La masse négative et l'énergie positive des antiparticules

Roger Boudet

7 Av. de Servian, 34290 Bassan
email: boudet@cmi.univ-mrs.fr

RÉSUMÉ. On déduit, au moins comme la plus plausible des hypothèses, que la transformation de Takabayasi, qui remplace l'inversion du temps dans le passage de l'équation de Dirac de l'électron à celle du positron, implique que la masse du positron, et par extension celle de toute antiparticule massive, est négative. Dès lors se pose le problème de la loi de gravitation concernant les antiparticules en dehors de l'action des particules. En supposant qu'elle soit répulsive, nous imaginons que le monde, difficilement accessible des antiparticles, est la source de l'expansion de l'Univers. Cette supposition a été peut-être, et nous l'espérons, avancée par d'autres auteurs. Dans ce cas l'originalité du présent texte se réduirait à la formulation que nous apportons de l'hypothèse théorique de ce que la masse du positron est négative, mais serait aussi une additionnelle et indépendante confirmation de leur point de vue.

ABSTRACT. We deduce, at least as the most plausible of the hypothesis, that the Takabayasi transform, which replaces the time inversion in the passage from the Dirac equation to the positron one, implies that the mass of the positron is negative, and, as an extension, that the mass of all massive antiparticle is also negative. The problem of the law of gravitation of the antiparticles outside the action of the particles is posed. Supposing that this law is repulsive, we imagine that the world of the antiparticles, whose access is difficult, is the source of the expansion of the Universe. This supposition has been perhaps, that we hope, envisaged by other authors. In this case the originality of the present text would be reduced to the formulation that we bring of the theoretical hypothesis by which the mass of the positron is negative, but would be also an additional and independent confirmation of their point of view.

1 Préambule

Une variable réelle importante en mécanique quantique est l'angle introduit par J. Yvon [1] dans la théorie de Dirac de l'électron, largement utitilisé par T. Takayasi [2], indépendamment redécouvert par D. Hestenes [3]. Aussi "étrange" (l'expression est de Louis de Broglie) qu'il puisse paraître, cet "angle" apparaît dans la fonction d'onde ψ de l'électron quand on y fait figurer la densité de probilité ρ et la rotation de Lorentz R qui permet de passer du repère galiléen $\{e_\mu\}$ de l'espace de Minkowski $M = \mathcal{R}^{1,3}$, dans lequel ψ est exprimé, aux grandeurs invariantes par rapport à tout repère. Il figure explicitement dans la forme donnée à ψ par G. Lochak [4] et indépendamment par D. Hestenes [3] en théorie de l'électron. Il figure implicitement dans la forme biquarternionique donnée à ψ par A. Sommerfeld [5], probablement dans les années 1930.

Il est surprenant que plus de soixante-dix ans après sa découverte, cet angle est ignoré, du moins à notre connaissance, par tous les physiciens, hormis ceux de l'école L. de Broglie et des utilisateurs de l'algèbre de Clifford $Cl(1,3)$ introduite en théorie de l'électron par D. Hestenes [3].

D'autres propriétés sont ignorées par ces mêmes physiciens. Par exemple, notons $n_\mu = Re_\mu R^{-1}$ ($n_0 = v, j = \rho v$ courant de probabilité de Dirac), les vecteurs qui définissent le repère mobile invariant Takabayasi-Hestenes (v, n_1, n_2, n_3) ([6],[3]), dont le rôle est important dans la définition des tensors d'impulsion-énergie ([7],[8]). Considérons le plan (n_1, n_2), tel que $(\hbar c/2)(n_2 \wedge n_1)$ définit (en spin "up") le bivecteur spin. La jauge $U(1)$ correspond à l'anneau des rotations finies de ce plan sur lui-même ([9], [3]). L'énergie de l'électron dans le repère $\{e_\mu\}$ est égale à $E = (\hbar c/2)(\omega.e_0)$ où $\omega = (\partial_\mu n_2.n_1)e^\mu$ (en "up") est un vecteur invariant définissant la rotations infinitésimale de ce plan sur lui-même [10] et donne à notre avis la véritable signification du mot spin.

