvement à la Descartes (mv) en force vive (mv^2), que Lagrange obtient la possibilité de lier le principe de moindre action et les équations générales du mouvement. Naturellement le temps apparaît alors comme la variable indépendante. Ce lien n'est possible que par la condition de conservation de la force vive. Désormais le principe extrémal, qui contient la base de causalité, et les équations différentielles du mouvement, qui représentent la façon de réaliser cette causalité, sont équivalentes.

Un autre mérite de Lagrange – qui va de pair avec sa généralisation de la mécanique à des systèmes arbitraires de N corps – est l'introduction, dans les cas d'holonomie, de variables indépendantes q_1, q_2,…q_n (espace de configuration) dont la dépendance en temps détermine le mouvement complet du système. Toutefois, pour établir les équations différentielles du mouvement, Lagrange garde la notion de forces ($\mathbf{F}_i$) exercées sur les différents corps (i = 1, 2,…N), qu'il généralise en $\mathbf{\Phi}_k$ (k = 1, 2,…n) par $\sum_i \mathbf{F}_i . \delta\, \mathbf{r}_i = \sum_k \mathbf{\Phi}_k . \delta q_k$, aboutissant ainsi aux « équations de Lagrange » originelles (*Mécanique analytique*, 1788), qui contiennent les coordonnées q_k et les *vitesses* $\dot{q}_k$, où (·) désigne la dérivée temporelle, T étant l'énergie cinétique :

$$(d/dt)\left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right] - \frac{\partial T}{\partial q_k} = \mathbf{\Phi}_k$$

5 William R. Hamilton (1805 – 1865)

Quelques dizaines d'années plus tard, Hamilton va encore clarifier et préciser le formalisme général élaboré par Lagrange en introduisant, dans les cas holonomes où, en outre, les forces dérivent d'une énergie potentielle V, ce que l'on appelle aujourd'hui la *fonction de Lagrange*, ou Lagrangien, qui dépend à la fois des q_k et des $\dot{q}_k$, et éventuellement du temps :

$$L = T - V$$

Le principe de moindre action s'écrit alors, t_1 et t_2 étant 2 instants donnés :

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L\,dt = 0$$

Les équations, appelées un peu improprement *équations de Lagrange*, sont la forme différentielle équivalente à ce principe :

$$(d/dt)\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right] - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0$$

Il s'agit de n équations du second ordre en t.

Une autre avancée remarquable initiée par Hamilton est le remplacement des vitesses $\dot{q}_k$ par des *moments* :

$$p_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}$$

Ce changement de variables (les variables indépendantes sont maintenant les q_k et les p_k) va conduire à une formulation dite *canonique* de la dynamique. Pour obtenir les équations aussi simples que possible, il importe de changer de fonction en remplaçant $L(q_k, \dot{q}_k, t)$ par la *fonction hamiltonienne* (ou hamiltonien) $H(q_k, p_k, t)$ définie par :

$$H = T + V$$

C'est l'énergie mécanique totale (cf. le K introduit plus haut chez Euler[11]) exprimée en fonction des variables q_k et p_k. On est ainsi conduit aux équations de Hamilton (1834) :

$$\frac{dq_k}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_k} \quad ; \quad \frac{dp_k}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

soit 2n équations du premier ordre en t.

Bien d'autres travaux vont suivre (crochets de Poisson, formalisme symplectique, premières applications à la mécanique statistique, etc.). On peut néanmoins considérer le formalisme de Hamilton comme étant l'aboutissement de la mécanique analytique à l'époque classique. Il a été évidemment appliqué depuis à maintes reprises, jusqu'à nos jours, en particulier par Louis de Broglie, dans sa célèbre Thèse [18] :

« Guidé par l'idée d'une identité profonde du principe de moindre action et de celui de Fermat, j'ai été conduit dès le début de mes recherches sur ce sujet à admettre que pour une valeur donnée de l'énergie totale du mobile et par suite de la fréquence de son onde de phase, les trajectoires dynamiquement possibles de l'un coïncident avec les rayons possibles de l'autre. »

En appliquant le principe de Hamilton au mouvement relativiste d'une charge électrique ponctuelle, Louis de Broglie trouve en effet :

$$\delta \int_A^B J_i dx^i = 0$$

où J_i est le 4-vecteur d'Univers (de Minkowski) défini par la relation :

$$J_i = m_0 c u_i + e\varphi_i$$

où les u_i sont les composantes de la 4-vitesse et φ_i celles du potentiel électromagnétique.

