Rayonnement de corps noir et horizon de Rindler

J. Perdijon

771, chemin du Rozat, F38330 Saint-Ismier, France

RÉSUMÉ. On revisite le rayonnement de corps noir pour tenter, comme Nernst en 1916, de remplacer la discontinuité quantique par un effet de seuil, mais en prenant en compte l'horizon de Rindler des oscillateurs à haute fréquence.

ABSTRACT. We revisit the blackbody radiation, hoping as Nernst in 1916 to replace the quantum discontinuity by a threshold effect, but taking into account the Rindler horizon of oscillators at high frequency.

1 Rappel historique

Un corps noir est une cavité aussi peu couplée avec l'extérieur que possible et dont les parois sont portées à une certaine température. Les particules chargées, qui se trouvent sur les parois, sont accélérées sous le choc des molécules en agitation thermique du gaz contenu dans la cavité. Il en résulte l'émission d'un rayonnement [1], dont la répartition spectrale à l'équilibre a fait l'objet de nombreuses recherches il y a un peu plus d'un siècle [2].

On savait depuis Kirchhoff (1859) que ce rayonnement ne dépendait pas de la nature du corps noir, mais uniquement de sa température. La relation entre cette température (absolue) T et l'énergie totale U rayonnée par unité de volume a été trouvée par Stefan (1879), puis démontrée par Boltzmann (1884) :

$$U = (4\sigma/c)\, T^4 \quad , \tag{1}$$

c désignant la vitesse de la lumière et σ la constante de Stefan. On savait de plus qu'il s'agissait d'une répartition spectrale continue. Par analogie avec la distribution (de Maxwell-Boltzmann) des vitesses entre les molécules d'un gaz, on a cherché quelle était la distribution des

fréquences entre les diverses vibrations constituant le rayonnement. La densité d'énergie U_ν rayonnée par intervalle de fréquence dν doit être telle que :

$$U = \int_0^\infty U_\nu d\nu \quad . \tag{2}$$

Wien avait montré (1893) par un raisonnement thermodynamique que cette densité devait être de la forme :

$$U_\nu = \nu^3 \ f(\nu/T) \quad , \tag{3}$$

où f est une certaine fonction de ν/T. Puis il avait proposé que la décroissance vers les hautes fréquences fût exponentielle (1896). Les premières données expérimentales précises ont été fournies par Paschen, Lummer et Pringsheim, Rubens et Kurlbaum (1897-1901).

Le nombre de modes de vibration par unité de volume de la cavité entre les fréquences ν et ν + dν est $N_\nu = 8\pi\nu^2/c^3$. Si on désigne par $\bar{\varepsilon}$ l'énergie moyenne d'un mode, la densité d'énergie émise dans cet intervalle de fréquence est donc :

$$U_\nu = N_\nu \bar{\varepsilon} = (8\pi\nu^2/c^3)\bar{\varepsilon} \quad . \tag{4}$$

Conformément à ce qui se passe pour les molécules d'un gaz, un premier calcul proposé par Rayleigh en juin 1900 (et complété par Jeans en 1905) attribuait à chaque mode de vibration l'énergie $\bar{\varepsilon}_{Ra} = kT$, k étant la constante de Boltzmann. On en déduit :

$$U_\nu = (8\pi/c^3) \ \nu^2 kT \tag{5}$$

qui est bien conforme à la condition (3). Si cette relation donne une excellente représentation des courbes expérimentales aux basses fréquences, elle n'explique pas que ces courbes atteignent un maximum pour décroître ensuite très rapidement aux fréquences élevées. En effet, l'intégrale de la formule (2) est infinie ; c'est ce qu'Ehrenfest appela la " catastrophe de l'ultraviolet ".

On sait que, pour représenter correctement ces courbes, Planck fut amené six mois plus tard à supposer qu'un mode ne pouvait prendre qu'une énergie multiple d'un certain quantum ε : 0, ε, 2ε, $3\varepsilon\ldots$, d'où une valeur moyenne $\bar{\varepsilon}_{Pl} = \varepsilon/[\exp\,(\varepsilon/kT)$ - 1] ; pour rendre sa distribution conforme à la condition (3), il dut poser $\varepsilon = h\ \nu$, h désignant ce qui est maintenant la constante de Planck. On en tire :

$$U_\nu = (8\pi h/c^3) \ \nu^3/[\exp\ \ (h\ \nu/kT) - 1] \ . \tag{6}$$

Mais Planck reconnaissait : “ Malgré son succès apparent, la théorie actuelle du rayonnement noir ne peut en aucune manière être considérée comme satisfaisante, parce que les hypothèses à partir desquelles [l'équation (6)] d'un côté et [l'équation (4)] de l'autre ont été obtenues se contredisent mutuellement. Pour obtenir la première, on a supposé que l'énergie d'un oscillateur était un multiple entier de $h\ \nu$, tandis que les raisonnements qui conduisent à la seconde supposent cette énergie continûment variable [3]. ”