L'angle d'Yvon-Takabatasi-Hestenes, que nous dénoterons par β suivant la notation d'Hestenes, n'intervient pas dans ce qui précède, quoique son gradient figure (voir [6], [8]) dans l'expression invariante du tenseur d'impulsion-énergie. Il est relatif en fait non pas aux angles des vecteurs de M, mais est associé aux bivecteurs de M (voir plus loin).

2 Les formes invariantes équivalentes de l'équation de Dirac

2.1 Le spineur d'Hestenes

Nous utiliserons la forme Lochak-Hestenes ([4], [3]), donnée à la fonction d'onde ψ de l'électron, dans l'écriture de l'algèbre de Clifford $Cl(1,3)$ [3].

Nous rappelons pour cela les propriétés d'une algèbre de Clifford $Cl(E)$ d'un espace $E = \mathcal{R}^{p,n-p}$ dont nous avons besoin. Nous désignerons par $A.a$ et $a.A$ les produits intérieurs d'un élément $A \in \wedge E$ et de $a \in E$.

(a) Tout élément de $Cl(E)$ est élément de $\wedge E$.

(b) Le produit de Clifford de deux éléments A, B de $Cl(E)$ est dénoté AB et vérifie la relation fundamentale $a^2 = a.a \in \mathcal{R}, a \in E$.

(c) Si p vecteurs $a_i \in E$ sont orthogonaux leur produit de Clifford vérifie $a_1..a_p = a_1 \wedge .. \wedge a_p$. Il en résulte que dim $Cl(E)$=dim $\wedge E = 2^n$.

L'ensemble des éléments A de $Cl(E)$ tels que $A \in \wedge^q E$ et que q soit pair constitue une sous-algèbre $Cl^+(E)$ dite paire de $Cl(E)$ et dim $Cl^+(E) = 2^{n-1}$.

(d) On définit une opération appelée "renversement", $A \in Cl(E) \rightarrow \tilde{A} \in Cl(E)$ telle que $(AB)\tilde{} = \tilde{B}\tilde{A}$ avec $\tilde{\lambda} = \lambda,\ \tilde{a} = a,\ \lambda \in \mathcal{R},\ a \in E$.

Sous la forme d'Hestenes ψ s'écrit [3]

$$\psi = \sqrt{\rho} e^{\underline{i}\beta/2} R \in Cl^+(M),\ M = \mathcal{R}^{1,3} \tag{1}$$

avec

$$\rho > 0,\ \beta \in \mathcal{R},\ R\tilde{R} = \tilde{R}R = 1, \tilde{R} = R^{-1},\ \underline{i} \in \wedge^4 M,\ \underline{i}^2 = -1$$

$$\psi\tilde{\psi} = \lambda + \underline{i}\mu = \rho e^{\underline{i}\beta},\ \frac{\psi\tilde{\psi}}{\rho e^{\underline{i}\beta}} = 1,\ R = \frac{\psi}{\sqrt{\rho} e^{\underline{i}\beta/2}} \Rightarrow R\tilde{R} = \tilde{R}R = 1$$

où $Cl^+(M)$ est composé de la somme de scalaires, bivecteurs et pseudo-scalaire de M, le pseudo-vecteur $\underline{i}$ est égal à $e_0e_1e_2e_3$. Les relations $\underline{i}^2 = -1$, $\tilde{\underline{i}} = \underline{i}$, $x\underline{i} = -x\underline{i}$, $x \in M$, peuvent être déduite de (b) et $\underline{i}$ peut être écrit sous la forme $\underline{i} = n_0n_1n_2n_3$ où les n_μ définissent un repère ortonormal quelconque, fixe ou mobile.

Ainsi R vérifie $\tilde{R} = R^{-1}$ et correspond à une représentation de $SO^+(M)$ dans $Cl^+(M)$.