---

[11] Il n'y a pas ici de contradiction avec le fait que, chez Euler, l'énergie mécanique totale était une constante K. En effet, si ∂_t V = 0 (V ou l'effort U ne dépendent pas explicitement du temps), alors on peut montrer que (d/dt) H = 0.

En utilisant par ailleurs le principe de Fermat pour la propagation des ondes, il obtient :

$$\delta \int_A^B \frac{\nu \, dl}{V} = 0$$

où ν est la fréquence et *V* la vitesse de phase.

Il en tire la conclusion que le principe Fermat appliqué à la vitesse de phase est identique au principe de Maupertuis appliqué au corpuscule mobile. C'est la base sur laquelle Louis de Broglie s'est fondé pour déduire la dualité de la matière.

La causalité occidentale

Toute l'analyse que nous avons faite jusqu'à présent montre clairement que le changement d'état doit être successif : par exemple l'état A précède l'état B. Mais ce n'est pas pour autant que l'état A est la cause de l'état B. Il n'y a en effet aucun argument « suffisant » en soi pour que la vitesse v_1 produise la vitesse v_2, ou pour que l'état εv_1^2 passe à l'état εv_2^2. Par conséquent, la *cause* produit le changement successif, mais elle est en soi en dehors de l'état. La cause, donc, doit être *a priori* et le changement *a posteriori*. On peut observer, détecter en tant qu'interaction, le changement d'état, mais seule la loi de causalité *a priori* permet d'affirmer quel état précède l'autre. Si les états A et B sont successifs, on est en droit de supposer qu'un lien causal existe entre eux et de le rechercher, mais s'ils ne le sont pas, aucun lien causal n'est possible. Le lien causal est donc sévèrement successif et, dans cette succession, doit exister un *substratum* invariable sur lequel le changement se réalise. L'occasion nous est offerte ici de faire un premier pas vers la philosophie, en d'autres termes, comme le dit Aristote, de nous étonner. Le développement historique nous a montré comment le comportement de la nature est soumis aux lois et que la base de ces lois est un principe, le « principe de causalité ». Selon Kant, tout ce qui se passe suppose *quelque chose* qui détermine la façon dont un événement peut se produire. Pour la lumière il s'agit du principe de Fermat (moindre temps), pour les corps matériels, du principe de Maupertuis (moindre action). Mais pourquoi la nature devrait-elle être subordonnée au principe de causalité ? Et si elle l'est, pourquoi justement à *ce* principe ? Autrement dit, comment l'homme peut-il parvenir à découvrir un tel principe ? On pourrait répondre à cette dernière question : par l'expérience. Mais David Hume (1711-1776), déjà, avait clairement montré qu'on ne saurait fonder sur l'expérience les strictes lois de la

nature, et surtout pas cette loi fondamentale qu'est le principe de causalité. Kant en a tiré la conséquence que la science ne peut être fondée sur l'expérience : le fondement de la science est la loi de causalité posée *a priori* et l'expérience ne fait que confirmer cette loi, en nous montrant des phénomènes en harmonie avec elle. En fait la loi de causalité est le produit d'un postulat ontologique – par exemple la séparation de l'existence et de l'essence – posé au tout début du développement du modèle scientifique. Comme le postulat ontologique engendre la loi de causalité qui, elle-même, détermine le comportement de la nature, on conçoit qu'il puisse exister différentes physiques, chacune d'elles étant un système scientifique totalement développé et logiquement fondé, capable d'expliquer des phénomènes et des événements qualifiés d'objectifs par le système lui-même. Notre but ici ayant été d'analyser la morphologie de la physique classique, nous n'avons pratiquement pas évoqué celle de l'Ancienne Grèce. Il apparaît maintenant nécessaire de comparer, tout en soulignant leur différence, les lois de causalité dans ces deux cosmologies.