2 La tentative de Nernst

De nombreuses tentatives ont été faites pour éviter cette discontinuité. Lors de la Conférence Solvay de 1911, Nernst avait déclaré : “ Peut-être pourra-t-on un jour remplacer le procédé de calcul que nous a donné la théorie des quanta, si féconde en succès, par une autre conception, et revenir ainsi à la notion des changements d'énergie par voie *continue* dans les oscillations atomiques ; par exemple, en modifiant la mécanique pure pour les cas extrêmes qui se réalisent dans les mouvements atomiques (fréquences de billions de tours par seconde) [3]. ” En 1916, Nernst retrouva la même distribution que Planck en considérant qu'il existait deux catégories d'oscillateurs, départagés par un certain seuil d'énergie ε dépendant de la fréquence : un oscillateur de fréquence ν a des mouvements ordonnés si son énergie E est inférieure à ε et des mouvements chaotiques si elle est supérieure à ce seuil [4,5]. *La discontinuité quantique résulterait-elle d'un effet de seuil ?*

Considérons le système constitué par les N_ν oscillateurs de même fréquence ν à la température T et admettons qu'ils sont distribués selon la loi de Maxwell-Boltzmann :

$$p(E) = (1/kT)\ \exp(-E/kT)\ , \tag{7}$$

avec $\int_0^\infty p(E)dE = 1$ et $\int_0^\infty Ep(E)dE = kT$. L'énergie totale du système, indépendante de la fréquence conformément au principe d'équipartition, est donnée par l'équation (5). Le seuil d'énergie ε étant fixé pour la fréquence ν, on a $N_\nu\ n_0$ oscillateurs d'énergie inférieure à ε et $N_\nu\ n_1$ oscillateurs d'énergie supérieure :

$$n_0 = \int_0^\varepsilon p(E)dE = 1 - \exp(-\varepsilon/kT) \ \text{ et} \tag{8}$$

$$n_1 = \int_\varepsilon^\infty p(E)dE = 1 - n_0 = \exp(-\varepsilon/kT) \tag{9}$$

(on voit déjà que $\bar{\varepsilon}_{Pl} = \varepsilon\ n_1/n_0$). De même, la part d'énergie dans U_ν qui est due aux n_0 oscillateurs est u_0 et celle due aux n_1 oscillateurs est u_1 :

$$u_0 = \int_0^\varepsilon Ep(E)dE = kT - u_1 \quad \text{et} \tag{10}$$

$$u_1 = \int_\varepsilon^\infty Ep(E)dE = (\varepsilon + kT)\ \exp(-\varepsilon/kT)\ . \tag{11}$$

On peut donc dire que les oscillateurs situés en dessous du seuil ε ont une énergie moyenne $\bar{E}_0 = u_0/n_0$ et que ceux qui sont au-dessus ont une énergie moyenne $\bar{E}_1 = u_1/n_1$:

$$\bar{E}_0 = kT - \varepsilon/[\exp\ (\varepsilon/kT) - 1] \quad \text{et} \tag{12}$$

$$\bar{E}_1 = \varepsilon + kT\ . \tag{13}$$

Nernst remarque alors que, si on pose $\varepsilon = h\ \nu$, la différence kT - $\bar{E}_0$ est précisément égale à l'énergie moyenne retenue par Planck pour chaque mode de sa distribution :

$$kT - \bar{E}_0 = h\nu/[\exp(h\nu\ /kT) - 1]\ . \tag{14}$$

Ainsi trois hypothèses sont nécessaires à Nernst pour retrouver classiquement la distribution (6). La première, imposée par la condition (3), est équivalente à celle de Planck mais, avec les deux autres, elle remplace la discrétisation de l'énergie par un effet de seuil :

1) il existe un seuil d'énergie départageant les oscillateurs de fréquence ν, dont le niveau est égal à $h\ \nu$,

2) seuls les oscillateurs d'énergie supérieure au seuil sont “ actifs ”,

3) seule la partie de leur énergie qui est supérieure à l'énergie des oscillateurs d'énergie inférieure est “ disponible ”.

Cependant, si la première hypothèse peut sembler *ad hoc* (tout comme pour Planck), les deux dernières sont un peu bizarres. Nernst avançait que seule l'énergie des oscillateurs chaotiques était visible ; si, à la suite d'un choc avec une molécule du gaz, un oscillateur ordonné (“ congelé ”) prenait assez d'énergie pour sauter parmi les oscillateurs chaotiques (“ actifs ”), l'énergie apparente serait égale à kT - $\bar{E}_0$. Mais l'explication pouvait sembler quelque peu contournée et la difficulté de faire découler simplement les deux dernières hypothèses a conduit à l'abandon de la tentative.