Si l'on identifie les bivecteurs $e_k \wedge e_0 = e_k e_0, k = 1, 2, 3$ à des vecteurs de $\mathcal{R}^{3,0}$, on voit que $Cl^+(1,3)$ peut être identifié à $Cl(3,0)$ (les biquaternions), tel que $Cl^+(3,0)$ est le corps des quaternions. $Cl^+(M)$ peut donc être considéré comme le prolongement direct du corps des quaternions à qui nous avons donné un rôle important dans la théorie des atomes hydrogénoïdes ([8],[11]).

2.2 L'angle de Yvon-Takabayasi-Hestenes

Ce qui est nouveau par rapport à ρ et la rotation de Lorentz R est cet "angle" β. Il est présent dans l'expression de ψ donné dans [4], mais l'écriture d'Hestenes permet de mieux l'interpréter.

Il n'est pas possible de contester la présence de cet "angle" dans la théorie de l'électron, aussi dans les théories où un spineur de Dirac est présent. A. Sommerfeld [5] a employé un biquaternion dans sa présentation de la théorie des atomes hydrogénoïdes (voir aussi [8], [11]). La présence de β n'y est pas apparente, même quand le formalisme d'Hestenes est utilisé ([8], [11]) mais l'usage des biquaternions implique cette présence. Nous avons calculé en [8] les valeurs de β dans l'atome d'hydrogène. Elles sont non nulles, quoique faibles, excepté dans le plan $x^3 = 0$.

La dénomination d' "angle" peut être justifiée par la transformation

$$g B \tilde{g} = \cos\beta B + \underline{i} \sin\beta B, \; g = e^{\underline{i}\beta/2}, \; B \in \wedge^2 M \tag{2}$$

qui implique un angle associé non à un vecteur, car $g x \tilde{g} = x$, mais à un bivecteur (voir plus généralement en [12] les propriétés de ce que nous avons appelé le groupe d'Hestenes dont les éléments sont de la forme $e^{\underline{i}\beta/2}R$).

Notons que le changement de β en $\beta + \pi$ inverse l'orientation de B et qu'appliqué à $\psi(e_1 \wedge e_2)\tilde{\psi}$ donne $\psi(e_2 \wedge e_1)\tilde{\psi}$.

2.3 La forme donnée par Hestenes à l'équation de Dirac

D. Hestenes a établi en [7] la forme suivante de l'équation de Dirac de l'électron en spin "up" dans le repère galiléen $\{e_\mu\}$

$$\hbar c e^\mu \partial_\mu \psi e_2 e_1 e_0 = mc^2 \psi - eA\psi e_0, \; A = A_\mu e^\mu \in M, \; e > 0 \tag{3}$$

Multipliant sur la droite par e_0 nous avons aussi

$$\hbar c e^\mu \partial_\mu \psi e_2 e_1 = mc^2 \psi e_0 - eA\psi, \; e > 0, \; (\text{spin "up"}) \tag{4}$$

On peut trouver $e_1 e_2$ en place de $e_2 e_1$ dans cette équation dans le cas spin "down" [3].

2.4 Une forme invariante de l'équation de Dirac

Nous avons donné dans [10] une forme à cette équation invariante par rapport à tout repère galiléen.

Multipliant sur la droite Eq. (4) par ψ^{-1}, nous avons en "up"

$$\frac{\hbar c}{2}(e^\mu \Omega_\mu + \partial\beta\underline{i} + \partial(\ln\rho))n_2 n_1 = mc^2 e^{\underline{i}\beta} v - eA \in \wedge^1 M \oplus \wedge^3 M \qquad (5)$$

où $\psi^{-1} = R^{-1}\exp(-\underline{i}\beta/2)/\sqrt{\rho}$, et

$$\Omega_\mu = 2(\partial_\mu R)R^{-1},\ 0 \leq \beta < \pi,\ e > 0,\ n_2 n_1 = n_2 \wedge n_1\,(\text{spin "up"}) \qquad (6)$$

En "down" le bivecteur spin est de la forme $(\hbar c/2)n_1 \wedge n_2$ et $n_2 n_1$ doit être changé en $n_1 n_2$.