La base de la causalité dans le monde Grec est clairement exprimée par Aristote : « … La cause est présente en toute chose qui, conformément à sa nature, devient et existe. Mais cette nature est double car elle signifie non seulement la chose elle-même, mais aussi la forme, qui est le but. Or le but définissant le devenir de toute chose, c'est la forme qui est la cause expliquant pourquoi telle chose est [19][…] car seules les choses réalisées selon leur nature et activées par le principe qui est en elles-mêmes parviennent à leur but. » [20]. De ce point de vue, la « cause finale » précède logiquement (et non temporellement) la conséquence, qui est la réalisation. Le temps ici ne joue aucun rôle. Il s'agit seulement de savoir si toutes les conditions nécessaires à la réalisation de la cause finale sont réunies et c'est alors que la forme peut apparaître comme la chose : la forme est la cause et la chose est la conséquence. De cette façon, l'essence produit son existence[12], puis *l'essence et l'existence s'identifient l'une à l'autre dans la réalisation*. La cause finale (entéléchie) et sa réalisation sont simultanées. Dès lors on ne peut voir le changement qu'en termes de création et de disparition.

Au contraire, pour la PO, les qualités ne sont plus in-hérentes à l'objet mais co-hérentes (extérieures). Elles ne proviennent pas des choses elles mêmes. En conséquence, elles sont non seulement additives mais aussi transférables. La cause du changement d'état d'un objet ne se trouve pas dans cet

---

[12] Thalès : »Toutes les chose sont emplies de dieux »

objet et le concept de « but pour soi même » doit être écarté. Par la séparation entre existence et essence, et par la considération que le changement d'état ne peut s'effectuer que par la seule opération logique possible, ou-ou, le concept de « cause finale » devient vide de sens. En effet, dans la succession, le changement doit venir après sa cause et, selon la PO, il doit en être de même pour la réalisation. La loi de causalité s'exprime en disant que tout changement résulte de l'union d'une cause et d'une conséquence. Les phénomènes consistent en une *succession* d'être et de non-être des *attributs* d'un substrat (l'existence) qui lui-même est invariable : l'intensité d'une qualité disparaît, une autre intensité de cette même qualité apparaît, alors que le commencement et la disparition du substrat lui-même sont impossibles. Tel est l'avertissement que donne Kant : « Tout changement d'état (succession) des phénomènes n'est *que* changement » , et il poursuit : « Je perçois que les phénomènes se succèdent, c'est-à-dire qu'un certain état des choses existe à un moment alors qu'un autre existait auparavant. Je relie donc, à proprement parler, deux perceptions dans le temps. Or cette liaison n'est pas l'œuvre du simple sens et de l'intuition, mais le produit d'une faculté synthétique de l'imagination (l'entendement), qui détermine le sens intime relativement au rapport de temps […] La simple perception laisse ce rapport indéterminé. Or, pour que ce rapport puisse être connu d'une manière déterminée, il faut que la relation entre les deux états soit conçue de telle sorte que l'ordre dans lequel ils doivent être placés soit déterminé comme nécessaire, celui-ci avant celui-là et non le contraire. Mais le concept qui renferme cette nécessité d'une unité synthétique ne peut être autre chose qu'un pur concept de l'entendement et il ne saurait se trouver dans la simple perception. C'est ici le concept du *rapport de cause à effet*, c'est-à-dire un rapport dont le premier terme détermine dans le temps le second comme sa conséquence […]. Ce n'est donc qu'en soumettant la série des phénomènes, et donc tout changement, à la loi de causalité, que l'expérience même, c'est-à-dire la connaissance empirique de ces phénomènes, est rendue possible.»[21]