3 Explication relativiste

Prenons un oscillateur harmonique d'amplitude A et de fréquence ν. Aux extrémités de son élongation $\pm A$, il atteint son accélération maximale $a_M = 4\pi^2 A\nu^2$. D'après la relativité restreinte, un objet subissant une accélération a ne peut établir de relation causale qu'à l'intérieur d'une zone de rayon c^2/a, appelée son *horizon de Rindler* [6,7] ; ainsi l'énergie de masse de l'objet est égale au travail de la force d'inertie le long d'un trajet égal à cette distance d'horizon. En général, l'observateur est situé à l'intérieur de cette zone, mais il n'en est plus de même pour les accélérations extrêmes, dans le domaine des hautes fréquences. Notre oscillateur, situé à la distance d, va donc être soustrait de notre vue quand son accélération dépassera c^2/d. (Un calcul d'ordre de grandeur montre que, pour $T \approx 1000$ K et $\nu \approx 10^{14}$ Hz, on a $d \approx 1$ mm.) Or c'est aux maxima d'amplitude que la bouffée de radiation est émise ; elle restera donc confinée tant que l'horizon ne se sera pas élargie assez pour contenir l'observateur.

Tous les oscillateurs de fréquence ν ne vibrent pas avec la même amplitude, donc la même énergie et la même accélération maximale. Il en existe n_0, d'énergie moyenne $\bar{E}_0$, qui contiennent l'observateur dans leur horizon. Mais les n_1 plus énergiques, d'énergie moyenne $\bar{E}_1$, se retranchent derrière leur horizon le temps de la bouffée d'émission. On peut alors représenter le système comme possédant deux niveaux d'énergie départagés par le seuil ε. Quand un oscillateur du niveau supérieur retombe au niveau inférieur, il en résulte une émission d'énergie $\bar{E}_1 - \bar{E}_0$. Et, pour n_1 oscillateurs, on obtient une énergie moyenne :

$$n_1(\bar{E}_1 - \bar{E}_0) = kT - \bar{E}_0 \ ; \tag{15}$$

en posant $\varepsilon = h\ \nu$, on retrouve la relation (14) et la formule (6).

En conclusion, on peut soupçonner la relativité, et spécialement l'horizon de Rindler, d'être responsable de bien d'autres bizarreries quantiques [8,9]. Une vive polémique opposa en 1914 Einstein et Planck, pour décider si la physique la plus simple devait considérer comme fondamental le mouvement accéléré, ainsi que le premier en avait acquis la conviction, ou le mouvement non accéléré, comme le soutenait le second. “ Dès le début de l'étude du mouvement des électrons, à la fin du siècle dernier, on s'est aperçu que les équations newtoniennes cessent d'être acceptables pour de grandes vitesses et pour des accélérations grandes ou rapidement variables [...]. À peu près simultanément des équations ont

été proposées pour couvrir ces deux aspects nouveaux. Mais ces deux extensions ont eu des fortunes très inégales. Les équations qui tiennent compte des grandes vitesses (mais faibles accélérations) ont finalement abouti à un corps de doctrine cohérent et universellement adopté sous le nom de dynamique relativiste [...]. Il n'en est pas de même pour la dynamique des fortes accélérations [10]. " Or l'accélération est à l'origine du rayonnement, quand elle est appliquée à une charge, et à l'origine de l'inertie, quand elle est appliquée à une masse ; et il est d'autre part évident qu'une particule comme l'électron subit des accélérations énormes à l'intérieur de l'atome.

Références

[1] Voir par exemple Born, M., *Atomic Physics*, Blackie and Son, London, 1960.

[2] Kuhn, T. S., *Black-body Theory and the Quantum Discontinuity 1894-1912*, Clarendon Press, Oxford, 1978.

[3] Langevin, P. et de Broglie, M., dir., *La Théorie du rayonnement et les quanta*, Gauthier-Villars, Paris, 1912.

[4] Nernst, W., " Sur une tentative pour revenir à l'hypothèse de variations continues d'énergie à partir de considérations quantiques ", *Verhandl. Deut. Phys. Ges.*, **18**, 83, 1916.

[5] Galgani, L., " Problèmes théoriques et expérimentaux actuels de la loi du rayonnement de Planck ", *Ann. Fond. Louis de Broglie*, **8**, 19, 1983.

[6] Rindler, W., *Essential Relativity*, Springer-Verlag, New York, 1979.

[7] Taylor, E. F. et French, A. P., " Limitation on proper length in special relativity ", *Am. J. Phys.*, **51**, 889, 1983.

[8] Perdijon, J., " Une explication relativiste pour les expériences dites à un seul photon ", *Ann. Fond. Louis de Broglie*, **14**, 207, 1989.

[9] Perdijon, J., " Localité des comptages et dépendance des coïncidences dans les tests E.P.R. avec polariseurs ", *Ann. Fond. Louis de Broglie*, **16**, 281, 1991.

[10] Arzeliès, H., *Rayonnement et dynamique du corpuscule chargé fortement accéléré*, Gauthier-Villars, Paris, 1966.

(Manuscrit reçu le 24 février 2009)