Chaque bivecteur Ω_μ représente la rotation infinitésimale du repère de Takabayasi-Hestenes (v, n_1, n_2, n_3) quand le point x se déplace dans la direction e^μ, mais $e^\mu \Omega_\mu$ est invariant par rapport aux e^μ.

2.5 Energie positive de l'électron en spin "up" et "down"

Nous adoptons le point de vue de Bohr d'une énergie positive de l'électron et laissons de côté la question d'une énergie négative qui est envisagée dans la "theorie des trous" de Dirac dont la validité est discutée.

Nous sommes intéressés par le changement de définition de l'énergie en spin up et spin down, étant donné le changement de l'orientation du "plan du spin" (n_1, n_2).

Prenant la partie vectorielle du premier terme de l'équation (5), nous avons le vecteur

$$\frac{\hbar c}{2}[e^\mu \Omega_\mu n_2 n_1]_V = \frac{\hbar c}{2} e^\mu((\Omega_\mu . n_2).n_1) = \frac{\hbar c}{2}(\partial_\mu n_2 . n_1)e^\mu = \frac{\hbar c}{2}\omega\ (\text{"up"}) \qquad (7_1)$$

et de même

$$\frac{\hbar c}{2}[e^\mu \Omega_\mu n_1 n_2]_V = \frac{\hbar c}{2} e^\mu((\Omega_\mu . n_1).n_2) = \frac{\hbar c}{2}(\partial_\mu n_1 . n_2)e^\mu = \frac{\hbar c}{2}\omega\ (\text{"down"}) \qquad (7_2)$$

qui permet de définir par projection orthogonale sur le vecteur temps d'un repère galiléen $\{e_\mu\}$ l'énergie de l'électron considérée dans ce repère

$$E = \frac{\hbar c}{2}\omega . e_0 = \frac{\hbar c}{2}(\partial_0 n_2 . n_1) > 0\ (\text{"up"}) \qquad (8_1)$$

et

$$E = \frac{\hbar c}{2}\omega.e_0 = \frac{\hbar c}{2}(\partial_0 n_1.n_2) > 0 \text{ ("down")} \tag{8_2}$$

ce que nous avons vérifié en [8] en calculant directement pour un niveau quelconque de l'atome d'hydrogène $n_1 = Re_1R^{-1}$, $n_2 = Re_2R^{-1}$ et en retrouvant via (8_2) l'énergie E de ce niveau dans la solution de Darwin.

Considérant un repère (N_1, N_2) fixe dans le plan (n_1, n_2) on peut écrire

$$n_1 = \cos\varphi N_1 + \sin\varphi N_2,\ n_2 = -\sin\varphi N_1 + \cos\varphi N_2 \tag{9}$$

On en déduit

$$E = \frac{\hbar c}{2}\partial_0\varphi^+ > 0,\ (\partial_0\varphi^+ > 0 \text{ en "up"}),\ \omega = e^\mu\partial_\mu\varphi^+ \tag{10_1}$$

$$E = -\frac{\hbar c}{2}\partial_0\varphi^- > 0,\ (\partial_0\varphi^- < 0 \text{ en "down"}),\ \omega = -e^\mu\partial_\mu\varphi^- \tag{10_2}$$

Cette énergie correspond à un mouvement de n_1 dans la direction positive du plan orienté (N_1, N_2) en spin "up" et négative en spin "down".

Utilisant l'image de l'horloge donnée par Louis de Broglie, et identifiant le plan (n_1, n_2) et le vecteur n_1 au cadran et à l'aiguille de l'horloge, nous pouvons dire que "up" et "down" correspondent au sens inverse et direct respectivement de l'aiguille sur le cadran (voir [13] pour une définition plus précise de l'aiguille de l'horloge).