Ces considérations subtiles de Kant expriment très justement la base de l'analyse que nous avons faite dans ce qui précède, à savoir que le changement doit être successif (l'état A précède l'état B, sans en être toutefois nécessairement la cause). Du fait que la vitesse v_A ne peut produire à elle seule la vitesse v_B, non plus que l'état mv_A^2 ne peut passer de soi même à l'état mv_B^2, on est obligé de supposer que « la cause » qui produit le changement n'est pas l'état lui-même, mais « quelque chose » hors de l'état. Donc, la cause est *a priori* et le changement est *a posteriori*. Seule la loi de causalité *a priori* permet de déterminer quel état précède. Si l'on se réfère à Einstein, en présence d'événements successifs, nous sommes en droit de supposer et de rechercher un lien causal, alors qu'avec des événements

de rechercher un lien causal, alors qu'avec des événements simultanés, aucun lien causal n'est possible. Le lien causal est donc « sévèrement successif » et, comme on l'a déjà mentionné, il doit exister dans cette succession un substrat invariable (inerte) sur lequel le changement d'état se réalise.

La grandeur centrale mv^2 décrivant un état donné est en soi un doublet (ε $v_I v_E$, ou $mv_I v_E$) où v_I décrit le mouvement uniforme de la structure interne et v_E le mouvement uniforme de l'objet par rapport a l'extérieur (i.e. par rapport à d'autres objets). Cette description ne concerne pas encore le changement. Cependant on peut déjà remarquer que ce changement peut être lui aussi un doublet. En effet, la vitesse uniforme v_I peut se changer en $v'_{I'}$ et la vitesse v_E en v'_E, mais ces deux changements sont inclus dans le changement de la grandeur centrale mv^2 en mv'^2. On peut maintenant se poser la question suivante : *Pourquoi* l'état m $v_I v_E$ se change-t-il en état $mv'_I v'_E$? Il ne peut y avoir à cela que deux raisons :

- Une raison (ou cause) intérieure – l'entéléchie – qui mène à la « cause finale », mais, comme on l'a vu, la cause finale est écartée par la PO.
- Une raison (ou cause) extérieure qui, justement parce qu'elle est extérieure, ne dépend pas de l'état de l'objet, alors qu'au contraire le changement d'état de l'objet dépend d'elle.

Si l'on suit la recommandation d'Ockham d'économiser les hypothèses dans tout modèle scientifique, c'est-à-dire si l'on n'introduit aucune entité nouvelle que l'on n'ait utilisée jusque là, comme la force, l'espace, le temps, etc…[13], il ne reste plus qu'une raison extérieure possible : *l'interaction* entre les objets (c'est-à-dire le rapport actif existant entre eux). Cela sous-entend que les changements d'état des objets qui participent à l'interaction, sont simultanés et que la mesure de l'interaction est la quantité de la grandeur mv^2 qu'ils échangent entre eux. Naturellement, l'interaction elle-même ne se produit pas toujours de la même façon. Elle dépend de l'état des objets concernés (c'est-à-dire du nombre d'éléments de l'ensemble V qui vont être changés) et, comme mesure de l'efficacité de cette interaction, on peut utiliser la grandeur $mv^2 \times \tau$ où τ est la mesure de la succession. Dans cette vision du monde, la notion d'« action à distance » est superflue, car l'interaction se transporte d'objet à objet, de « point » en « point ». On retrouve une attitude analogue dans la théorie de la relativité dans laquelle une interaction (pertur-

---

[13] En expliquant à Napoléon son modèle de système solaire, à la question "Mais, où est Dieu là dedans ? », Laplace répondit : « Je n'ai pas eu besoin de cette hypothèse ».