2.6 L'équation de Dirac pour un électron libre

Dans le cas où $A = 0$ on déduit de l'Eq. (5) dans laquelle on suppose que $\beta = 0, \rho = 0$, compte tenu de la définition (7)

$$\frac{\hbar c}{2}\omega = mc^2 v \tag{11}$$

valable aussi bien en "down" qu'en "up" compte tenu des relations (10). Dans un repère galiléen lié à l'électron, où x^0 est son temps propre on a $e_0 = v$ d'où l'on déduit

$$\frac{\hbar c}{2}\omega.v = E = mc^2 \tag{12}$$

c'est à dire, géométriquement interprétée en relation avec l'horloge Louis de Broglie, l'équation fondamentale d'Enstein.

3 Passage de l'équation de l'électron à celle du positron

3.1 Les transformations CPT

Nous rappelons ces transformations que nous appliquerons à un électron en spin "up", Eq. (5), et qui donneront après un remplacement de la dernière, l'équation d'un positron considéré aussi en spin "up" comme pour l'électron, si l'on relie le spin au sens de la rotations infinitésimale du plan (n_1, n_2) sur lui-même.

D'une manière générale nous établirons que l'équation du positron déduite de l'équation de l'électron en spin "up" ou "down" est aussi en spin "up" ou "down" et *son énergie est la même que celle de l'électron, donc positive.*

Ces transformations sont

C (Charge) change $-e$ en $e > 0$.

P (Parité) change (e_2, e_1) en (e_1, e_2) et ainsi $n_2 n_1$ en $n_1 n_2$, mais aussi bien en $-n_2 n_1$.

T (Renversement du temps) change e_0 en $-e_0$ et donc v in $-v$.

Les deux termes du second membre de (5) changent de signe par T et C. Le premier membre doit donc changer de signe ce qui impose que $n_1 n_2$ doit alors s'écrire $-n_2 n_1$.

Mais T semble impliquer que le positron vient du futur.

Pour expliquer la transformation T, Stückelberg (1941) puis Feynman (1948) proposent une interprétation basée sur *"the idea that a negative energy which propagates backward in time, or equivalently a positive energy antiparticle propagating forward in time"* ([14], p. 77). Une telle supposition est basée sur la relation du courant de probabilité $j = \rho v$ ($\rho > 0$) multiplié par la charge $-e < 0$ dans l'équation de l'électron ([14], Eqs (3.25) et sur la relation de $-\rho v$ avec charge $e > 0$ associée à l'équation du positron ([14], Eqs (3.26),(3.27)).

On remarque que cette interprétation ne peut être valable que si la charge $-e$ est en facteur du courant de probabilité, donc de v, et comme $-e$ est en facteur du potentiel A dans l'équation de Dirac elle ne peut s'appliquer à un électron qui n'est pas soumis à un potentiel.

L'interprétation de Stückelberg-Feynman n'a donc aucun sens dans le cas d'un électron libre, Eq. (11), et ne peut être retenue.

3.2 La transformation de Takabayasi

Pour éviter les inconvénients associés à la transformation T, Takabayasi a proposé dans [2], Eq. 10.3_b, la transformation suivante :

T' *L' angle β est changé en $\beta+\pi$, v demeurant inchangé.*

Dès lors l'équation du positron déduite d'une l'équation de l'électron (en spin "up") devient avec

$$\Omega_\mu = 2(\partial_\mu R)R^{-1},\ 0 \leq \beta < \pi,\ e > 0$$

et deux interpétations possibles de P :

(a) $n_2 n_1$ est changé en $-n_2 n_1$:

$$-\frac{\hbar c}{2}(e^\mu \Omega_\mu + \partial\beta \underline{i} + \partial(\ln\rho))n_2 n_1 = -mc^2 e^{\underline{i}\beta} v + eA \qquad (13_1)$$

$\omega = [e^\mu \Omega_\mu n_2 n_1]_V$ étant défini comme dans l'Eq. (7_1) et correspondant à un spin "up" par le sens de la rotation infinitésimale du plan (n_1, n_2) sur lui-même .