bation qui se propage) telle qu'une onde lumineuse ou gravitationnelle se transporte de « point » à « point », avec une vitesse maximale v_c. L'interaction se produit toujours entre deux objets, elle est donc toujours binaire. Un objet A peut passer son effet à plusieurs objets, mais la somme des forces vives Σmv^2 de l'ensemble des objets doit être conservée. On peut toujours se représenter cette transmission de l'interaction comme une perturbation de l'équilibre entre les objets, perturbation qui s'étend en vue du rétablissement de l'équilibre. Cette notion nous raccorde directement à la loi de réfraction de Fermat, c'est-à-dire au postulat de « la plus courte succession».

Conclusion

Ce texte a débuté avec deux citations de Kant [1] et de Hegel [2] soulignant le fait que la science, dans son essence, représente une *vision du monde* logiquement fondée (un modèle théorique), dans une culture développée à une époque donnée. A l'origine (il ne s'agit pas de chronologie) de tout modèle théorique est une axiomatique, à savoir l'adoption de postulats ontologiques primaires, par exemple la séparation de l'existence et de l'essence. Alors, par tout un enchaînement d'actions logiques, de recherches et d'exemples d'applications venant légitimer la procédure suivie, on en tire des conclusions. Cette *forme*, qui demande plusieurs générations pour se développer, vise à un seul but : démontrer le bien-fondé du postulat ontologique adopté, au moyen d'un formalisme déterminant le comportement de la nature à partir de l'hypothèse initiale.

Le but de ce texte a été d'exposer[14] comment un tel développement s'est réalisé dans le cadre de la Pensée Occidentale. Bien qu'abrégée, l'analyse que nous avons faite des idées de Descartes et de Leibniz sur le sujet montre déjà que ces idées concernent non seulement la forme que doit revêtir la loi de causalité (en l'occurrence la succession), mais aussi la méthodologie – nécessairement logique – qu'il convient d'appliquer. Descartes a affirmé l'existence (*cogito, ergo, sum*) puis il l'a « objectivisée » par sa loi d'inertie. Peu après, Leibniz a lié le changement à la succession. Et tandis que Descartes, en introduisant la notion de fonction, a posé la base de la méthode par laquelle se décrit l'*état* d'un objet, Leibniz, en introduisant l'analyse différentielle de la fonction cartésienne, a établi la méthode par laquelle se décrit le *changement d'état* d'un objet. Non seulement ces deux auteurs ont décou-

---

[14] Hegel : "Le plus facile est d'apprendre quelque chose, il est plus difficile de la comprendre, et le plus difficile est de l'exposer. "

vert des grandeurs qui demeurent aujourd'hui encore des piliers de la physique (mv pour Descartes, mv^2 pour Leibniz), mais ils ont posé que ces grandeurs devaient être apodictiquement assujetties à une loi de conservation. On n'est certes pas encore parvenu au « pourquoi » des choses, mais les attitudes des Anciens Grecs sont définitivement abandonnées et les fondements qui portent la nouvelle physique – le nouveau monde – sont désormais logiquement posés. Restait à construire, sur ces fondements – ceux qui portent et ne sont pas portés –, la maison elle-même – celle qui est portée – . Aussitôt les phénomènes (la réfraction par exemple) – qui étaient sans intérêt pour les Grecs – ressortent au premier plan et suscitent une recherche passionnée.

C'est ainsi que la solution du problème de la réfraction, « nouveau phénomène », choisi en harmonie avec le nouveau postulat ontologique (séparation entre existence et essence) puisqu'il est un pur changement quantitatif de l'essence (la vitesse), allait gouverner le futur de la physique. La solution de Fermat, basée sur l'exigence du temps minimum, lie définitivement la loi de causalité de la Pensée Occidentale au changement successif de l'essence. La considération d'une « perturbation » (changement du rapport entre objets, donc changement d'essence) plutôt que d'un objet, conduit à une complète harmonie car la réfraction est possible sur la base du postulat ontologique et la solution donnée est en harmonie avec ce même postulat. Mais il est d'autres phénomènes – en l'occurrence ceux de la dynamique des objets matériels – pour lesquels l'on ne saurait écarter l'inertie de Descartes. Peut-on trouver pour de tels phénomènes un principe de minimum ? La découverte de ce principe a été présentée dans la partie « Développement historique ». On ne saurait mieux la résumer et en montrer toute la portée qu'en donnant la parole à E. Schrödinger (Discours Nobel, 1937) : « … C'est le célèbre principe de Fermat, le principe du temps minimal. Dans un discours d'une admirable concision, [Fermat] détermine d'un coup toute la carrière d'un rayon lumineux… Du point de vue de la seule théorie ondulatoire, ce principe est immédiatement clair et le phénomène cesse d'apparaître comme un miracle. La mystérieuse courbure du rayon lumineux traduit simplement, dans la théorie ondulatoire, la déviation du front d'onde, ce qui est parfaitement compréhensible… Ce fut un événement considérable quand, un jour, Hamilton prouva que des points matériels se mouvant dans un champ de forces, doivent suivre un principe semblable… Il semblait donc que la nature ait réalisé deux fois la même chose, mais de deux façons très différentes – une première fois pour la lumière par un simple mécanisme ondulatoire, une seconde fois pour les points matériels par une méthode qui demeure en soi assez mystérieuse, excepté si l'on est prêt à croire que, dans ce second cas aussi, existent des attributs ondulatoires… »

Il nous reste à dire quelques mots sur la méthodologie utilisée dans ce texte. Le terme de « Morphologie de la Physique » figurant dans le titre même signifie que notre analyse porte sur la *forme* du modèle théorique. On n'analyse ici ni le choix des postulats initiaux ni l'obtention des résultats qui en découlent, mais plutôt le modèle théorique en soi et pour soi, dans le but d'établir dans quelle mesure la forme de ce modèle (comportant les principes de base ou postulats initiaux, divers paramètres et leurs relations) est réalisée sur son substrat : tous les éléments de la forme ont-ils pris leur propre place dans le substrat que le modèle englobe ? Comme on l'a déjà dit, il faut entendre ci le mot *forme* au sens d'Aristote (principe actif se réalisant sur son propre contenu). Si cette réalisation s'est opérée intégralement, jusqu'à son terme et dans tous ses détails, alors on conclura simplement que le modèle théorique est *parfait*. De ce point de vue, il se peut que différents modèles puissent être considérés comme parfaits, indépendamment du fait qu'ils diffèrent par leurs postulats initiaux et les résultats qu'ils produisent.

Bien que ce texte ait été (délibérément) orienté vers un mode de penser spécifique de la science occidentale – avec parfois quelques comparaisons avec la pensée scientifique Grecque –, il reste intéressant pour conclure de se poser la question très générale suivante : si l'on souhaite comparer plusieurs modèles entre eux, quel « principe actif » faut-il choisir au sein de ces modèles que pour que leur analyse selon la forme, leur analyse morphologique, soit objective, c'est à dire qu'elle soit indépendante des préjugés, des attitudes et des limites de compréhension du «comparateur » ? Avant tout, chaque modèle physique contient une supposition et un but. On suppose d'abord qu'existe, comme donné, « le monde des objets ». Dès lors se dessine le but de notre recherche, à savoir le besoin de comprendre et d'expliquer soit les objets soit les relations existant entre eux, autrement dit de présenter la forme du monde (son apparition) comme une nécessité logique émanant de la donnée de départ. Les objets et les phénomènes n'apparaissent pas par hasard mais il règne en eux mêmes et entre eux des relations de type cause à effet qui constituent le *cosmos* (en grec *cosmos* signifie ordre), à la différence du *chaos*. Malgré l'aphorisme de Newton: «Physique, méfie-toi de la métaphysique», ce que Hegel traduit par «Physique, méfie-toi de l'opinion », la physique doit justement remercier l'opinion, car tout ce qui est et advient en tant que contenu de notre opinion est forcé de s'adapter à la forme de ses lois, qui tissent des liens entre une multitude de contenus. Par ces « pluri-relations », la forme regroupe cette multitude en une seule entité. On peut ainsi considérer cette essence de l'opinion comme l'attitude fondamentale, une attitude de la raison faisant que rien ne peut s'imaginer sans l'autre, ni rien s'imaginer sans connexion