(b) $n_2 n_1$ est changé en $n_1 n_2$:

$$\frac{\hbar c}{2}(e^\mu \Omega_\mu + \partial\beta \underline{i} + \partial(\ln\rho))n_1 n_2 = -mc^2 e^{\underline{i}\beta} v + eA \qquad (13_2)$$

$\omega' = [e^\mu \Omega_\mu n_1 n_2]_V$ étant défini comme dans l'Eq. (7_2) mais tel que $-\partial_0 \varphi^+ < 0$ contrairement à 10_2, donc ne modifiant pas le sens en "up"de la rotations infinitésimale du plan (n_1, n_2) sur lui-même, de telle sorte que $\omega' = -\omega$.

Dans les deux cas la rotation infinitésimale du plan N_1, N_2 se fait dans me même sens, bien que l'orientation de ce plan est changée, et ne modifie donc pas la définition de l' énergie du positron.

L'équation du positron déduite de l'équation de l'électron en spin "down" se déduit de la même manière en permutant n_1 et n_2.

Le fait nouveau est qu'il est possible d'affecter au positron une masse négative

3.3 L'énergie positive du positron

Nous vérifierons que l''énergie du positron est positive simplement dans le cas où son équation se déduit de celle d'un électron libre. Elle est de la forme

$$-\frac{\hbar c}{2}\omega = -mc^2 v \tag{14}$$

où ω est le même que celui d'Eq. (11). On a encore $E = mc^2$ et la positivité de l'énergie du positron s'étend au cas général de la même manière que pour l'électron.

3.4 Sur l'annihilation électron-positron

Il est admis que la rencontre d'un électron et d'un positron libres donne deux photons (de masse nulle) d'énergie totale, conforme à notre hypothèse, $2mc^2$.

Dans le cas général, en supposant que la masse du positron est négative et son énergie positive comme celle de l'électron, on obtient le schéma extrêmement simple d'une addition algébrique des charges, des masses et des énergies.

Le schéma géométrique le plus simple, mais que nous ne pouvons dire dans l'état actuel de notre connaissance s'il est conforme à l'expérience, est que, lors de la fusion, les plans du spin des deux particules se confondent, ce qui est au moins le cas de l'électron et du positron libres de repère galiléen commun (les vitesses spatiales étant égales et opposées), que les énergies s'ajoutent, que si les deux particules ont même spin, ce qui fait que les rotations infinitésimales sur lui-même de ce plan commun sont dans le mêms sens, elles donnent un photon de spin 1, que si elles ont des spins opposés elles donnent deux photons de spin total zéro.

3.5 Conclusion

En résumé la construction que nous avons proposée correspond à la transformation de Takabayasi, qui laisse le mouvement du positron du présent vers le futur et non vers le passé, et aux transformations CP, mais de telle manière que P ne change pas l'orientation du spin dans le passage de l'équation de l'électron à l'équation du positron. Les conséquences sont une énergie positive et une masse négative pour le positron.

La généralisation de ces propriétés à toutes les antiparticules, en particulier l'antiproton (qui pourra faire l'objet d'une prochaine étude théorique) est vraisemblable. La construction par le Cern d'anti-atomes d'hydrogène fait d'ailleurs penser que si ces propriétés sont valable pour le positron, elles doivent l'être pour l'antiproton.

La question se pose de la loi de gravitation pour les masses négatives. La réponse expérimentale ne paraît pas pour le moment aisée. Le faible nombre des anti-atomes d'hydrogène (une quarantaine) obtenu pour l'instant par les expériences du Cern, la proximité de particules et leur incidence sur les antiparticules, sont probablement des obstacles, peut-être à long terme, à des mesures indéniables.

Si seule l'expérience pourra décider du signe de la masse d'une antiparticule, nous allons cependant évoquer quelques arguments en faveur d'une masse négative.