avec quoique ce soit d'autre. Cette attitude de la raison – la causalité – est la base de tout modèle physique : c'est autour d'elle que tout tourne et c'est d'elle que tout provient. Ainsi s'impose-t-elle comme le seul choix possible du principe actif. Si la loi de causalité est définie strictement et clairement exprimée, alors non seulement elle devient le principe de base le toutes les recherches qui suivront, mais elle représente en même temps le standard d'évaluation des résultats produits.

Il est clair que l'on peut appliquer cette même méthodologie à bien d'autres domaines ou à d'autres thèmes de la physique comme, par exemple, « le continu et le discret », « les lois de conservation », « le vide », etc. Cette méthodologie doit permettre de comparer entre eux différents modèles théoriques, développés au sein de différentes cultures, et cela de la façon la plus objective qui puisse être.

Références

[1] E. Kant, *Critique de la Raison Pure*, Préface de la seconde édition, Flammarion ; Paris, 1989, p 40

[2] Hegel, prologue de *Principe de la Philosophie du Droit ;* Presse Universitaires de France, 1998

[3] Leibniz, 4ème *Lettre à S. Clark*, P. Wiener, *Leibniz Selection* , Scribner, 1951, New York

[4] Leibniz, *Lettre à De Bosses,* P. Wiener, *Leibniz Selection*, Scribner, 1951, New York

[5] Leibniz, *La Monadologie,* Le livre de poche, Paris, 1990

[6] Leibniz, 3ème *Lettre à S. Clark*, P. Wiener, *Leibniz Selection* , Scribner, 1951, New York

[7] Leibniz, *Lettre à De Bosses,* P. Wiener, *Leibniz Selection* , Scribner, 1951, New York

[8] Leibniz, *Specimen dynamicum,* P. Wiener, *Leibniz Selection* , Scribner, 1951, New York

[9] Die philosophische Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz, vol. 7, Berlin, 1875 – 1890, tome XI, p 215-231

[10] Leibniz, *Specimen dynamicus,* P. Wiener, *Leibniz Selection* , Scribner, 1951, New York

[11] Giordano Bruno (1548-1600), *Dialoghi Metafisici,* G. Gentile éd., Sansoni, Florence, 1958

[12] Pierre de Fermat**,** Lettre à la Chambre, 1662 , « Synthesis ad Refractiones », Œuvres, Paris, 1891

[13] Pierre de Fermat**,** Lettre à Clerselier, 1664

[14] D'Alembert (1717-1783), *Traité de dynamique* ; voir aussi : P. Costabel, *Histoire de la mécanique*, Encyclopaedia Universalis, **10**, 649 (1968)

[15] Maupertuis, Développements métaphysiques (1745)

[16] E. Kant , *Critique de la raison pure* ; « Préface de la seconde édition », Flammarion, Paris, 1989, p 40

[17] Joseph-Louis Lagrange, *Mécanique Analytique,* 1778, Paris

[18] L. de Broglie, *Recherche sur la théorie des quanta*, Ann. Phys., **10**, III (1925)

[19] Aristote, Physique : 199 a 25 ; Flammarion, Paris, 2004

[20] Aristote, Physique : 199 b 15 ; Flammarion, Paris, 2004

[21] E. Kant, *Critique de la Raison Pure*, « Analogies de l'expérience »; Flammarion, Paris,1989, p 224-225

(Manuscrit reçu le 24 avril 2007, révisé le 29 janvier 2008)