4 Addendum. Vers une explication de l'expansion de l'Univers ?

L'hypothèse de l'existence de masses négatives n'est pas nouvelle. La même année que la parution de l'article [2] de Takabayasi, cette hypothèse était émise, il semble pour la première fois, par H. Bondi dans [15]. Elle ne figure pas dans l'article [2] tout à fait indépendant. Takabayasi qualifie la présence du signe moins devant la masse par l'expression amusante de "ass-like behaviour", le comportement d'un âne, et ne modifie pas l'interprétation de P. Cependant un tel comportement pour les antiparticules n'est pas sans rapport avec les hypothšes que nous allons formuler.

Il existe une abondante littérature sur le sujet (énergie, matière noires, antigravité) dont nous n'avons pas voulu prendre connaissance afin de renforcer, par un point de vue émis tout à fait indépendamment, celles qui peuvent figurer dans des publication antérieures. Si ces hypothèses étaient un jour vérifiées, évidemment tout le mérite devrait en être attribué à leurs auteurs et non pas à ma personne, hormis le fait d'avoir utilisé et complété l'incontournable, pour l'hypothèse de la masse négative, transformation de Takabayasi.

Au commencement (le Big Bang) il n'y avait que de l'énergie. Puis sont apparues, issues de cette énergie, comme observables des électrons et des protons (donnant au début de l'hydrogène). Mais la création à partir d'une énergie d' électrons et de protons doit s'accompagner d'une création équivalente en nombre de positrons et d'antiprotons. Où ces antiparticules sont-elles passées, pourquoi n'en avons nous connaissance que par des expériences humaines ? Peut-être existe-il encore de l'énergie qui ne s'est pas convertie et qui influe sur le comportement de la partie visible de l'univers. Ces questions sont pour le moment sans réponse.

Nous suggérons qu'en plus de la possession d'une masse négative, les antiparticules obéissent à une loi de gravitation répulsive. Les antiparticules ne peuvent alors se réunir en étoiles, planètes, galaxies. Elles s'éloignent les unes des autres et l'espace qu'elles occupent ne peut que s'agrandir. L'interaction, à préciser, du monde des antiparticules avec celui des particules pourrait expliquer l'expansion de ce dernier.

Références

[1]
[2] J. Yvon, *J. Phys. et le Radium* **VIII**, 18 (1940)
[3] T. Takabayasi, Supp. of the Prog. Theor. Phys., **4**, 1 (1957)
[4] D. Hestenes, J. Math. Phys., **8**, 798 (1967)
[5] G. Jakobi, G.Lochak, C.R. Ac. Sc. (Paris), **243**, 234 (1956)
[6] A. Sommerfeld, *"Atombau und spectrallinien"* (Fried. Vieweg, Braunschweig, 1960)
[7] F. Halbwachs, *Théorie relativiste de fluides à spin* (Gauthier-Villars, Paris,1960)
[8] D. Hestenes, J. Math. Phys., **14**, 893, (1973)
[9] R. Boudet, C.R. Ac. Sc. (Paris) **278** A, 1063 (1974)
[10] F. Halbwachs, J. M. Souriau, J.P. Vigier, J. Phys. et le radium" **22**, 393 (1967)
[11] R. Boudet, C.R. Ac. Sc. (Paris) **272** A, 767 (1971)
[12] R. Boudet, *Relativistic transitions in the hydrogenic atoms* (Springer-Verlag, Berlin, 2009)
[13] R. Boudet, in *"Clifford algebras and their applications in mathematical physics"*, A. Micali, R. Boudet and J. Helmstetter, eds (Kluwer Ac. Pub. Dordrecht, 1992), p. 343
[14] R. Boudet , Quantum mechanics in the geometry of space-time (Springer-Verlag, 2011) (to be published)
[15] M. Carmeli, Kh. Huleihil, E. Leibowitz, *"Gauge fields"* (World Scientific, Singapore, 1989)
[16] Bondy H., "Negative mass in General Relativity", Rev. Mod. Phys., **29**, 423 (1957)

Nous dédions le présent article, hormis l'Addendum qui peut être discutable, à la mémoire de Takihito Takabayasi

(Manuscrit reçu le 24 avril 2011)